

УДК 536.24.01

ВЛИЯНИЕ ПЕРЕТЕКАНИЯ ТЕПЛА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ПРОСТРАНСТВЕННОМ ОБТЕКАНИИ ЗАТУПЛЕННОГО ПО СФЕРЕ КОНУСА

В. И. Зинченко, А. Я. Кузин

Научно-исследовательский институт прикладной математики и механики
при Томском государственном университете, 634050 Томск

Путем решения трехмерных прямых и обратных задач исследованы процессы теплообмена при сверхзвуковом пространственном обтекании затупленного по сфере конуса с учетом перетекания тепла по продольной и окружной координатам. Показана перспективность применения высокотеплопроводных материалов для снижения максимальных температур на наветренной стороне обтекаемого тела.

В работах [1–7] показано, что использование высокотеплопроводных материалов и вдува в конструкциях сверхзвуковых летательных аппаратов обеспечивает снижение температуры поверхности в области высоких тепловых нагрузок. Повышение требований к точности определения характеристик теплообмена приводит к необходимости совершенствования математических моделей и методов расчета процессов тепло- и массопереноса в газовой и твердой фазах [8], а также разработки других способов определения характеристик теплообмена, таких как методы решения обратных задач (ОЗ) [9]. Решения ОЗ позволяют контролировать и уточнять решение сопряженной задачи, сократить время счета и незаменимы, когда единственной доступной экспериментальной информацией является температура в отдельных точках или на части поверхности оболочки обтекаемого тела [6, 7]. Однако некорректность ОЗ теплообмена [9] затрудняет решение, поскольку в этом случае требуется разработка и применение специальных регуляризирующих алгоритмов. Трудности решения значительно возрастают в случае неодномерных ОЗ. В то же время использование комбинированных способов тепловой защиты, основанных на одновременном применении высокотеплопроводных материалов и вдува газа, приводит к необходимости разработки соответствующих методов решения многомерных ОЗ.

Влияние перетекания тепла на характеристики теплообмена исследовалось при осесимметричном обтекании [1–3, 6, 7] и при движении под углами атаки [4, 5]. В последнем случае перетекание тепла происходит не только по продольной, но и по окружной координате за счет большого различия интенсивности теплообмена на наветренной и подветренной сторонах. Поэтому для корректного учета процессов теплопереноса необходимо использование трехмерных постановок прямой и обратной задач [10].

В данной работе на основе полной математической постановки задачи прогрева оболочки затупленного по сфере конуса при сверхзвуковом пространственном обтекании высокоэнтальпийным потоком воздуха изложены алгоритмы и результаты решения трехмерных прямой и обратной задач теплообмена. Исходной экспериментальной информацией в ОЗ является температура на тыльной поверхности оболочки как функция продольной и

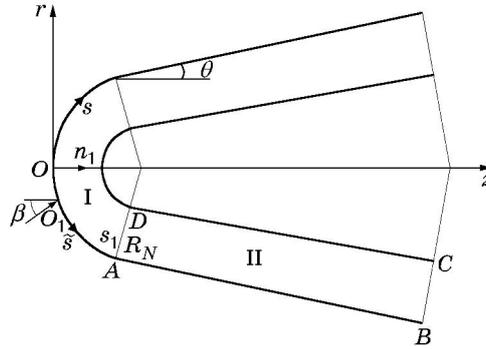


Рис. 1

окружной координат и времени. Исследуется влияние перетекания тепла по продольной и окружной координатам на характеристики теплообмена и пределы применимости решения ОЗ в одно- и двумерной постановках для различных материалов оболочки.

1. Физическая и математическая постановка прямой и обратной задач. Рассматривается прогрев затупленного по сфере конуса при обтекании под углом атаки сверхзвуковым потоком воздуха (рис. 1). Для описания процесса теплообмена в областях I, II используются уравнения теплопроводности в естественной системе координат, связанной с поверхностью тела (начало координат находится в точке пересечения оси симметрии тела с поверхностью):

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{Hr} \left[\frac{\partial}{\partial n_1} \left(Hr \lambda \frac{\partial T}{\partial n_1} \right) + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{r \lambda}{H} \frac{\partial T}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{H}{r} \lambda \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \right], \quad (1.1)$$

$$0 < n_1 < L, \quad 0 < s < s_B, \quad 0 < \eta < \pi, \quad 0 < t \leq t_{fin}.$$

Начальные и граничные условия:

$$T|_{t=0} = T_n; \quad (1.2)$$

$$q_w - \varepsilon \sigma T_w^4 = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n_1} \Big|_w, \quad 0 \leq s \leq s_B; \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial n_1} \Big|_L = 0, \quad 0 \leq s \leq s_C, \quad (1.4)$$

на линии BC

$$\frac{\partial T}{\partial s} = 0, \quad (1.5)$$

в плоскости симметрии

$$\frac{\partial T}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = \frac{\partial T}{\partial \eta} \Big|_{\eta=\pi} = 0. \quad (1.6)$$

Для области I $H = (R_N - n_1)/R_N$, $r = (R_N - n_1) \sin \bar{s}$, для области II $H = 1$, $r = (R_N - n_1) \cos \theta + (s - s_A) \sin \theta$. Здесь $\bar{s} = s/R_N$; $s = s_A + \cos^{-1} \theta [z + (\sin \theta - 1)R_N]$.

Тепловой поток из газовой фазы q_w определяется по формулам работы [11] для пространственного случая при ламинарном и турбулентном режимах течения в пограничном слое:

$$q_w = (\alpha/c_p)(h_r - h_w). \quad (1.7)$$

В системе координат, связанной с точкой торможения O_1 , на сферической части $0 \leq \tilde{s} \leq \tilde{s}_*$ для ламинарного режима течения в пограничном слое

$$\alpha/c_p = 1,05 V_\infty^{1,08} (0,55 + 0,45 \cos 2\tilde{s}) / (R_N/\rho_\infty)^{0,5}, \quad (1.8)$$

$$h_r = h_{e0} [(p_e/p_{e0})^{(\gamma-1)/\gamma} + (u_e/v_m)^2 \text{Pr}^{0,5}],$$

для турбулентного режима течения в области $\tilde{s}_* < \tilde{s} < \tilde{s}_1$

$$\alpha/c_p = 16,4V_\infty^{1,25}\rho_\infty^{0,8}(3,75\sin\tilde{s} - 3,5\sin^2\tilde{s})/[R_N^{0,2}(1+h_w/h_{e0})^{2/3}],$$

$$h_r = h_{e0}[(p_e/p_{e0})^{(\gamma-1)/\gamma} + (u_e/v_m)^2 \text{Pr}^{1/3}]. \quad (1.9)$$

На конической части тела для турбулентного режима течения в области $\tilde{s}_1 \leq \tilde{s} \leq \tilde{s}_B$

$$\alpha/c_p = 16,4V_\infty^{1,25}\rho_\infty^{0,8}2,2(p_e/p_{e0})(u_e/v_m)/[R_N^{0,2}(1+h_w/h_{e0})^{2/3}k^{0,4}r_{2w}^{0,2}]. \quad (1.10)$$

В (1.1)–(1.10) t — время; n_1, s, η — составляющие естественной системы координат; T — температура; p — давление; ρ — истинная плотность; c, λ — коэффициенты теплоемкости и теплопроводности; h — энтальпия; H, r — коэффициенты Ламе цилиндрической системы координат; α/c_p — коэффициент теплоотдачи; R_N — радиус сферического затупления; σ — постоянная Стефана — Больцмана; ε — излучательная способность поверхности обтекаемого материала; \tilde{s}_* — координата точки потери устойчивости в системе координат с началом в точке торможения; q_w — конвективный тепловой поток из газовой фазы; β, θ — углы атаки и конусности; Pr — число Прандтля; L — толщина оболочки; $V_\infty, \rho_\infty, M_\infty$ — скорость движения, плотность и число Маха в набегающем потоке; γ — показатель адиабаты; $u_e/v_m = [1 - (p_e/p_{e0})^{(\gamma-1)/\gamma}]^{0,5}$; $v_m = (2h_{e0})^{0,5}$; $h_{e0} = h_\infty[1 + 0,5(\gamma - 1)M_\infty^2]$; $h_w = b_1T_w + b_2T_w^2/2$; $\tilde{s} = \arccos(\cos\bar{s}\cos\beta + \sin\bar{s}\sin\beta\cos\eta)$. Индексы $e0, w$ соответствуют условиям на внешней границе пограничного слоя в точке торможения и на границе раздела газообразной и твердой фаз, ∞ — в набегающем потоке, in, fin — начальным и конечным параметрам, звездочка — характерным параметрам, черта сверху — безразмерным величинам, L — величинам на внутренней поверхности оболочки.

Трехмерная прямая задача (ПЗ) заключается в определении температуры $T(n_1, s, \eta, t)$, удовлетворяющей уравнению (1.1) в открытой области $D = \{(n_1, s, \eta, t): 0 < n_1 < L, 0 < s < s_B, 0 < \eta < 2\pi, 0 < t \leq t_{fin}\}$, начальным и граничным условиям (1.2)–(1.6) и непрерывной вместе с производными $\partial T(n_1, s, \eta, t)/\partial n_1, \partial T(n_1, s, \eta, t)/\partial s, \partial T(n_1, s, \eta, t)/\partial \eta$ в замкнутой области \bar{D} . Если температура $T(n_1, s, \eta, t)$ в области \bar{D} , за исключением границы $n_1 = L$, неизвестна и требуется найти ее значения, а также конвективный $q_w(s, \eta, t)$ и суммарный $Q_w(s, \eta, t) = q_w(s, \eta, t) - \varepsilon\sigma T_w^4$ тепловые потоки на наветренной и подветренной сторонах по известным начальному (1.2), граничным (1.4)–(1.6) и дополнительному

$$T(L, s, \eta, t) = T_L^{exp}(s, \eta, t) \quad (1.11)$$

условиям, то решается трехмерная граничная ОЗ.

2. Алгоритмы решения прямой и обратной задач. Трехмерная ПЗ теплообмена решалась методом расщепления по пространственным переменным n_1, s, η [12]. Одномерные уравнения теплопроводности, получаемые в результате расщепления на каждом временном слое, рассчитывались итерационно-интерполяционным методом (ИИМ) [13]. Так как при движении тела под углом атаки условие симметрии в точке $s = 0$ не выполняется, расчет температуры в направлении s производился с переменным шагом насквозь для наветренной и подветренной сторон с выполнением в точке $s = 0$ условий равенства температур и тепловых потоков (условий “сшивки”). В результате окружная координата η изменялась в диапазоне от 0 до $\pi/2$, а температура для других значений η определялась с использованием условий симметрии при $\eta = 0$ и $\eta = \pi$, что значительно сократило время счета задачи. Достоинство предлагаемого алгоритма решения ПЗ состоит в его технологичности, поскольку условия “сшивки” заложены в схеме ИИМ и при расчете температуры автоматически используются в каждом узле разностной сетки по пространственным переменным, в том числе на стыке сфера — конус в случае различия материалов сферической и конической частей. Полученные системы разностных уравнений для определения температуры в направлениях n_1, s решались методом немонотонной, а в направлении η — методом циклической прогонки [14] с итерациями по коэффициентам с заданной точностью.

Решение трехмерной ОЗ, как и решение трехмерной ПЗ, на каждом временном слое проводилось в три этапа с использованием метода расщепления по пространственным переменным. На первом этапе определялась температура в направлении n_1 . Для этого использовалась разностная схема, полученная в результате аппроксимации производных из [6, 7] и дающая хорошие результаты при решении одномерных ОЗ [15]. В результате для нахождения температуры в направлении n_1 для любых j, k получено рекуррентное соотношение

$$A_{i+1,j,k}T_{i+2,j,k} + B_{i+1,j,k}T_{i+1,j,k} + C_{i+1,j,k}T_{i,j,k} = D_{i+1,j,k}. \quad (2.1)$$

Здесь $A_{i+1,j,k} = (F_{1,i+2,j,k} + F_{1,i+1,j,k})/(2h_{n_1}^2) + F_{2,i+1,j,k}/(2h_{n_1})$; $B_{i+1,j,k} = -(F_{1,i+2,j,k} + 2F_{1,i+1,j,k} + F_{1,i,j,k})/(2h_{n_1}^2) - F_{5,i+1,j,k}/h_t + F_{3,i+1,j,k}$; $C_{i+1,j,k} = (F_{1,i+1,j,k} + F_{1,i,j,k})/(2h_{n_1}^2) - F_{2,i+1,j,k}/(2h_{n_1})$; $D_{i+1,j,k} = -(F_{5,i+1,j,k}/h_t)T_{i+1,j,k}^{m-1} + F_{4,i+1,j,k}$; индексы i, j, k, m соответствуют номерам текущих узлов разностной сетки в направлениях n_1, s, η, t ($i = \overline{1, I}, j = \overline{1, J}, k = \overline{1, K}, m = \overline{1, M}$); h_{n_1}, h_t — шаги разностной сетки по переменным n_1, t ; F_1, F_2, F_3, F_4, F_5 — коэффициенты уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial}{\partial n_1} \left(F_1 \frac{\partial T}{\partial n_1} \right) + F_2 \frac{\partial T}{\partial n_1} + F_3 T = F_4 + F_5 \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (2.2)$$

вид которых определяется постановкой задачи. Уравнения такого вида использовались и при получении разностных схем ИИМ в направлениях s, η .

Нелинейное рекуррентное соотношение (2.1) применялось для нахождения температуры в i -м узле разностной сетки по известной температуре в $(i+1)$ -м и $(i+2)$ -м узлах. Полученная в i -м узле температура уточнялась с помощью итераций по коэффициентам. В качестве начального приближения использовалась известная температура в $(i+1)$ -м узле. Процесс счета начинался с определения температуры в $(I-2)$ -м узле. Температура в I -м узле задавалась экспериментальной функцией $T_L^{exp}(s, \eta, t)$ из (1.11), а в $(I-1)$ -м узле определялась из конечно-разностного аналога условия (1.4). С использованием соотношения (2.1) при $i = I-2, I-1, \dots, 1$ последовательно находилась температура во всех узлах разностной сетки в направлении n_1 для произвольного (j, k) -го луча. Температурное поле во всей оболочке определялось путем применения данной процедуры для $\forall j = \overline{1, J}, k = \overline{1, K}$.

На втором этапе с использованием найденной на первом этапе температуры в качестве начального условия на том же временном слое с помощью ИИМ определялась температура в направлении s . Система разностных уравнений с трехдиагональной матрицей, полученная по схеме ИИМ для уравнения общего вида (2.2) с самыми общими граничными условиями, включая условия первого, второго и третьего рода, приведена в [13].

На третьем этапе в пределах рассматриваемого временного слоя определялась температура в направлении η . Использовалась разностная схема ИИМ с учетом условия цикличности при $\eta = 2\pi$. Температура на первой трети каждого временного слоя на тыльной поверхности оболочки, используемая в качестве граничного условия для расчета температуры в направлении n_1 , выбиралась из условия равенства в конце этого временного слоя экспериментальной температуры (1.11) и расчетной, получаемой по завершении решения ОЗ. Затем осуществлялся переход на следующий временной слой, и описанная выше процедура определения температуры повторялась. По найденному температурному полю определялся суммарный $Q_w(s, \eta, t)$ и конвективный $q_w(s, \eta, t)$ тепловые потоки.

Заложенные в алгоритме ОЗ метод расщепления и неявная разностная схема ИИМ, повышающая по сравнению с явными схемами его вязкостные свойства, позволяют использовать этот алгоритм в широком временном диапазоне для исследования как быстропротекающих, так и длительных процессов теплообмена. Если погрешность задания исходной температуры $T_L^{exp}(s, \eta, t)$ такова, что появляются нежелательные осцилляции решения

ОЗ, то ее необходимо сглаживать, например с помощью кубических сплайн-функций [16], одно- и двумерных кубических В-сплайнов [17] либо с использованием метода регуляризации А. Н. Тихонова [18]. При необходимости на втором и третьем этапах решение можно регуляризовать. В этом случае для полученной ИИМ системы разностных уравнений, например в направлении s :

$$\begin{aligned} B_{i,1,k}T_{i,1,k} + C_{i,1,k}T_{i,2,k} &= D_{i,1,k}, \\ A_{i,j,k}T_{i,j-1,k} + B_{i,j,k}T_{i,j,k} + C_{i,j,k}T_{i,j+1,k} &= D_{i,j,k}, \quad j = \overline{2, J-1}, \\ A_{i,J,k}T_{i,J-1,k} + B_{i,J,k}T_{i,J,k} &= D_{i,J,k}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

записывается функционал А. Н. Тихонова

$$\begin{aligned} \Phi_{i,j,k}(\alpha) &= \sum_{j=2}^{J-1} (A_{i,j,k}T_{i,j-1,k} + B_{i,j,k}T_{i,j,k} + C_{i,j,k}T_{i,j+1,k} - D_{i,j,k})^2 + \\ &+ (B_{i,1,k}T_{i,1,k} + C_{i,1,k}T_{i,2,k} - D_{i,1,k})^2 + (A_{i,J,k}T_{i,J-1,k} + B_{i,J,k}T_{i,J,k} - D_{i,J,k})^2 + \\ &+ \frac{\alpha k_1}{h_{s,j}^2} \sum_{j=1}^J (T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k})^2 + \frac{\alpha k_2}{h_{s,j}^2} \sum_{j=1}^J \left(\frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}}{h_{s,j}} - \frac{T_{i,j,k} - T_{i,j-1,k}}{h_{s,j-1}} \right)^2. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Здесь $h_{s,j} = (h_{s,j-1} + h_{s,j})/2$; $h_{s,j}$ — шаги по переменной s ; α — параметр регуляризации; k_1, k_2 — некоторые неотрицательные числа; коэффициенты системы (2.3) приведены в [13].

После минимизации (2.4) по всем $T_{i,j,k}$ ($j = \overline{1, J}$) для определения температуры в направлении s при фиксированных i, k , как и в [6], получается система нелинейных алгебраических уравнений с симметричной пятидиагональной положительно-определенной матрицей, которая решается методом немонотонной прогонки [14] с итерациями по коэффициентам.

Параметр регуляризации α определяется по принципу невязки

$$\left[\sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J (T_{L,j,k,m} - T_{L,j,k,m}^{exp})^2 \right]^{0,5} - \delta = 0.$$

Здесь $\delta = \left(\sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^J \sigma_{j,k,m}^2 \right)^{0,5}$ — интегральная погрешность задания входной температуры; $\sigma_{j,k,m}$ — средняя квадратичная погрешность функции $T_L^{exp}(s, \eta, t)$ в узлах разностной сетки; $T_{L,j,k,m}$ ($j = \overline{1, J}, k = \overline{1, K}, m = \overline{1, M}$) — расчетная температура в узлах разностной сетки на тыльной поверхности оболочки, полученная в результате решения трехмерной ПЗ при задании на границе $n_1 = 0$ теплового потока $Q_w(T_w)$, найденного из решения ОЗ.

3. Результаты численных расчетов. Тестирование пространственной ПЗ проводилось путем сравнения с результатами работы [5], а ОЗ — сравнением с “точным” решением, в качестве которого использовалось численное решение пространственной ПЗ. Отдельные программные модули, такие как решение уравнения параболического типа (2.2), решение систем алгебраических уравнений с трех- и пятидиагональными матрицами и др., тестировались на известных аналитических решениях [13, 14]. Использовалась расчетная сетка $11 \times 41 \times 13$, при этом время решения опорного трехмерного варианта ПЗ до выхода на стационарный режим ($t = 200$ с) составило примерно 8 мин (расчеты велись на компьютере Pentium-2). Сгущение узлов пространственной сетки в два раза приводило к изменению

результата не более чем на 0,5 %. При работе с массивами данных применялся аппарат одно- и двумерных интерполирующих и аппроксимирующих кубических сплайнов. В пограничном слое рассматривался смешанный режим течения: ламинарный на сферической оболочке в окрестности точки торможения и турбулентный на остальной части сферической оболочки и конусе. Использовалась распространенная модель точечного перехода от ламинарного режима течения к турбулентному. Точка перехода \bar{s}_* определялась из условия смены знака разности значений α/c_p для ламинарного (1.8) и турбулентного (1.9) режимов течения при изменении \bar{s} от 0 до \bar{s}_1 и зависела от параметров, входящих в формулы (1.8), (1.9).

Серийные расчеты проводились для определяющих параметров, взятых из работы [5]: $b_1 = 965,5$, $b_2 = 0,147$, $T_{in} = T_\infty = 300$ К, $c_{p\infty} = 10^3$ Дж/(кг·К), $L = 0,005$ м, $\varepsilon = 0,85$, $R_N = 0,0185$ м, $\rho_\infty = 0,208$ кг/м³, $V_\infty = 2080$ м/с, $\beta = 20^\circ$, $\theta = 5^\circ$, $\gamma = 1,4$, $M_\infty = 6$, $Pr = 0,72$.

Рассматривались материалы оболочки с большим диапазоном теплофизических характеристик: медь ($\lambda = 386$ Вт/(м·К), $\rho = 8950$ кг/м³, $c = 376$ Дж/(кг·К)), углепластик ($\lambda = 0,75$ Вт/(м·К), $\rho = 1350$ кг/м³, $c = 1062$ Дж/(кг·К)), сталь ($\lambda = 20$ Вт/(м·К), $\rho = 7800$ кг/м³, $c = 600$ Дж/(кг·К)). Распределение давления на поверхности тела p_e/p_{e0} находилось из решения пространственной газодинамической задачи [19].

На рис. 2–4 представлены результаты решения трехмерных ПЗ, на рис. 5, 6 — ОЗ теплообмена. На рис. 2 приведены зависимости стационарной ($t = 200$ с) температуры поверхности $T_{w,st}$ от координаты \bar{s} на наветренной и подветренной сторонах плоскости симметрии для меди (кривая 1), стали (кривая 2) и углепластика (кривая 3). Кривая 4 соответствует распределению радиационной равновесной температуры $T_{w,eq}$, находящейся из уравнений сохранения энергии на сферической и конической поверхностях $q_w = \varepsilon\sigma T_{w,eq}^4$ и определяющей максимально достижимую температуру поверхности в отсутствие перетекания тепла в продольном и окружном направлениях. Как и следовало ожидать, наибольшее перетекание тепла наблюдается для меди, а наименьшее — для углепластика. Для углепластика стационарная температура поверхности незначительно отличается от радиационной равновесной, поскольку процесс нагрева для него близок к одномерному. Вследствие перетекания тепла по продольной и окружной координатам стационарная температура поверхности для меди значительно превышает радиационную равновесную температуру на подветренной стороне и более чем на 100 К ниже ее на наветренной. Для стали отличие стационарной температуры поверхности от радиационной равновесной проявляется только на подветренной стороне и незначительно на наветренной. Результаты расчета стационарного режима при $\lambda \rightarrow \infty$ показывают, что происходит выравнивание температурного профиля в обтекаемом материале (прямая линия 5). Наибольшее значение

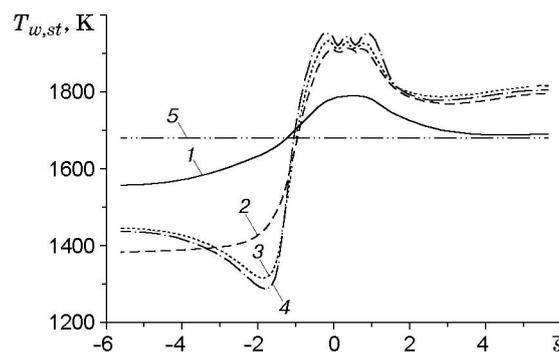


Рис. 2

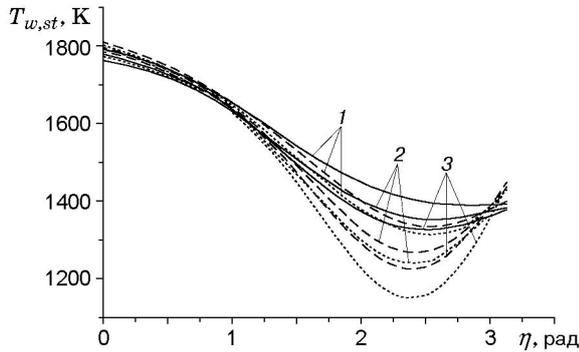


Рис. 3

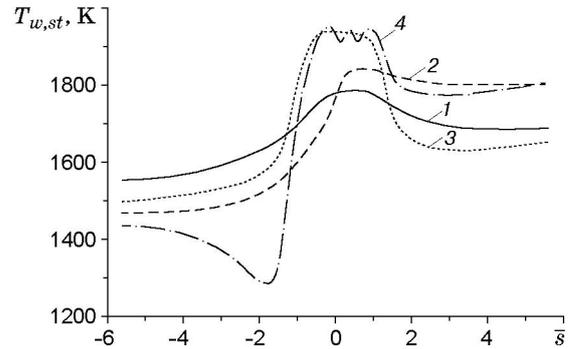


Рис. 4

стационарной температуры поверхности для всех рассматриваемых материалов наблюдается в области максимального теплового потока для турбулентного режима течения в пограничном слое вблизи точки торможения.

На рис. 2 стационарная температура поверхности для стали на периферийной части конуса на подветренной стороне ниже радиационной равновесной. Для объяснения этого эффекта проведены численные расчеты по ее определению для одно- и двумерного случаев. На рис. 3 показана зависимость стационарной температуры поверхности $T_{w,st}$ от η для стали в точках с координатами $\bar{s} = 3,12; 4,36; 5,59$ (кривые 1–3). Сплошные линии — результаты решения в рамках трехмерной модели, штриховые — двумерной, пунктирные — одномерной модели. В стационарном случае для принятых граничных условий температура, полученная в рамках одномерной модели, совпадает со значением $T_{w,eq}$. Зависимость $T_{w,st}(\eta)$ на периферийной части конуса на подветренной стороне немонотонна вследствие того, что тепловой поток q_w имеет минимум на подветренной стороне при $\eta \approx 2,5$ рад, обусловленный распределением давления на внешней границе пограничного слоя. Это приводит к снижению температуры в этой области за счет перетекания тепла в окружном направлении.

Проведено численное исследование влияния перетекания тепла на характеристики теплопереноса в оболочках из меди, стали и углепластика. Задача прогрева решалась в одно-, дву- и трехмерной постановках. Показано, что для углепластиковой оболочки неучет перетекания тепла по координатам \bar{s}, η приводит к максимальной относительной ошибке в определении стационарной температуры поверхности 1–2 %, для стальной оболочки эта ошибка возрастает до 5–8 % на подветренной стороне и не превышает 1–3 % на наветренной. Наиболее существенно влияние перетекания тепла проявляется в случае медной оболочки. На рис. 4 показана зависимость $T_{w,st}(\bar{s})$ для медной оболочки в плоскости симметрии, полученная с учетом переноса тепла по n_1, \bar{s}, η (кривая 1), n_1, \bar{s} (кривая 2), n_1, η (кривая 3), n_1 (кривая 4). Как отмечено выше, кривая 4 совпадает с зависимостью $T_{w,eq}(\bar{s})$, что является одним из подтверждений правильности алгоритма и программы.

На рис. 5 показано распределение суммарного теплового потока по обводу в плоскости симметрии в моменты времени $t = 1$ с (кривые 1) и $t = 5$ с (кривые 2) для медной оболочки. Сплошные линии — “точное” решение трехмерной ОЗ, штриховые — численное. Учитывая трехмерность процесса теплопереноса и сложную немонотонную зависимость $Q_w(\bar{s})$, точность восстановления теплового потока можно считать хорошей. Достаточно высокой является и точность восстановления стационарного конвективного теплового потока, при этом его максимальное значение по сравнению с начальным снижается в несколько раз и составляет примерно $1,2 \cdot 10^6$ Вт/м². Штрихпунктирными линиями на рис. 5 показана зависимость $Q_w(\bar{s})$, полученная из решения одномерной, а пунктирными — двумерной ОЗ

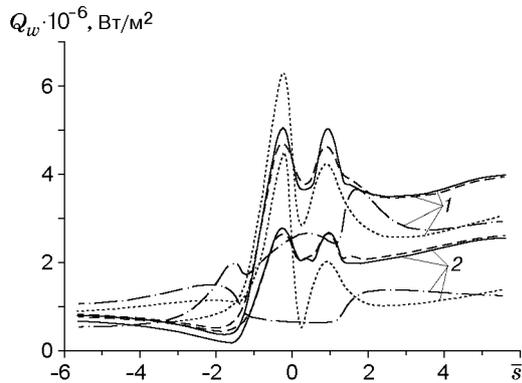


Рис. 5

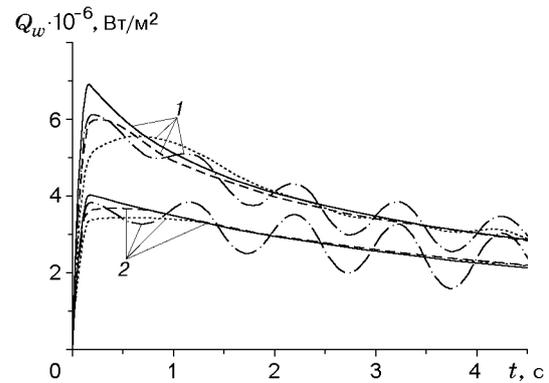


Рис. 6

при неучете перетекания тепла по окружной координате η . Во всех вариантах расчета исходными данными для ОЗ являлось “точное” решение трехмерной ПЗ. Шаг по времени в ОЗ принимался равным 0,01 с. Анализ рис. 5 показывает, что неучет перетекания тепла по продольной и окружной координатам приводит к большим ошибкам в определении теплового потока. При этом изменяется поведение зависимости $Q_w(\bar{s})$. Полученные результаты позволяют сделать вывод о необходимости использования трехмерных алгоритмов ОЗ при восстановлении теплового потока в оболочку, выполненную из высокотеплопроводного материала.

На рис. 6 показано влияние ошибок при задании исходной температуры на решение ОЗ. В качестве примера исходная температура, заданная в десяти точках по времени с шагом 0,5 с, “возмущалась” по времени по пилообразному закону с амплитудой, составляющей 1 % ее текущих значений. Сплошными линиями показаны “точные” зависимости теплового потока от времени, штриховыми — полученные из решения ОЗ с невозмущенной исходной температурой, штрихпунктирными и пунктирными линиями — с возмущенной температурой без ее предварительного сглаживания или регуляризации решения (штрихпунктирные) и с учетом сглаживания по методу регуляризации А. Н. Тихонова (пунктирные). Все зависимости теплового потока от времени приведены в плоскости симметрии в точках с координатами $\bar{s} = 0,89$ (кривые 1) и $\bar{s} = 1,04$ (кривые 2). Полученные результаты свидетельствуют о широких возможностях предложенного алгоритма решения трехмерной ОЗ.

Таким образом, на основе разработанных алгоритмов решения трехмерных прямой и обратной задач теплообмена исследовано влияние перетекания тепла по продольной и окружной координатам на характеристики теплообмена. Проанализировано влияние коэффициента теплопроводности на снижение максимальных температур на наиболее теплонапряженной наветренной стороне оболочки обтекаемого тела и оценены пределы применимости упрощенных одно- и двумерных моделей при восстановлении тепловых потоков и температур нагреваемой поверхности для высокотеплопроводных материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Башкин В. А., Решетько С. М. Расчет максимальной температуры затупления с учетом теплопроводности материала // Учен. зап. ЦАГИ. 1989. Т. 20, № 5. С. 53–59.
2. Башкин В. А., Решетько С. М. Температурный режим затупленных клиньев и конусов в сверхзвуковом потоке с учетом теплопроводности материала стенки // Учен. зап. ЦАГИ. 1990. Т. 21, № 4. С. 11–17.

3. **Зинченко В. И., Катаев А. Г., Якимов А. С.** Исследование температурных режимов обтекаемых тел при вдуве газа с поверхности // ПМТФ. 1992. № 6. С. 57–64.
4. **Зинченко В. И., Лаева В. И., Сандрыкина Т. С.** Расчет температурных режимов обтекаемых тел с различными теплофизическими характеристиками // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 5. С. 106–114.
5. **Зинченко В. И., Якимов А. С.** Исследование характеристик теплообмена при обтекании затупленного по сфере конуса под углом атаки и вдуве газа с поверхности затупления // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 4. С. 162–169.
6. **Зинченко В. И., Кузин А. Я.** Идентификация процессов теплообмена при сверхзвуковом обтекании затупленного по сфере конуса методами решения обратных задач теплопроводности // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 6. С. 105–112.
7. **Зинченко В. И., Кузин А. Я.** Исследование процессов теплообмена при сверхзвуковом обтекании затупленного по сфере конуса с учетом вдува газа-охлаждителя // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 5. С. 123–132.
8. **Зинченко В. И.** Математическое моделирование сопряженных задач тепломассообмена. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1985.
9. **Алифанов О. М.** Обратные задачи теплообмена. М.: Машиностроение, 1988.
10. **Зинченко В. И., Кузин А. Я.** Исследование теплового состояния затупленного по сфере конуса при гиперзвуковом пространственном обтекании методами решения прямых и обратных задач тепло- и массообмена // Тепломассообмен ММФ-2000: Тр. IV Междунар. форума по тепломассообмену, Минск, 22–26 мая 2000 г. Минск: Ин-т тепло- и массообмена НАНБ, 2000. Т. 3. С. 83–90.
11. **Землянский Б. А., Степанов Г. Н.** О расчете теплообмена при пространственном обтекании тонких затупленных конусов гиперзвуковым потоком воздуха // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1981. № 5. С. 173–177.
12. **Яненко Н. Н.** Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1967.
13. **Гришин А. М., Кузин А. Я., Миков В. Л. и др.** Решение некоторых обратных задач механики реагирующих сред. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1987.
14. **Самарский А. А., Николаев Е. С.** Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978.
15. **Кузин А. Я.** Идентификация процессов тепломассопереноса в реагирующих средах // Сопряженные задачи механики и экологии: Избр. докл. междунар. конф., Томск, 4–9 июля 1998 г. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2000. С. 190–205.
16. **Reinsch С. Н.** Smoothing by spline functions // Numer. Math. 1967. Bd 10. S. 177–183.
17. **Завьялов Ю. С., Квасов Б. И., Мирошниченко В. Л.** Методы сплайн-функций. М.: Наука, 1980.
18. **Алифанов О. М., Занцев В. К., Панкратов Б. М. и др.** Алгоритмы диагностики тепловых нагрузок летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1983.
19. **Антонов В. А., Гольдин В. Д., Пахомов Ф. М.** Аэродинамика тел со вдувом. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990.

*Поступила в редакцию 6/VI 2001 г.,
в окончательном варианте — 29/VIII 2001 г.*