РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ РАЗРАБОТКИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

2020 № 2

ГОРНАЯ ТЕПЛОФИЗИКА

УДК 622.253

ИССЛЕДОВАНИЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В ОБВОДНЕННОМ ПОРОДНОМ МАССИВЕ В УСЛОВИЯХ ИСКУССТВЕННОГО ЗАМОРАЖИВАНИЯ

М. А. Семин, Л. Ю. Левин, М. С. Желнин, О. А. Плехов

Горный институт Уральского отделения РАН,
E-mail: seminma@outlook.com, *ул. Сибирская, 78а, 614007, г. Пермь, Россия*

Проведено теоретическое исследование неизотермической естественной конвекции поровых вод в замораживаемом породном массиве. Разработана математическая модель проницаемого водонасыщенного слоя породного массива в условиях искусственного замораживания. Изучена фаза активного замораживания породного массива. Сделанные модельные упрощения позволили перейти к двумерной осесимметричной задаче. Численными расчетами получены критические значения числа Рэлея, при которых естественная конвекция поровых вод оказывает существенное влияние на поле температуры и положение фронта фазового перехода. Определены три возможных конвективных режима поровых вод, обусловленных знакопеременностью коэффициента теплового расширения.

Искусственное замораживание пород, естественная конвекция, пористая среда, фильтрация подземных вод, математическое моделирование, ледопородное ограждение

DOI: 10.15372/FTPRPI20200218

Технология искусственного замораживания породного массива широко применяется при строительстве горных выработок и тоннелей в условиях высокой обводненности грунтов и горных пород. Суть данной технологии состоит в бурении контура замораживающих скважин вокруг строящейся выработки, установки в них колонок и организации циркуляции хладоносителя по ним. В результате контакта замораживающих колонок с обводненным породным массивом последний начинает постепенно замерзать, вследствие чего понижается его гидродинамическая проводимость и повышается механическая прочность [1, 2].

Породный массив, подверженный термическому воздействию со стороны замораживающих колонок, условно можно разделить на зону льда и зону охлаждения [1]. В ряде работ выделяется третья зона — квазиравновесная двухфазная зона, когда в поровом пространстве массива содержится как лед, так и незамерзшая вода, — такая зона обычно именуется “mushy zone” [3, 4]. Если в зоне льда теплоперенос происходит только посредством механизма тепло-

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта (№ 17-11-01204).

проводности, то в зоне охлаждения и в двухфазной зоне помимо теплопроводности возможен конвективный теплоперенос. Конвективный теплоперенос может быть связан с наличием естественного поля скоростей в проницаемом породном массиве, вызванном особенностями водного режима грунтов и слоев горных пород [5].

В большинстве публикаций по искусственному замораживанию породного массива рассматривается только вынужденная конвекция [3, 5 – 7], в то время как естественной конвекции не уделено практически никакого внимания. Исследования естественной конвекции применительно к мерзлым грунтам и горным породам в общем случае описаны в [8 – 10]. В [8] проводится теоретическое исследование влияния течения грунтовых вод на формирование ледопородного ограждения. Основное внимание в ней уделено изучению вынужденной конвекции, также затронут вопрос о влиянии естественной конвекций в проницаемом слое пород на форму ледопородного ограждения. В [9, 10] анализируется тепловой режим грунтов в условиях вечной мерзлоты. Однако проведенные исследования имеют частный характер, а результаты показывают, что при определенных гидрогеологических условиях естественная конвекция способна приводить к существенным искажениям поля температур в вечномерзлых грунтах.

В условиях искусственного замораживания грунтов и породного массива влияние естественной конвекции на скорость Дарси может быть оценено следующим образом. Рассмотрим слой породного массива толщиной (мощностью) h (рис. 1). Пусть в начальный момент времени температура массива распределена однородно и составляет T_0, а на границе массива с замораживающей колонкой $r = R_{fb}$ всегда поддерживается постоянная температура $T_1 < T_0$. В результате перетока теплоты к левой границе происходит постепенное охлаждение массива, вследствие чего его температура изменяется. В каждый момент времени эпюра температуры вдоль координаты r имеет вид, близкий к экспоненциальному [11]. На некотором удалении от левой границы области температура становится практически неотличима от начальной.

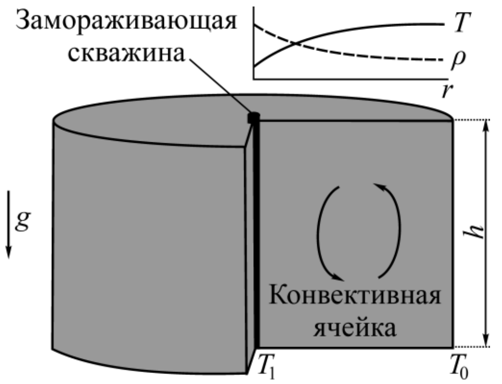

Рис. 1. Естественная конвекция в вертикальном срезе породного массива

В условиях наличия поля силы тяжести и при отличной от нуля проницаемости слоя породного массива в нем начинает происходить естественная конвекция, а задача о поиске распределения температуры и скорости флюида в целом становится похожа на известную задачу Гершуни (задачу о конвекции в вертикальном слое при тепловом воздействии сбоку) [12].

Перепад давления Δp в слое породного массива, вызванный горизонтальным градиентом температуры, рассчитывается следующим образом:

$$\Delta p = \rho_0 \beta (T_0 - T_1) g h = \rho_0 \beta \Delta T g h , \qquad (1)$$

где ρ_0 — плотность поровой воды в естественных условиях (при температуре T_0), кг/м^3; β — средний коэффициент теплового расширения воды в температурном интервале (T_1, T_0), 1/°С; g — ускорение свободного падения, м/с^2. Использован термин “средний коэффициент теплового расширения”, поскольку он является функцией температуры, немонотонной и имеющей максимум при $T \approx 4$ °С.

Скорость фильтрации, которая образуется в водонасыщенном проницаемом слое породного массива, находится с помощью формулы Дарси:

$$V = \frac{K}{\mu}\frac{\Delta p}{L} = \frac{K\rho_0\beta\Delta Tgh}{\mu L}, \tag{2}$$

здесь K — проницаемость породы, м^2; μ — динамическая вязкость воды, Па·с; L — характерная длина, на которой происходит изменение давления на величину Δp, м.

Если с помощью (2) оценить скорость фильтрации воды в слое песка, то получим значение $8.8 \cdot 10^{-7}$ м/с, или 76 мм/сут. Величина проницаемости для песка взята на основании данных инженерно-геологических изысканий для условий промплощадки строящегося калийного рудника в Республике Беларусь. Ниже представлены физические и геометрические параметры задачи:

Проницаемость, м^2	$15.3 \cdot 10^{-12}$
Плотность воды, кг/м^3	999.7
Средний коэффициент теплового расширения воды, 1/°С	$7.5 \cdot 10^{-6}$
Динамическая вязкость, Па·с	0.0013
Перепад температур в слое пород, °С	10
Высота слоя пород, м	10
Характерная длина, м	1
Скорость фильтрации по Дарси, м/с	$8.8 \cdot 10^{-7}$

По оценкам [5], скорость фильтрации 10 мм/сут и выше приводит к существенному изменению поля температур породного массива, а скорость фильтрации выше 50 мм/сут влияет на положение фронта фазового перехода при замораживании породного массива. Представленные параметры являются частным случаем, на практике могут встречаться слои горных пород с большими проницаемостями и пористостями, приводящими к большим значениям скорости фильтрации. Таким образом, учет естественной конвекции подземных вод в поровом пространстве замораживаемого породного массива является важным аспектом.

Цель настоящей работы — теоретическое исследование различных режимов естественной конвекции подземных вод в проницаемом породном массиве при искусственном замораживании. Ставилась практическая задача о влиянии конвективных течений подземных вод на параметры ледопородного ограждения, предохраняющего строящуюся горных выработку от затопления.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Первые теоретические исследования естественной конвекции флюидов при их замерзании внутри вертикального домена, заполненного пористой средой, представлены в [13, 14]. Если в [13] для численного конечно-элементного расчета тепломассопереноса использовался подход, основанный на явном выделении фронта фазового перехода, то в [14] — энтальпийный подход и метод конечных объемов.

В данной статье для разработки математической модели применяется энтальпийный подход. Это обусловлено возможностью моделировать промежуточную зону фазового перехода, в которой лед и вода находятся в квазиравновесном состоянии, а также относительной простотой численной реализации по сравнению с методами с явным выделением фронта фазового перехода. В этом случае фазовый переход поровой воды протекает в заданном конечном интервале температур T_{sol}; T_{liq}.

Следует отметить, что отличие температур T_{liq} и T_{sol} начала и конца кристаллизации поровой воды в массиве может быть связано с минерализованностью воды [15]. Температуры T_{liq} и T_{sol} обычно определяются эмпирически путем выполнения одного или нескольких циклов замораживания и оттаивания образцов горных пород.

Рассматривается случай единственной замораживающей колонки. Колонка ориентирована вертикально и проходит через слой породного массива толщиной h. В начальный момент времени породный массив имеет однородное распределение температуры. Теплофизические и гидравлические его свойства считаются однородными и изотропными. Исследуется фаза активного замораживания массива [1] (физическое время до полугода). Предполагается, что слой породного массива имеет достаточно большую толщину — таким образом становится возможным пренебречь тепловым влиянием соседних с ним слоев. Также предполагается, что соседние слои (верхний и нижний) являются гидравлически непроводимыми. Сделанные допущения позволяют перейти к двумерной постановке задачи в цилиндрических координатах (r, z). Геометрия расчетной области, представляющей собой вертикальный срез слоя породного массива, приведена на рис. 2.

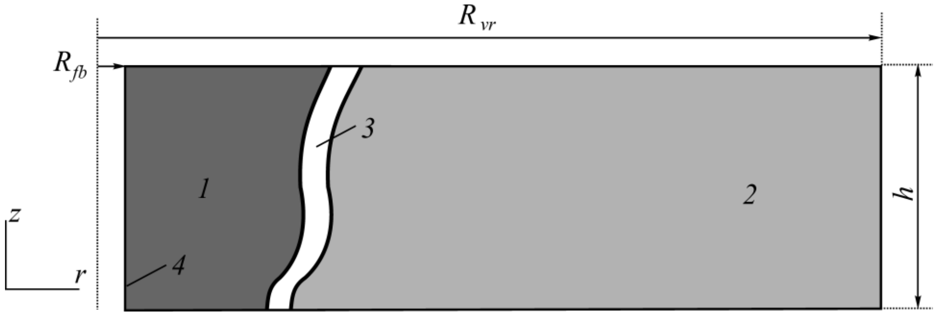

Рис. 2. Геометрия расчетной области: *1* — зона льда; *2* — зона охлаждения; *3* — зона фазового перехода (mushy zone); *4* — граница с замораживающей колонкой

Прежде всего, делается переход от размерных переменных r, z, t, T к безразмерным R', Z', Fo, T' с помощью следующих формул:

$$R' = rh\,,\; Z' = zh\,,\; t' = \mathrm{Fo} = \frac{\lambda_2 t}{\rho_2 c_2 h^2}\,,\; T' = \frac{T - T_{liq}}{T_0 - T_{liq}}\,, \tag{3}$$

где t — физическое время, с; ρ — плотность массива, кг/м^3; c — удельная массовая теплоемкость массива, Дж/(°С·кг); λ — теплопроводность массива, Вт/(м·°С); T_{liq} — температура начала кристаллизации поровой воды (температура ликвидуса), °С; T_0 — температура непотревоженного массива, °С; Fo — число Фурье (безразмерное время); индекс “2” соответствует породам в зоне охлаждения, а индекс “1” — в зоне льда. Здесь и далее безразмерные величины обозначаются штрихом.

В этом случае безразмерная система уравнений, описывающая кондуктивный и конвективный перенос теплоты в вертикальном слое обводненного породного массива с учетом фазовых превращений поровой воды, записывается так:

$$\frac{\partial H'}{\partial \mathrm{Fo}} + \mathrm{Pr}\left(V_r' \frac{\partial H'}{\partial R'} + V_z' \frac{\partial H'}{\partial Z'} \right) = \frac{1}{R'} \frac{\partial}{\partial R'}\left(\lambda' R' \frac{\partial T'}{\partial R'} \right) + \frac{\partial}{\partial Z'}\left(\lambda' \frac{\partial T'}{\partial Z'} \right), \tag{4}$$

$$\lambda'(\gamma) = (1-\gamma)\frac{\lambda_1}{\lambda_2} + \gamma,$$

$$H'(T') = \begin{cases} T' + \dfrac{1}{\mathrm{Ste}}, & 0 \le T', \\ \dfrac{\gamma}{\mathrm{Ste}}, & T'_{sol} \le T' < 0, \\ \dfrac{c_1}{c_2}(T' - T'_{sol}), & T' < T'_{sol}, \end{cases} \tag{5}$$

$$T'_{sol} = \frac{T_{sol} - T_{liq}}{T_0 - T_{liq}},$$

$$\gamma(T') = \begin{cases} 1, & 0 \le T', \\ \dfrac{T'_{sol} - T'}{T'_{sol}}, & T'_{sol} \le T' < 0, \\ 0, & T' < T'_{sol}, \end{cases} \tag{6}$$

$$\left[\frac{\partial T'}{\partial R'} - \mathrm{Bi}(T'_{fb} - T') \right]\Bigg|_{R'=R'_{fb}} = 0, \tag{7}$$

$$T'\big|_{R'=R'_{vr}} = 1,$$

$$\left.\frac{\partial T'}{\partial Z'}\right|_{Z'=0} = \left.\frac{\partial T'}{\partial Z'}\right|_{Z'=1} = 0, \tag{8}$$

$$T'\big|_{\mathrm{Fo}=0} = 1, \quad \mathrm{Bi} = \frac{\alpha h}{\lambda_1}, \quad \mathrm{Ste} = \frac{c_2(T_0 - T_{liq})}{Lw}, \quad \mathrm{Pr} = \frac{\nu \rho c_2}{\lambda_2}. \tag{9}$$

Здесь H' — удельная энтальпия породного массива; Pr — число Прандтля; V_r' — скорость Дарси поровых вод по оси R'; V_z' — скорость фильтрации поровых вод по оси Z'; γ — доля воды в поровом объеме породного массива; Ste — число Стефана; T_{sol} — температура конца кристаллизации поровой воды (температура солидуса); Bi — число Био; T_{fb} — температура хладоносителя в замораживающей колонке; R'_{fb} — радиус замораживающей колонки; R'_{vr} — внешний радиус расчетной области; w — начальное объемное содержание воды в породах, м^3/м^3; L — удельная теплота фазового перехода поровой воды, Дж/кг; α — коэффициент теплоотдачи на границе замораживающей колонки с массивом, Вт/(м^2·°С); ν — кинематическая вязкость поровой воды, м^2/с.

Безразмерные компоненты V_r' и V_z' вектора скорости фильтрации по осям R' и Z' и безразмерное гидростатическое давление P' связаны со своими размерными аналогами согласно следующим формулам:

$$V_r = V_r' \frac{\nu}{h}, \quad V_z = V_z' \frac{\nu}{h}, \tag{10}$$

$$P = P' \frac{\rho_{liq} \nu^2}{h^2}. \tag{11}$$

где ρ_{liq} — плотность поровой воды, кг/м^3.

Функции V_r', V_z' и P' определяются в результате решения обезразмеренной системы уравнений Дарси и неразрывности с соответствующими граничными условиями:

$$\frac{\partial P'}{\partial R'} = \frac{1}{\mathrm{Da} k_r} V_r', \tag{12}$$

$$\frac{\partial P'}{\partial Z'} + \frac{g h^3}{\nu^2} = \frac{1}{\mathrm{Da} k_r} V_z', \tag{13}$$

$$\frac{1}{R'} \frac{\partial}{\partial R'} (R' V_r') + \frac{\partial V_z'}{\partial Z} = 0, \tag{14}$$

$$V_z' \Big|_{Z'=0} = V_z' \Big|_{Z'=1} = 0, \tag{15}$$

$$V_r \Big|_{R'=R'_{fb}} = V_r \Big|_{R'=R'_{vr}} = 0, \tag{16}$$

$$\mathrm{Da} = \frac{K}{h^2},$$

здесь $k_r = k_r(\gamma)$ — относительная проницаемость, отвечающая за дополнительное сопротивление течению воды в зоне фазового переход и вызванная тем, что часть порового пространства занята льдом; Da — число Дарси.

Принимается, что относительная проницаемость является функцией от объемного содержания воды в порах:

$$k_r(\gamma) = \gamma^2. \tag{17}$$

В (12)–(14) дополнительно предполагается, что установление поля скоростей течения и гидростатического давлений воды в поровом пространстве замораживаемого массива происходит намного быстрее, чем изменяется поле температур. По этой причине уравнения (12)–(14) записаны в стационарной постановке.

Для удобства при дальнейшем численном решении гидравлической задачи в уравнениях (12)–(17) делается переход от переменных P', V_r', V_z' к переменной ψ' (также безразмерной), представляющей собой функцию тока Стокса в цилиндрических координатах:

$$V_r' = -\frac{1}{R'} \frac{\partial \psi'}{\partial Z'}, \quad V_z' = \frac{1}{R} \frac{\partial \psi'}{\partial Z'}. \tag{18}$$

Безразмерная функция Стокса связана с соответствующей размерной функцией согласно выражению

$$\psi' = \frac{\psi}{\nu h}. \tag{19}$$

В [16] показано, что если выражения (18) подставить в (14), то (14) тождественно удовлетворится. Если теперь подставить (18) в уравнения Дарси (12), (13) и затем провести стандартную процедуру их дифференцирования и вычитания друг из друга, то получим

$$R' \frac{\partial}{\partial R'}\left(\frac{1}{k_r}\frac{1}{R'}\frac{\partial \psi'}{\partial R'}\right) + \frac{\partial}{\partial Z'}\left(\frac{1}{k_r}\frac{\partial \psi'}{\partial Z'}\right) = R'\mathrm{GrDa}\frac{\partial T'}{\partial R'}, \tag{20}$$

$$\mathrm{Gr} = \frac{g\beta h^3 (T_0 - T_{liq})}{\nu^2}, \tag{21}$$

где Gr — число Грасгофа; β — коэффициент теплового расширения воды, 1/°С.

Поскольку плотность воды ρ_{liq} является функцией температуры, которая меняется от радиальной координаты, число Gr в (20) отлично от нуля. Относительная проницаемость $k_r = k_r(\gamma)$ в (20) может обращаться в нуль в области льда, поэтому в дальнейшем при численном моделировании к величине относительной проницаемости в знаменателях при производных добавлялась малая константа $\varepsilon > 0$.

С учетом перехода к новой неизвестной функции ψ' граничные условия (15), (16) перепишутся следующим образом:

$$\left.\frac{\partial \psi'}{\partial R'}\right|_{Z'=0} = \left.\frac{\partial \psi'}{\partial R'}\right|_{Z'=1} = 0. \tag{22}$$

$$\left.\frac{\partial \psi'}{\partial Z'}\right|_{R'=R'_{fb}} = \left.\frac{\partial \psi'}{\partial Z'}\right|_{R'=R'_{vr}} = 0. \tag{23}$$

Уравнения (20) – (23) позволяют определить функцию ψ' с точностью до аддитивной константы, поэтому помимо граничных условий (22), (23) необходимо ввести дополнительное условие

$$\left.\psi'\right|_{R'=R'_{vr}} = 0. \tag{24}$$

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для численного решения системы уравнений (4) – (9), (20) – (24) применялся метод конечных разностей, центральная схема по пространству второго порядка и явная схема по времени первого порядка. Конечно-разностная сетка принималась неоднородной по радиальной координате со сгущением вблизи замораживающей колонки. Для расчета шага по времени использовалось условие Куранта для двухмерного случая:

$$\Delta\mathrm{Fo} = C\frac{1}{2}\frac{\Delta R_{\min}^2 \Delta Z^2}{\Delta R_{\min}^2 + \Delta Z^2}, \tag{25}$$

где $\Delta R_{\min}$ — минимальный размер ячейки по радиальной координате, м; ΔZ — размер ячейки по вертикальной координате, м; C — число Куранта, принимающее значения в интервале от 0 до 1.

Теплофизические параметры слоя горных пород, использованные при численном решении задачи, взяты из данных инженерно-геологических изысканий для условий промплощадки строящегося калийного рудника в Республике Беларусь:

Плотность обводненной породы, кг/м^3	2640
Теплоемкость обводненной породы в зоне льда, Дж/(кг·°С)	911
Теплоемкость обводненной породы в зоне охлаждения, Дж/(кг·°С)	1266
Теплопроводность в зоне льда, Вт/(м·°С)	3.79
Теплопроводность в зоне охлаждения, Вт/(м·°С)	2.46
Температура непотревоженного массива, °С	+4 … +20
Температура хладоносителя, °С	–25
Температура начала кристаллизации поровой воды, °С	0
Температура конца кристаллизации поровой воды, °С	–0.5
Начальное объемное содержание воды в массиве, м^3/м^3	0.32
Коэффициент теплоотдачи, Вт/(м^2·°С)	85

Температура непотревоженного массива принимается как переменный параметр, изменяющийся в диапазоне от 4 до 20 °С. Зависимость плотности поровой воды от температуры задавалась на основании имеющихся в литературе эмпирических данных для чистой воды при нормальных условиях [17] (рис. 3).

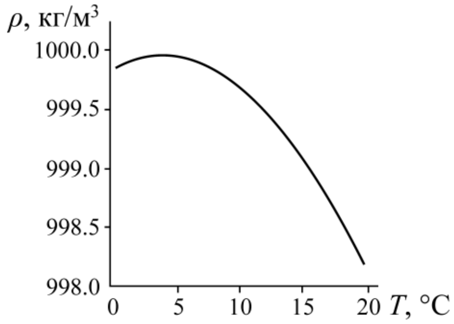

Рис. 3. Зависимость плотности поровой воды от температуры

Размер расчетной области по радиальной координате r определялся исходя из предварительного численного моделирования таким образом, чтобы граничное условие (6) не влияло на получаемое поле температур. Размерные параметры конечно-разностной сетки и численного метода приведены ниже:

Размер расчетной области по координате R, м	25
Размер расчетной области по координате Z, м	15
Количество узлов по координате R	350
Количество узлов по координате Z	40
Отношение размеров соседних ячеек по R, %	0.5
Шаг по времени, с	123.7
Общее время расчета, сут	100

Приведенные физические параметры соответствуют следующим значениям безразмерных комплексов задачи: $\mathrm{Pr} = 2.44$, $\mathrm{Ste} = 0.12$, $\mathrm{Bi} = 1.65$, $\mathrm{Da} = 6.8 \cdot 10^{-14}$, $\mathrm{Gr} = 20$. Параметр β в (21) является функцией температуры и, следовательно, число Грасгофа (21) — функция температуры, т. е. неоднородно распределено по расчетной области и меняется с течением времени. Вследствие этого, для удобства анализа зависимости численного решения задачи от числа Грасгофа, принято, что последнее будет рассчитываться в нулевой момент времени, когда температура всюду в расчетной области равна T_0. Само уравнение для поиска функции тока в этом случае будет иметь вид

$$R'\frac{\partial}{\partial R'}\left(\frac{1}{k_r}\frac{1}{R'}\frac{\partial \psi'}{\partial R'}\right)+\frac{\partial}{\partial Z'}\left(\frac{1}{k_r}\frac{\partial \psi'}{\partial Z'}\right)=R'\mathrm{Gr}\mathrm{Da}\frac{\beta(T')}{\beta(1)}\frac{\partial T'}{\partial R'}. \qquad (26)$$

Влияние фильтрации поровых вод на температурное поле породного массива определяется числами Грасгофа, Дарси и числом Прандтля, связывающим поле скоростей фильтрации подземных вод и локальную производную энтальпии по времени в уравнении (4). Для характеристики их взаимного влияния используется число, равное произведению чисел Gr, Da и Pr:

$$\mathrm{Ra}_p = \mathrm{Ra}\,\mathrm{Da} = \mathrm{Gr}\,\mathrm{Da}\,\mathrm{Pr}\,.$$

Здесь Ra — число Рэлея, которое является ключевым в большинстве исследований конвективных режимов течения в различных средах [12, 18]. Для произведения чисел Ra и Da взято обозначение Ra_p как аналог числа Рэлея для пористой среды.

Численный алгоритм решения задачи реализован в среде Visual Studio на языке C#. Графический анализ численного решения выполнен в системе компьютерной алгебры Wolfram Mathematica. В результате проведения серии численных расчетов получены следующие поля безразмерных температуры и функции тока, векторные поля скоростей фильтрации в обводненном породном массиве (рис. 4 – 6).

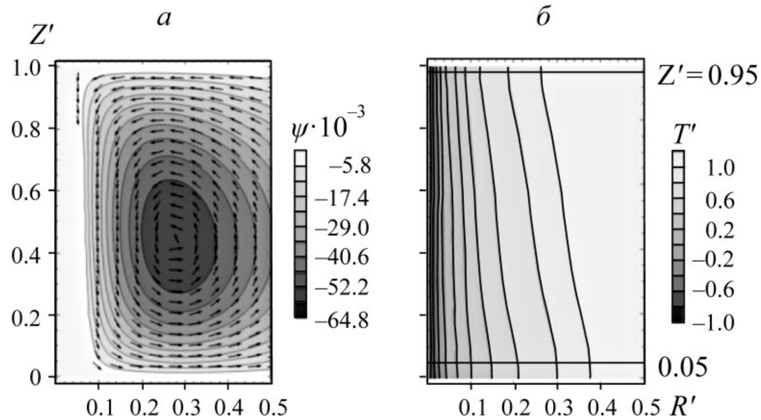

Рис. 4. Численное решение задачи для $\mathrm{Ra}_p = 70$: *а* — безразмерная функция тока и векторное поле скорости фильтрации; *б* — безразмерная температура

Распределения безразмерных температуры и функции тока, представленные на рис. 4, соответствуют моменту времени 100 сут (Fo = 0.028). Видно, что в зоне охлаждения породного массива формируется единая конвективная ячейка с нисходящим потоком поровых вод вблизи границы фазового перехода и восходящим потоком на удалении от фронта фазового перехода. Присутствует явная асимметрия конвективной ячейки (она сплюснута и смещена по направлению к границе фазового перехода). Изолинии температуры имеют сложный вид с несколькими точками перегибов — аналогичный вид изолиний температуры показан в [13, 14] применительно к плоской задаче о конвекции в пористой среде в декартовых координатах.

Максимальное (по модулю) значение размерной скорости фильтрации, полученное в результате численного решения задачи для $\mathrm{Ra}_p = 70$, составляет 256 мм/сут. Данная скорость практически не меняется с течением времени.

РАСЧЕТ КРИТИЧЕСКИХ ЧИСЕЛ РЭЛЕЯ

С ростом числа Ra_p значения функции тока возрастают, а поле температур начинает искажаться вдоль вертикальной координаты *z*. Форма конвективной ячейки в этом случае также деформируется. Количественный анализ искажения поля температуры для различных чисел Ra_p представлен на рис. 5*а*. Показаны радиальные распределения температуры породного массива вдоль двух линий — вблизи подошвы ($Z' = 0.05$) и вблизи кровли ($Z' = 0.95$) моделируемого слоя породного массива (рис. 4*б*). Мерой искажения поля температуры, вызванного наличием естественной конвекции поровой воды, является промежуток между соответствующими друг другу кривыми температуры у подошвы и у кровли слоя породного массива. Кривые температуры у подошвы и у кровли слоя для одного и того же значения числа Ra_p обозначены одинаково, при этом кривые температуры у подошвы слоя лежат ниже соответствующих кривых у кровли слоя.

Как видно из рис. 5*а*, при относительно малых значениях числа $\mathrm{Ra}_p = 7$ две эпюры безразмерной температуры практически совпадают. Несущественные рассогласования между ними (менее 0.05) наблюдаются в зоне охлаждения на некотором расстоянии от фронта фазового перехода. При увеличении числа Ra_p рассогласование безразмерных температур у кровли и подошвы слоя пород увеличивается и для $\mathrm{Ra}_p = 140$ превышает 0.5.

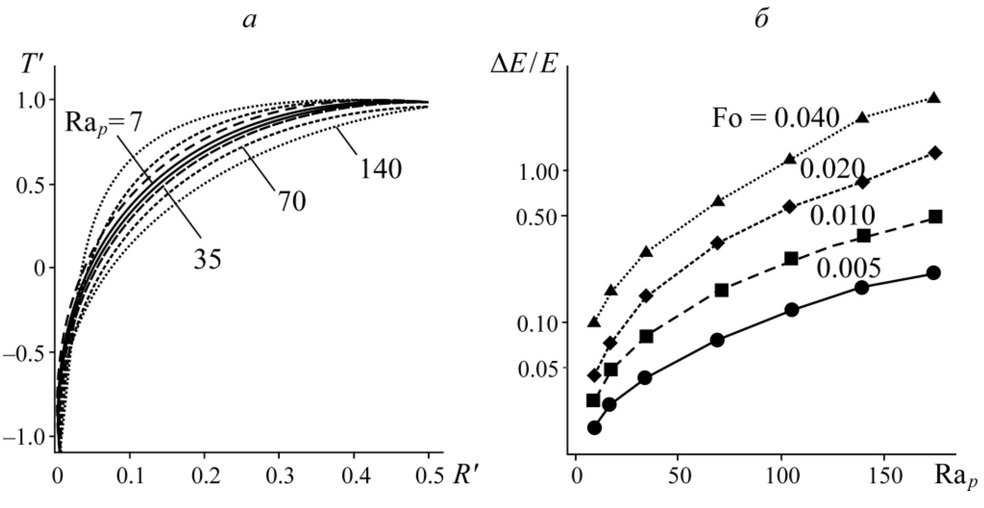

Рис. 5. Радиальное распределение безразмерной температуры породного массива вдоль линий $Z' = 0.05$ и 0.95 при $\mathrm{Fo} = 0.028$ и различных числах Ra_p (*а*); относительное изменение положения фронта фазового перехода от Ra_p (*б*)

Кривые на рис. 5*а* позволяют оценить влияние естественной конвекции на вариацию фронта фазового перехода (или толщину ледопородного ограждения) по высоте относительно срединного горизонтального сечения слоя пород. Это можно сделать посредством анализа абсцисс точек пересечения кривых с горизонтальной линией $T' = T'_{sol}$ (безразмерная температура солидуса). Расстояние между абсциссами точек пересечения этих кривых представляет собой разницу положения фронта фазового перехода у подошвы и кровли слоя пород.

Численные кривые относительной вариации фронта фазового перехода по высоте как функции числа Ra_p в различные моменты времени Fo представлены на рис. 5*б*. Ось ординат имеет логарифмическую шкалу. Будем называть критической относительной вариацией фронта фазового перехода вариацию $\delta E = \Delta E / E$ (где E — координата фронта фазового перехода, отсчитываемая от начала системы координат) вдоль вертикали, которая искажает вертикальный фронт фазового перехода и свидетельствует о необходимости учета естественной конвекции поровых вод при моделировании искусственного замораживания пород. Примем в качестве критической относительной вариации фронта фазового перехода значение 0.1 (или 10 %). Из рис. 5*б* следует, что при $\mathrm{Ra}_p = 92$ критическая относительная вариация достигается к моменту времени $\mathrm{Fo} = 0.005$ (это соответствует физическому моменту времени около 18 сут для случая песка с указанными ранее теплофизическими свойствами). При $\mathrm{Ra}_p = 45.5$ критическая относительная вариация достигается к моменту времени $\mathrm{Fo} = 0.01$, а при $\mathrm{Ra}_p = 25$ — к моменту времени $\mathrm{Fo} = 0.02$.

На основании результатов численного моделирования установлена упрощенная эмпирическая зависимость между числом Ra_p и моментом времени Fo достижения критическкго значения относительной вариацией фронта фазового перехода:

$$\mathrm{Ra}_p = \mathrm{Ra}\,\mathrm{Da} = \frac{0.46}{\mathrm{Fo}}. \quad (27)$$

В зависимости (27) можно сделать переход обратно к классическому числу Рэлея и выразить его через числа Дарси и Фурье. Данная зависимость получена с помощью метода наименьших квадратов для четырех значений числа Fo (рис. 5*б*). Следует отметить, что она не учитывает переменность чисел Ste, Bi, отношений удельных теплоемкостей и теплопроводностей массива.

АНАЛИЗ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ

В настоящей работе также проведено исследование влияния знакопеременности коэффициента теплового расширения поровой воды на получаемое распределение скоростей фильтрации в замораживаемом породном массиве.

Результаты численного моделирования показали, что при уменьшении начальной температуры породного массива T_0 с 20 до 4 °C происходит закономерное снижение скоростей фильтрации во всей расчетной области. При температурах T_0 около 6 °C начинается постепенное изменение структуры конвективной ячейки, вызванное усилением влияния немонотонности функции плотности поровой воды. При дальнейшем снижении температуры T_0 вблизи границы фазового перехода образуется вторая конвективная ячейка с противоположно направленной циркуляцией поровых вод (рис. 6*а*). При еще большем уменьшении температуры T_0 ближняя к границе фазового перехода ячейка увеличивается в ширине, в то время как дальняя ячейка все сильнее сужается и смещается вправо. Скорости фильтрации в ближней ячейке растут, в дальней — уменьшаются. В результате при уменьшении температуры T_0 до 4 °C (что соответствует максимуму плотности воды) в расчетной области присутствует единая конвективная ячейка с восходящим потоком поровых вод вблизи границы фазового перехода и нисходящим потоком на удалении от фронта фазового перехода (рис. 6*б*).

В целом интенсивность фильтрации поровых вод в двух режимах конвекции существенно ниже, чем для основного режима конвекции (рис. 4). Меньшие скорости фильтрации связаны как с меньшим градиентом температуры в породном массиве, так и с противоборствующим влиянием конвекции в двух зонах незамерзшего породного массива: с температурами выше и ниже 4 °C.

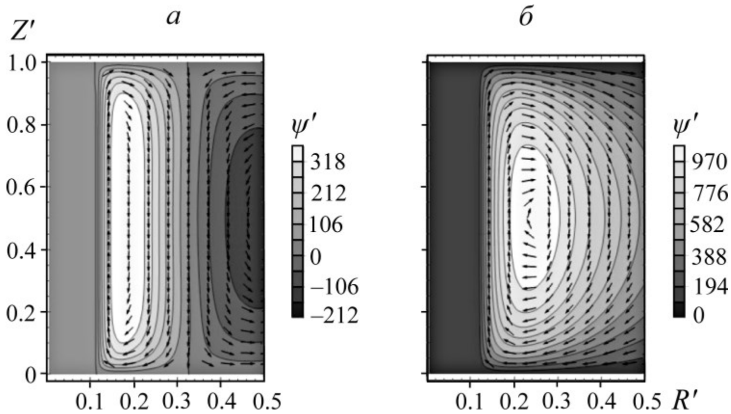

Рис. 6. Безразмерная функция тока и векторное поле скорости фильтрации: *а* — $\mathrm{Ra}_p = 17.5$, $T_0 = +5$ °C; *б* — $\mathrm{Ra}_p = 14$, $T_0 = +4$ °C

ВЫВОДЫ

Установлено, что из-за наличия естественной конвекции в замораживаемом породном массиве возникают отклонения изотерм температуры от идеально вертикального положения и искажения формы фронта фазового перехода. Искажения возрастают в течение всего рассмотренного промежутка времени моделирования.

Определены значения безразмерных чисел Рэлея водонасыщенного породного массива, при которых происходит существенное изменение положения фронта фазового перехода по высоте вследствие влияния естественной конвекции поровых вод.

Проведенные численные расчеты позволили выделить три различных режима естественной конвекции в обводненном породном массиве в условиях искусственного замораживания:

— одна конвективная ячейка с нисходящим потоком поровых вод вблизи границы фазового перехода и восходящим потоком на удалении от фронта фазового перехода (при начальной температуре породного массива более 6 °C);

— две конвективные ячейки с противоположными направлениями циркуляции поровых вод (при начальной температуре породного массива 4 – 6 °C).

— одна конвективная ячейка с восходящим потоком поровых вод вблизи границы фазового перехода и нисходящим потоком на удалении от фронта фазового перехода (при начальной температуре породного массива менее 4 °C).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Трупак Н. Г.** Замораживание горных пород при проходке стволов. — М.: Углетехиздат, 1954. — 896 с.
2. **Маньковский Г. И.** Специальные способы проходки горных выработок. — М.: Углетехиздат, 1958. — 452 с.

3. **Alzoubi M. A., Nie-Rouquette A., and Sasmito A. P.** Conjugate heat transfer in artificial ground freezing using enthalpy-porosity method: Experiments and model validation, Int. J. of Heat and Mass Transfer, 2018, Vol. 126. — P. 740 – 752.
4. **Mochnacki B. and Lara S.** The influence of artificial mushy zone parameters on the numerical solution of the Stefan problem, Archives of Foundry, 2003, Vol. 3, No. 10. — P. 31 – 36.
5. **Semin M. A. and Levin L. Y.** Numerical simulation of frozen wall formation in water-saturated rock mass by solving the Darcy-Stefan problem, Frattura ed Integrità Strutturale, 2019, Vol. 13, No. 49. — P. 167 – 176. doi: 10.3221/IGF-ESIS.49.18
6. **Pimentel E., Sres A., and Anagnostou G.** Large-scale laboratory tests on artificial ground freezing under seepage-flow conditions, Geotechnique, 2012, Vol. 62, No. 3. — P. 227.
7. **Vitel M., Rouabhi A., Tijani M., and Guerin F.** Modeling heat and mass transfer during ground freezing subjected to high seepage velocities, Computers and Geotechnics, 2016, V. 73. — P. 1 – 15.
8. **Panteleev I. A., Kostina A. A., Plekhov O. A., Levin L. Y.** Numerical simulation of artificial ground freezing in a fluid-saturated rock mass with account for filtration and mechanical processes, Sci. in Cold and Arid Regions, 2018, Vol. 9, No. 4. — P. 363 – 377.
9. **Ma G.-Y., Du M.-J., and Li D.** Numerical calculation for temperature coupled with moisture and stress of soil around buried pipeline in permafrost regions, J. of China University of Petroleum (Edition of Natural Sci.), 2011, Vol. 35, No. 3. — P. 108 – 114. doi: 10.3969/j.issn.1673-5005.2011.03.022
10. **Ma J. and Wang X.** Natural convection and its fractal for liquid freezing in a vertical cavity filled with porous medium, Heat Transfer — Asian Research: Co-sponsored by the Society of Chemical Engineers of Japan and the Heat Transfer Division of ASME, 1999, Vol. 28, No. 3. — P. 165 – 171.
11. **Levin L. Y., Semin M. A., and Parshakov O. S.** Mathematical prediction of frozen wall thickness in shaft sinking, J. Min. Sci., 2017, Vol. 53, No. 5. — P. 938–944. doi:10.1134/s1062739117052970
12. **Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.** Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. — М.: Наука, 1972. — 392 с.
13. **O'Neill K. and Albert M. R.** Computation of porous media natural convection flow and phase change, Finite Elements in Water Resources, 1984. — P. 213 – 229. doi:10.1007/978-3-662-11744-6_19
14. **Beckermann C. and Viskanta R.** Natural convection solid/liquid phase change in porous media, Int. J. of Heat and Mass Transfer, 1988, Vol. 31, No. 1. — P. 35–46. doi:10.1016/0017-9310(88)90220-7
15. **Цытович Н. А.** Механика мерзлых грунтов. — М.: Высш. шк., 1973. — 448 с.
16. **Batchelor G. K.** An Introduction to fluid dynamics, Cambridge University Press, 1967. ISBN 0-521-66396-2.
17. **Kell G. S.** Density, thermal expansivity, and compressibility of liquid water from 0.deg. to 150.deg. Correlations and tables for atmospheric pressure and saturation reviewed and expressed on 1968 temperature scale, J. of Chem. & Eng. Data, 1975, Vol. 20 (1). — P. 97 – 105. doi:10.1021/je60064a005
18. **Kazakov B. P., Shalimov A. V., Semin M. A., Grishin E. L., and Trushkova N. A.** Convective stratification of air flows over mine tunnel section, its role in thermal drop of ventilation pressure under fire and influence on ventilation stability, Gornyi Zhurnal, 2014, Vol. 12. — P. 105 – 109

Поступила в редакцию 09/I 2020
После доработки 04/II 2020
Принята к публикации 10/IV 2020