УДК 534.222.2

К ТЕОРИИ УДАРНЫХ ВОЛН В СРЕДАХ, ИСПЫТЫВАЮЩИХ ФАЗОВЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ

Ю. Я. Богуславский

(Москва)

Как известно, многие твердые вещества могут при различных условиях пребывать в разных кристаллических модификациях. При некоторых значениях температур и давлений, связанных определенной зависимостью, могут происходить переходы из одной кристаллической модификации в другую. Эти переходы, сопровождающиеся скачком объема и выделением (поглощением) скрытой теплоты, называют фазовыми переходами 1-го рода. Фазовые переходы 1-го рода часто происходят при высоких давлениях. В данной работе теоретически исследуются некоторые закономерности распространения ударных волн в твердых телах, испытывающих фазовые переходы 1-го рода. Будем рассматривать ударные волны, когда давления не слишком велики, тогда увеличение энтропии мало и ударная адиабата близка к изэнтропе.

Известно, что в твердом теле ударная волна с амплитудой даже 100 кбар является слабой. Такая волна мало отличается от акустической, так как она распространяется со скоростью, близкой к скорости звука, и сообщает веществу скорость за фронтом, в десятки раз меньшую скорости распространения самой волны.

В то же время давление в волне должно быть достаточно велико, чтобы можно было пренебречь эффектами прочности, считая ударную волну пластической (обычно предел прочности ~ 1 кбар).

1. Основные уравнения. Будем считать давление гидростатическим и рассмотрим плоскую одномерную математическую модель. Система уравнений, описывающая распространение волн конечной амплитуды в условиях фазовых переходов 1-го рода, имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x},\quad \rho = \frac{\rho_1}{1-\alpha\left(\dfrac{V_1 - V_2}{V_1}\right)}, \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0,\quad \delta p = c_\infty^2\delta\rho - \left(c_\infty^2 - c_0^2\right)\int_0^\infty \delta\rho\,(t-t')\,\varphi\left(\frac{t'}{\theta}\right)d\,\frac{t'}{\theta},$$

$$\delta\rho_1 = \frac{1}{c_1^2(p)}\,\delta p,\quad \delta\rho_2 = \frac{1}{c_2^2(p)}\,\delta p,$$

где u — скорость частиц в волне; ρ — плотность смеси обеих фаз; α — доля по массе 2-й фазы в системе; ρ_1, ρ_2, c_1, c_2 — соответственно плотности и скорости звука в 1-й и 2-й фазах; $V_1 = 1/\rho_1$, $V_2 = 1/\rho_2$ — удельные объемы 1-й и 2-й фаз.

Четвертое уравнение системы (1.1) описывает связь между $\delta\rho$ и δp в том случае, когда при изменении плотности протекает релаксационный процесс [1]. При этом, естественно, следует учитывать зависимость δp от вариаций плотности в предыдущие моменты времени.

Функция $\varphi(t/\theta)$, определяющая релаксационный процесс, быстро исчезает при $t > \theta$, где θ — эффективное время релаксации (в данном случае θ — характерное время перехода между фазами).

Для определенности нормируем

$$\int_0^\infty \varphi\left(\frac{t}{\theta}\right)d\,\frac{t}{\theta} = 1.$$

Скорость высокочастотного звука $c_\infty = c_{\omega\theta\to\infty} = c_\alpha$ определяется из третьего уравнения системы (1.1)

$$\frac{1}{c_\infty^2} = \frac{V_1^2}{V_2}(1-\alpha)\frac{1}{c_1^2} + \frac{V_2^2}{V^2}\alpha\frac{1}{c_2^2}.$$

В [2] показано, что скорость низкочастотного звука $c_0^2 = (\partial p/\partial \rho)_{\omega\theta\to 0}$ при фазовом переходе 1-го рода в том случае, когда модуль сдвига равен нулю, определяется следующим выражением:

$$\frac{1}{c_0^2} = \rho^2\left\{\alpha\left[-\left(\frac{\partial V_2}{\partial p}\right)_T - \frac{2T}{q}\left(\frac{\partial V_2}{\partial T}\right)_p (V_2-V_1) + \frac{Tc_{p2}}{q^2}(V_2-V_1)^2\right] + \right.$$
$$\left. + (1-\alpha)\left[-\left(\frac{\partial V_1}{\partial p}\right)_T - \frac{2T}{q}\left(\frac{\partial V_1}{\partial T}\right)_p (V_2-V_1) + \frac{Tc_{p1}}{q^2}(V_2-V_1)^2\right]\right\},$$

где c_{p1}, c_{p2} — теплоемкости 1-й и 2-й фаз при постоянном давлении; q, T — скрытая теплота перехода и температура.

Если ударная волна распространяется в отсутствие фазового перехода, тогда $\alpha = 0$ и распространение ударной волны описывается первым, вторым и пятым уравнениями системы (1.1).

2. Скорость распространения и форма ударных волн с релаксацией фазового перехода при неполном переходе вещества во 2-ю фазу. Рассмотрим систему (1.1) в случае распространения ударной волны в условиях фазового перехода. Обычно полиморфное превращение происходит за время, гораздо большее, чем время, необходимое для установления термодинамического равновесия в обычном однофазном веществе. При этом ширина фронта в ударной волне при наличии фазового перехода определяется эффективным временем релаксации перехода. Рассмотрим структуру плоской ударной волны с релаксацией фазового перехода. Положим, как обычно [1], $u(x - wt)$, $p(x - wt)$, $\rho(x - wt)$, где w — скорость ударной волны.

Из первых двух уравнений системы (1.1) получим

$$u = -\frac{w\rho_0}{\rho} + w,\ p = \rho_0 w^2 - \frac{\rho_0^2 w^2}{\rho} + p_0, \tag{2.1}$$

где ρ_0 — начальная плотность смеси обеих фаз.

Из выражения (2.1) и четвертого уравнения системы (1.1) следует

$$\rho_0 w^2 - \frac{\rho_0^2 w^2}{\rho_0 + \delta\rho} = c_\infty^2 \delta\rho - (c_\infty^2 - c_0^2)\int_0^\infty \delta\rho(t - t')\,\varphi\left(\frac{t'}{\theta}\right)\frac{dt'}{\theta}. \tag{2.2}$$

Рассмотрим теперь случай, когда время релаксации достаточно мало по сравнению с характерным периодом волны. Тогда величину $\delta\rho(t - t')$ в (2.2) можно разложить по степеням t'. Ограничиваясь двумя членами разложения, получим

$$\rho_0 w^2 - \frac{\rho_0^2 w^2}{\rho_0 + \delta\rho} = c_0^2\delta\rho + \xi\frac{\partial\delta\rho}{\partial t} - \beta\frac{\partial^2\delta\rho}{\partial t^2}, \tag{2.3}$$

где

$$\xi = (c_\infty^2 - c_0^2)\,\theta\int_0^\infty \mu_1\varphi(\mu_1)\,d\mu_1;$$

$$\beta = \frac{1}{2}(c_\infty^2 - c_0^2)\,\theta^2\int_0^\infty \mu_1^2\varphi(\mu_1)\,d\mu_1.$$

Можно видеть, что последний член в правой части уравнения (2.3) $\beta\ddot{\delta\rho}$ имеет порядок $\beta\delta\rho/\Xi^2$ много меньше $\xi\dot{\delta\rho} \sim \xi\delta\rho/\Xi$ и его можно опустить (Ξ — период волны). При $(\partial V_2/\partial p)_T \approx (\partial V_1/\partial p)_T$, $(\partial V_2/\partial T)_p \approx (\partial V_1/\partial T)_p$, $c_{p1} \approx c_{p2}$ можно пренебречь зависимостью c_0 от α.

Следуя [1], считаем, что ξ — величина 1-го порядка малости. Тогда с точностью до членов 2-го порядка малости получим из уравнения (2.3)

$$\mu\delta\rho' - (c_0/2\rho_0)(\delta\rho)^2 + (\Delta u/2)\delta\rho = 0, \tag{2.4}$$

где $\delta\rho' = \partial\delta\rho/\partial(x - wt)$; $\mu = \xi/2$; $\Delta u = u(x = -\infty) - u(x = \infty)$.

Уравнение (2.4) представляет собой один раз проинтегрированное стационарное уравнение Бюргерса [1] относительно изменения плотности.

Его решение при условии $\delta\rho(x = \infty) = 0$ имеет вид

$$\delta\rho = \frac{\frac{\rho_0}{c_0}\Delta u}{1 + \exp\frac{\Delta u x}{2\mu}}. \tag{2.5}$$

Известно, что решение (2.5) представляет собой ударную волну с величиной скачка $(\rho_0/c_0)\Delta u$ и шириной переходной области $\delta = 2\mu/\Delta u$, которая обращается в нуль при $\mu \to 0$. Количество вещества новой фазы в ударной волне определяется из четвертого уравнения системы (1.1). Так, при $\alpha \ll 1$ получим

$$\alpha \approx \frac{V_1}{V_1 - V_2}\left(1 - \frac{c_0^2}{c_1^2}\right)\frac{\Delta u}{c_0}\frac{1}{1 + \exp\frac{\Delta u x}{2\mu}}.$$

Необходимо отметить, что структура ударной волны, определяемая формулой (2.5), имеет место при определенных интенсивностях, выше которых структура ударной волны существенно изменяется.

Так, характерный период в ударной волне $\Xi = \delta/w = 2\mu/\Delta u w$, $w = c_0 + \Delta u/2$. Выражения (2.1), (2.3) и (2.5) справедливы при условии $\theta/\Xi = \theta\Delta u w/2\mu \ll 1$, откуда следует $c_\infty^2 - c_0^2 \gg \Delta u w$, что соответствует условию [2] $c_\infty > w > c_0$. В том случае, когда $c_\infty^2 - c_0^2 \ll \Delta u w$, получим из четвертого уравнения системы (1.1)

$$\delta p = c_\infty^2 \delta\rho.$$

При этом сжатие среды происходит скачком от состояния ρ_{10} до состояния ρ_1 без перехода во 2-ю фазу во фронте ударной волны. Выражение (2.5) и приведенные ниже результаты соответствуют качественно результатам работы [3].

С помощью известных методов [1] можно получить из системы уравнений (1.1) нестационарное уравнение Бюргерса относительно изменения плотности

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \left\{\int\frac{c_0\delta\rho}{\rho} + c_0(\rho)\right\}\frac{\partial\rho}{\partial x} = \mu\frac{\partial^2\rho}{\partial x^2}. \tag{2.6}$$

Будем в дальнейшем пренебрегать сжимаемостью чистых фаз по сравнению с сжимаемостью смеси и учетом зависимости c_0 от α. Тогда, подставляя в (2.6) выражение $\rho = \dfrac{\rho_1}{1 - \alpha\left(\dfrac{V_1 - V_2}{V_1}\right)}$, после несложных преобразований получим относительно $\alpha \ll 1$ уравнение

$$\frac{\partial\alpha}{\partial t} + (c_{00} + \gamma\alpha)\frac{\partial\alpha}{\partial x} = \mu\frac{\partial^2\alpha}{\partial x^2}, \tag{2.7}$$

где

$$c_{00} = c_0(\alpha \to 0); \ \gamma = \frac{B-A}{2B\rho_1\sqrt{B}},$$

$$A = -\left(\frac{\partial V_2}{\partial p}\right)_T - \frac{2T}{q}\left(\frac{\partial V_2}{\partial T}\right)_p (V_2 - V_1) + \frac{Tc_{p2}}{q^2}(V_2 - V_1)^2,$$

$$B = -\left(\frac{\partial V_1}{\partial p}\right)_T - \frac{2T}{q}\left(\frac{\partial V_1}{\partial T}\right)_p (V_2 - V_1) + \frac{Tc_{p1}}{q^2}(V_2 - V_1)^2.$$

Как известно [1], нестационарное уравнение типа (2.7) имеет точное решение при начальном условии $\alpha(x, 0) = \alpha_0$, которое асимптотически стремится к стационарному виду.

Рассмотрим стационарное решение уравнения (2.7). Пусть $\gamma > 0$ (2-я фаза менее сжимаемая). Тогда получим при условии $\alpha(x = \infty) = 0$

$$\alpha = \frac{\Delta\alpha}{1 + \exp\dfrac{\gamma\Delta\alpha x}{2\mu}}, \quad w = c_{00} + \frac{\gamma\Delta\alpha}{2}, \quad \Delta\alpha = \alpha(x = -\infty) - \alpha(x = \infty). \tag{2.8}$$

Решение (2.8) есть ударная волна, образовавшаяся на переднем фронте квазипростой волны с величиной скачка $\Delta\alpha$, шириной переходной области $\delta = 2\mu/\gamma\Delta\alpha$ и скоростью распространения $w = c_{00} + \gamma\Delta\alpha/2$.

При $B < A$, т. е. $\gamma < 0$ (2-я фаза более сжимаемая), получим при $\alpha(x = -\infty) = 0$

$$\alpha = \frac{\Delta\alpha}{1 + \exp - \dfrac{|\gamma|\Delta\alpha x}{2\mu}}, \tag{2.9}$$

$$w = c_{00} - \frac{|\gamma|\Delta\alpha}{2}, \quad \Delta\alpha = \alpha(x = \infty) - \alpha(x = -\infty).$$

Решение (2.9) есть ударная волна, образовавшаяся на заднем фронте квазипростой волны, которая распространяется со скоростью $w = c_{00} - |\gamma|\Delta\alpha/2$.

При $\gamma < 0$ уравнению (2.7) удовлетворяет также выражение

$$\alpha = -\frac{\Delta\alpha}{1 + \exp\dfrac{|\gamma|\Delta\alpha x}{2\mu}}, \quad w = c_{00} + |\gamma|\Delta\alpha/2,$$

что соответствует ударной волне разрежения.

Профили ударных волн сжатия (2.5), (2.8) и (2.9), в которых не происходит полный переход во 2-ю фазу, соответствуют устойчивой двухволновой структуре при наличии ударной волны в 1-й фазе.

3. Скорость распространения и форма ударных волн при полном переходе вещества во 2-ю фазу. Рассмотрим теперь на примере эволюции волны сжатия случай полного перехода во 2-ю фазу. Пусть время релаксации фазового перехода мало, $\omega\theta = (2\pi/\Xi)\theta \ll 1$ (аналогичные результаты получаются и в случае волны разрежения).

Предположим, что поршень движется по закону $X = X_0(1 - \cos\omega t)$ и скорость его движения $v \ll c_1, c_0, c_2$. В этом случае амплитуда волны, образующаяся в системе, мала, а потому будет мала величина разрыва, которая может образоваться в системе. Пусть при давлении $p = p_{10}$ и плотности $\rho=\rho_{10}$ начинается фазовый переход. Окончанию фазового перехода соответствует давление $p=p_{20}$ и плотность $\rho=\rho_{20}$ (здесь имеются в виду начальные значения давления p_{20} и плотности ρ_{20} в чистой новой фазе, значения давления и плотности на поршне).

Тогда на основе системы уравнений (1.1) получим уравнения распространения волны в 1-й фазе

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t}+\{c_1(\rho_1)+u(\rho_1)\}\frac{\partial\rho_1}{\partial x}=0, \tag{3.1}$$

в смеси фаз

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\{c_0(\rho)+u(\rho)\}\frac{\partial\rho}{\partial x}=\mu\frac{\partial^2\rho}{\partial x^2}, \tag{3.2}$$

во 2-й фазе

$$\frac{\partial\rho_2}{\partial t}+\{c_2(\rho_2)+u(\rho_2)\}\frac{\partial\rho_2}{\partial x}=0, \tag{3.3}$$

которые интегрируются при заданном начальном распределении $\rho_1(x, 0)$, $\rho(x, 0)$, $\rho_2(x, 0)$. Однако при такой постановке задачи возможны дальнейшие упрощения. Время образования разрыва в смеси фаз за счет нелинейного искажения профиля волны $t_0\approx c_0/X_0\omega^2$, время исчезновения смеси фаз $t_1\sim c_2/\omega(c_2-c_0)$, так как точки профиля с давлением $p>p_{20}$ переносятся со скоростью порядка $c_2>c_0$. Следовательно, $t_1/t_0\sim$ $\sim X_0\omega c_2/c_0(c_2-c_0)$ и при $c_2-c_0\sim c_2$ получим $t_1/t_0\approx u/c_0\ll 1$. Это означает, что область смеси фаз исчезнет много раньше, чем в ней произойдет искажение профиля волны. Так как ударная волна возникает на границе 2-й фазы и смеси фаз, то ее форма и скорость движения будут в первую очередь определяться разностью c_2-c_0. При этом, принимая во внимание, что $c_2/X_0\omega^2\approx c_1/X_0\omega^2>c_0/X_0\omega^2$ $(c_0<c_1,\ c_2)$, в уравнениях (3.1)—(3.3) можно пренебречь членами вида $u(\rho)\partial\rho/\partial x$, $\mu\partial^2\rho/\partial x$ и рассматривать эти уравнения в акустическом приближении. Учитывать же нелинейные искажения в волне следует при ее дальнейшем распространении после исчезновения области сосуществования фаз.

В силу малости амплитуды волны рассмотрим ее как простую, т. е. энтропия и надлежащий инвариант Римана в ней не меняются [2]. Для скорости движения среды справедливо выражение

$$u-\int\limits_{\rho_1}^{\rho}\frac{c(\rho)}{\rho}\,d\rho=u_0-\int\limits_{\rho_1}^{\rho_0}\frac{c(\rho)}{\rho}\,d\rho,$$

индекс 0 характеризует начальное состояние системы. (В дальнейшем воспользуемся методом, изложенным в работе [4].)

Принимая для величины $c(\rho)$ различные значения констант: c_1 — в 1-й фазе, c_0 — в области существования обеих фаз и c_2 — во 2-й фазе, получим из линеаризованных уравнений (3.1)—(3.3) и уравнения неразрывности для скорости движения среды следующие выражения:

$$u=\frac{c_1}{\rho_0}\,\delta\rho \text{ при } \rho_{10}>\rho>\rho_0, \tag{3.4}$$

$$u=\frac{c_0\delta\rho}{\rho_0}+\frac{(c_1-c_0)}{\rho_0}(\rho_{10}-\rho_0) \text{ при } \rho_{20}>\rho>\rho_{10},$$

$$u=\frac{c_2\delta\rho}{\rho_0}+\frac{(c_0-c_2)}{\rho_0}(\rho_{20}-\rho_0)+\frac{(c_1-c_0)}{\rho_0}(\rho_{10}-\rho_0) \text{ при } \rho>\rho_{20}.$$

Из выражения (3.4) получим для $\delta\rho$

$$
\begin{gathered}
\delta\rho = \frac{\rho_0}{c_1} u \ \text{для}\ u < u_{10} = \frac{c_1}{\rho_0}(\rho_{10} - \rho_0), \\
\delta\rho = \frac{\rho_0}{c_0} u + \frac{(c_0 - c_1)}{c_0}(\rho_{10} - \rho_0) \ \text{для}\ u_{10} < u < u_{20} = \\
= \frac{c_0(\rho_{20} - \rho_0)}{\rho_0} + \frac{(c_1 - c_0)}{\rho_0}(\rho_{10} - \rho_0), \\
\delta\rho = \frac{\rho_0}{c_2} u + \frac{(c_2 - c_0)}{c_2}(\rho_{20} - \rho_0) + \frac{(c_0 - c_1)}{c_2}(\rho_{10} - \rho_0) \ \text{для}\ u > u_{20}.
\end{gathered} \tag{3.5}
$$

Естественно, что в системе при наличии фазового перехода разрыв (ударная волна) возникает сразу на поршне. При этом известно [2], что волна малой амплитуды во втором приближении остается простой и при наличии разрывов. Поэтому не будем учитывать отражение от фронта разрыва. Уравнение распространения простой волны, создаваемой поршнем, движущимся по закону $X = X_0(1 - \cos \omega t)$, имеет вид

$$
x = X_0(1 - \cos \omega\tau) + (t - \tau)[c(\rho) + u(\tau)], \tag{3.6}
$$

где τ — время образования плотности ρ у поршня.

Так как $u \ll c_0, c_1, c_2$, то в дальнейшем будем пренебрегать в уравнении (3.6) скоростью u по сравнению со скоростью звука. Верхняя и нижняя границы скачка в ударной волне будут одновременно принадлежать простым волнам, существующим слева и справа от разрыва. Пользуясь (3.5), запишем условие непрерывности потока вещества через разрыв, который движется со скоростью w относительно неподвижной системы координат:

$$
\begin{gathered}
\left\{\rho_0 + \frac{\rho_0 u_2}{c_2} + \frac{(c_2 - c_0)}{c_2}\Delta_2 + \frac{(c_0 - c_1)}{c_2}\Delta_1\right\}(u_2 - w) = \\
= \left\{\rho_0 + \frac{\rho_0 u_0}{c_0} + \frac{(c_0 - c_1)}{c_0}\Delta_1\right\}(u_0 - w),
\end{gathered} \tag{3.7}
$$

где $\Delta_1 = \rho_{10} - \rho_0$; $\Delta_2 = \rho_{20} - \rho_0$; u_2 — скорость движения среды во 2-й фазе; u_0 — скорость движения среды в смеси фаз.

С помощью (3.6) впишем уравнения, определяющие движение скачка:

$$
\begin{gathered}
x = X_0\{1 - \cos \omega\tau_2(t)\} + [t - \tau_2(t)]c_2, \\
x = X_0\{1 - \cos \omega\tau_0(t)\} + [t - \tau_0(t)]c_0,
\end{gathered} \tag{3.8}
$$

где x — координата скачка.

Так как границы разрыва будут изменяться со временем, то параметры $\tau_2(t)$ и $\tau_0(t)$, характеризующие границы разрыва, являются функциями времени. Дифференцируя (3.8) по времени, получим, как и в [4],

$$
w = (1 - \tau_2')c_2, \quad w = (1 - \tau_0')c_0. \tag{3.9}
$$

В формулах (3.9) опущены члены $\omega\tau_2' \sin \omega\tau_2$, $\omega\tau_0' \sin \omega\tau_0$ как малые поправки порядка u/c к решению. После простых преобразований, пренебрегая членами вида u^2/c, получим из выражения (3.7)

$$
\left(1 - \frac{w}{c_2}\right)\sin \omega\tau_2 = \left(1 - \frac{w}{c_0}\right)\sin \omega\tau_0 + w\,\frac{(c_2 - c_0)}{c_2 c_0}\sin \omega(t_{10} + t_{20}), \tag{3.10}
$$

где t_{10} — время образования у поршня плотности ρ_{10}; t_{20} — время изменения у поршня плотности от ρ_{10} до ρ_{20}.

Так как разрыв в волне сжатия возникает на границе между 2-й фазой и смесью фаз, то в (3.10) отсутствуют члены, содержащие скорость звука c_1 в 1-й фазе.

Как и в работе [4], из (3.9) с учетом начальных условий $\tau_2 = \tau_0 = t$ следует

$$\tau_2 = \frac{c_0}{c_2}\tau_0 + \frac{(c_2 - c_0)}{c_2}t. \tag{3.11}$$

С помощью (3.9) из (3.10) получим

$$\sin(\omega\tau_0 + n)\sin n = n\sin\omega(t_{10} + t_{20}), \tag{3.12}$$

$$n = (\omega/2c_2)(c_2 - c_0)(t - \tau_0).$$

Пусть в условиях гидростатики создано давление в среде p_{10}. Если теперь в этих условиях создать волну сжатия, то начальное давление перехода во 2-ю фазу будет мало, т. е. $\sin\omega(t_{10} + t_{20}) \approx 0$. Тогда из (3.11), (3.12) следует

$$\tau_0 = -\frac{c_2 - c_0}{c_2 + c_0}t,\quad \tau_2 = \frac{c_2 - c_0}{c_2 + c_0}t.$$

Следовательно, величина скачка в волне сжатия

$$\delta\rho = \rho_0\frac{X_0\omega}{c_2}\sin\omega\frac{c_2 - c_0}{c_2 + c_0}t.$$

Скорость распространения ударной волны

$$w = 2c_2c_0/(c_2 + c_0).$$

Величина разрыва сначала увеличивается, достигая максимума в момент

$$t_1 = \frac{\pi}{2\omega}\left(\frac{c_2 + c_0}{c_2 - c_0}\right),$$

и уменьшается до нуля в момент

$$t_2 = \frac{\pi}{\omega}\left(\frac{c_2 + c_0}{c_2 - c_0}\right).$$

Предположим, что при гидростатическом сжатии получено давление в среде p, удовлетворяющее условию $p_{10} < p < p_{20}$, т. е. среда находится в области сосуществования обеих фаз. Если теперь в исследуемой системе создать волну разрежения $X = -X_0(1 - \cos\omega t)$, то в веществе начнется обратный переход в 1-ю фазу.

При этом образуется ударная волна разрежения с величиной скачка

$$\delta\rho = -\rho_0\frac{X_0\omega}{c_1}\sin\omega\frac{c_1 - c_0}{c_1 + c_0}t,$$

который уменьшается до нуля к моменту

$$t = \frac{\pi}{\omega}\left(\frac{c_1 + c_0}{c_1 - c_0}\right).$$

Скорость распространения скачка

$$w = 2c_1c_0/(c_1 + c_0).$$

В случае, когда в выражении (3.10) $\sin\omega(t_{10}+t_{20})\sim 1$, то очевидно, что момент исчезновения двухфазной области характеризуется условием $\tau_0 = t_{10}$. Тогда с принятой точностью $\sin\omega t_{20}\approx 0$ получим из (3.10) при условии $c_1\approx c_2$

$$w = c_2,$$

это означает (в рассматриваемом приближении), что при дальнейшем распространении форма волны сжатия (разрежения) остается неизменной, так как следующая за скачком простая волна распространяется со скоростью c_2.

Поступила 25 X 1976

ЛИТЕРАТУРА

1. **Карпман В. И.** Нелинейные волны в диспергирующих средах. М., «Наука», 1973.
2. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
3. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
4. **Каменский В. Г., Покровский В. Л.** Звук конечной амплитуды вблизи критической точки.— ЖЭТФ, 1969, т. 56, вып. 6.

УДК 624.131+532.529

СФЕРИЧЕСКИЕ ВЗРЫВНЫЕ ВОЛНЫ В СРЕДАХ С ОБЪЕМНОЙ ВЯЗКОСТЬЮ

Г. М. Ляхов, В. Н. Охитин

(Москва)

Многие твердые и жидкие среды обладают объемной вязкостью, проявляющейся в динамических процессах, связанных с изменением объема. Ниже рассматриваются взрывные волны в среде с объемной вязкостью, определяемой моделью [1], предназначенной для описания водонасыщенных грунтов, жидкостей с пузырьками газа и других многокомпонентных сред. В этих средах объемные деформации практически обратимы, а касательные напряжения пренебрежимо малы, что позволяет исследовать влияние объемной вязкости, не осложняемое действием других факторов, на закономерности распространения сильных волн.

Различия диаграмм, соответствующих ударному (динамическому) сжатию и равновесному состоянию (статическому сжатию), а также время установления равновесия в этих средах малы.

В данной работе с помощью ЭВМ получено решение задачи о распространении сферической волны, создаваемой взрывом заряда ВВ, в среде с объемной вязкостью, а также для среды без вязкости с диаграммой сжимаемости, соответствующей равновесному состоянию. Подобные результаты для плоских волн получены в [1—3]. В случае сферических волн в неводонасыщенных грунтах необходимо привлечь условие пластичности Мизеса — Шлейхера [4].

Для описания динамических процессов в твердых средах рекомендуются также модели, где вязкостный член вводится в условие пластичности [5] и др.

1. Рассматриваются волны в водонасыщенном грунте — трехкомпонентной среде (твердые частицы, вода, пузырьки газа) на основе модели [1]. Обозначим через α_1, α_2, α_3 содержание по объему газообразного жид-