Из (3.1), (3.3) следует, что в плоскости pV (V — удельный объем) уравнение адиабаты для изомагнитного скачка имеет вид

$$p_2 = p_1(V_1\eta - V_2)/(\eta V_2 - V_1) - 2m_H H(V_2 - V_1)/MV_1V_2 \times \times (\eta V_2 - V_1),\ \eta = (\gamma + 1)/(\gamma - 1). \tag{3.4}$$

Поток массы через поверхность разрыва, как и в газовой динамике, определяется формулой

$$m^2 = (p_2 - p_1)/(V_1 - V_2).$$

Из (3.4) следует, что адиабата в этом случае проходит через точку p_1V_1, имеет те же асимптоты, что и адиабата Гюгонио и расположена при $V_2 < V_1$ выше нее, при $V_2 > V_1$ — ниже.

Автор выражает благодарность В. В. Гогосову за внимание к работе.

Поступила 22 VII 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. **Седов Л. И.** Механика сплошной среды. Т.1. М., «Наука», 1973.
2. **Гогосов В. В., Васильева Н. Л., Тактаров Н. Г., Шапошникова Г. А.** Уравнения поляризующейся и намагничивающейся многокомпонентной и многофазной среды. Разрывные решения. Исследование разрывных решений со скачком магнитной проницаемости. Отчет Ин-та механики МГУ, 1975.
3. **Вонсовский С. В.** Магнетизм. М., «Наука», 1971.
4. **Resler E., Sears W.** The prospects of magnetoaerodynamics.— «J. Aero. Sci.», 1958, vol. 25, N 4.
5. **Куликовский А. Г., Любимов Г. А.** Магнитная гидродинамика. М., Физматгиз, 1962.

УДК 538.4

УСИЛЕНИЕ ТОКА И УВЕЛИЧЕНИЕ ЭНЕРГИИ В ПЛОСКИХ МАГНИТНО-КУМУЛЯТИВНЫХ ГЕНЕРАТОРАХ С ДИФФУЗИЕЙ ПОТОКА

Е. И. Биченков

(*Новосибирск*)

1. Сжатие магнитного поля в проводящем контуре (магнитная кумуляция) приводит к увеличению тока и энергии магнитного поля. При этом могут быть сформулированы две задачи: 1) при заданном начальном токе I_0 и индуктивности нагрузки L выбрать начальную индуктивность цепи L_0 так, чтобы получить наибольший конечный ток I; 2) при заданной начальной энергии U_0 и заданной нагрузке L выбрать L_0 так, чтобы получить наибольшую энергию U в конце.

Генераторы первого типа используются для получения максимальных магнитных полей и будут называться генераторами поля. Генераторы второго типа назовем генераторами энергии. Те и другие существенно отличаются начальными условиями: в генераторах поля начальный ток задан, энергия $U_0 \sim L_0$; в генераторах энергии начальная энергия задана, а

$I_0 \sim L_0^{-1/2}$. Генераторы поля характеризует коэффициент усиления тока

$$i = I/I_0 = (L_0/L)LI/L_0I_0 = \lambda\varphi, \tag{1.1}$$

где $\lambda = L_0/L$ — коэффициент перестройки цепи; $\varphi = LI/L_0I_0$ — доля магнитного потока, сохраняющегося в генераторе. Генераторы энергии характеризует коэффициент увеличения энергии

$$\varepsilon = LI^2/L_0I_0^2 = \lambda\varphi^2. \tag{1.2}$$

2. Существенной характеристикой генератора является величина φ, зависящая от конструкции генератора и в первую очередь от проводимости материала σ и времени сжатия поля. Кроме того, утечка потока в проводник зависит от начального распределения поля в стенках генератора, которое определяется временем накачки генератора от источника тока. В [1, 2] предложена схема расчета диффузионных потерь потока для плоских МК-генераторов и выведены уравнения, описывающие утечку потока в проводник при магнитной кумуляции в узких полостях. Для генераторов с шинами постоянной ширины удается показать, что к концу сжатия изменение потока выходит на универсальный автомодельный режим

$$\varphi = (1 + 2\sqrt{\pi/\mu}\sqrt{1-t} + (4/\mu)(1-t))\varphi_*, \tag{2.1}$$

определяемый единственной постоянной φ_*, зависящей от магнитного числа Рейнольдса $\mu = 4\pi\sigma a^2D/c^2l_0$ и начального распределения поля в шинах. Здесь время отнесено ко времени сжатия потока l_0/D; a — ширина полости генератора; l_0 — начальная длина полости; D — скорость движения поршня, сжимающего поток. Проводимость σ и скорость D предполагаются постоянными. Численным счетом показано, что формула (2.1) удовлетворительно описывает утечку потока при $1 - t \leqslant 1/16$, а величина φ_* слабо зависит от формы импульса тока накачки и определяется в основном толщиной скин-слоя s, создаваемого в стенках полости при запитке начальным током. Последнее обстоятельство позволяет выбрать начальное распределение поля $B_0(x)$ в виде, удобном для вычислений, и получить явные формулы для φ_*. Так, для $B_0 = e^{-x/s}$

$$\varphi_*(\mu,s) = \frac{2\mu s^3}{(2s-1)^3}B_*\left(\frac{1}{\mu s^2}\right) + \left(\left(1 - \frac{\mu}{8}\right)\frac{8s^2}{(2s-1)^2} - \frac{\mu s^2}{(2s-1)^3} - \right.$$
$$\left. - \frac{1+8/\mu}{2s-1}\right)B_*\left(\frac{4}{\mu}\right) + 4\sqrt{\frac{\mu}{\pi}}\left(\frac{1}{\mu}\frac{1}{2s-1} - \frac{s^2}{(2s-1)^2}\right), \tag{2.2}$$

где толщина скин-слоя s отнесена к ширине щели a; $B_*(z) = e^z(1 - \Phi(\sqrt{z}))$; $\Phi(\sqrt{z})$ — интеграл вероятности. Функция $B_*(z^2)$ затабулирована в [3]. В случае быстрой накачки $s \to 0$, $\varphi_* \to \varphi_{*0} = (1 + 8/\mu)B_*(4/\mu) - 4/\sqrt{\pi\mu}$, в случае медленной накачки $s \to \infty$, $\varphi_* \to \varphi_*^0 = \mu/4 - \sqrt{\mu/\pi} + 2(1 - \mu/8)B_*(4/\mu)$, и формула (2.2) может быть переписана в виде

$$\varphi_*(\mu,s) = \frac{\varphi_{*0}}{1-2s} + \frac{4s^2}{(2s-1)^2}\varphi_*^0 + \frac{\mu s^2}{(2s-1)^3}\left(B_*\left(\frac{1}{\mu s^2}\right) - \right.$$
$$\left. - B_*\left(\frac{4}{\mu}\right)\right) - \frac{\mu s^2}{(2s-1)^2}\left(1 - B_*\left(\frac{1}{\mu s^2}\right)\right), \tag{2.3}$$

откуда следуют асимптотические формулы

$$\varphi_*(\mu, s) = (1 + 2s)\varphi_{*0},\ s \ll \mu^{-1/2},$$

$$\varphi_*(\mu, s) = \varphi_*^0 - \frac{1-\varphi_*^0}{s} + \frac{\varphi_*^0 - \varphi_{*0}}{2s}, \quad s \gg \mu^{-1/2}.$$

Для $s = 1/2$ формулы (2.2), (2.3) имеют неопределенность, раскрыв которую, получим

$$\varphi_*(\mu, 1/2) = (1 - 64/3\mu^2)B_*(4/\mu) - (4/3)(1/\sqrt{\pi\mu})(1 - 8/\mu).$$

3. Рассматривая поток в момент времени t, можно получить для непрофилированного генератора поток в нагрузке, длина которой $l = (1-t)l_0$, т. е. прийти к решению задачи о работе такого генератора при коэффициенте перестройки

$$\lambda = 1/(1-t). \tag{3.1}$$

Чтобы не привлекать машинного счета, примем, что $\lambda \geqslant 16$, и после подстановки (3.1) в (2.1) получаем поток в нагрузке, а затем в соответствии с (1.1), (1.2) вычисляем характеристики генераторов

$$i = (1 + 2\sqrt{\pi/m} + 4/m)\lambda\varphi_*; \tag{3.2}$$

$$\varepsilon = \left(1 + 2\sqrt{\pi/m} + 4/m\right)^2 \lambda\varphi_*^2. \tag{3.3}$$

Здесь $m = \lambda\mu$ — магнитное число Рейнольдса для нагрузки, представляющее собой отношение времени диффузии потока из нагрузки ко времени последнего удвоения тока в идеальном генераторе. Так как практический интерес представляют генераторы с большим μ и $\lambda \geqslant 16$, то $m \gg 1$ и (3.2), (3.3) сводятся к

$$i = m\varphi_*(m/\lambda, s)/(m/\lambda); \tag{3.4}$$

$$\varepsilon = m\varphi_*^2(m/\lambda, s)/(m/\lambda). \tag{3.5}$$

В настоящее время запитка МК-генераторов производится в основном от батареи конденсаторов, время накачки t_0 равно четверти периода разряда батареи.

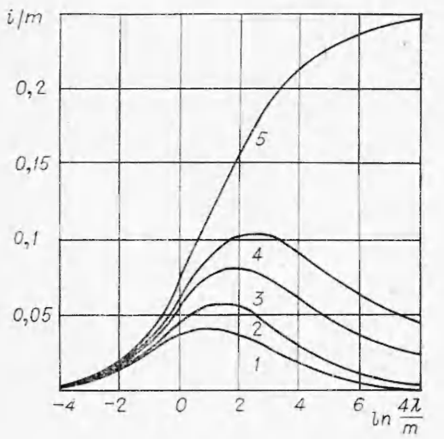
Скин-слой за время накачки возрастает пропорционально $\sqrt{t_0}$. Для генераторов энергии батарея фиксирована, а индуктивность цепи пропорциональна λ. При этом $t_0 \sim \sqrt{\lambda}$, и

$$s = \delta^4\sqrt{\lambda}, \tag{3.6}$$

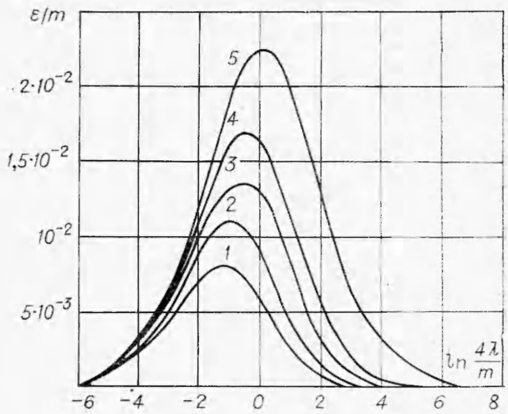
где δ — толщина скин-слоя, нарастающего при прямом разряде батареи на нагрузку. Это же соотношение остается справедливым и для генераторов поля, если начальный ток поддерживается изменением напряжения батареи без изменения ее емкости.

Подставляя (2.2) в (3.4), (3.5) и учитывая (3.6), можно провести расчеты коэффициентов усиления тока и энергии при сжатии магнитного поля в непрофилированном генераторе. Результаты таких расчетов приведены на фиг. 1, 2 для $\delta m^{1/4} = 0$; 0,05; 0,5; 2; ∞ — кривые *1—5* соответственно.

Видно, что коэффициент усиления тока сильно зависит от начального распределения поля и с ростом λ сначала возрастает, затем проходит максимум и очень медленно спадает. При медленной накачке i выходит на асимптоту $i = m/4$. Максимум i с ростом $\delta m^{1/4}$ смещается в сторону больших λ/m, а величина его изменяется от $4{,}2\cdot10^{-2}m$ до 0,25 m. Наименьшее



Фиг. 1



Фиг. 2

значение коэффициента перестройки, соответствующее максимуму i при быстрой накачке, равно 0,7 m.

Если в генераторах поля напряжение батареи неизменно, то для поддержания начального тока необходимо увеличивать емкость батареи пропорционально λ. При этом $t_0 \sim \lambda$ и $s = \delta\sqrt{\lambda}$, т. е. толщина скин-слоя оказывается намного больше, чем в случае фиксированной батареи, и при тех же величинах δ ток возрастает до больших величин и еще медленнее спадает после прохождения максимума. Однако всегда $i \leqslant m/4$.

Коэффициент усиления по энергии ε для всех $\delta m^{1/4}$ имеет отчетливо выраженный максимум, расположенный в области $0{,}3136 \leqslant 4\lambda/m \leqslant 1{,}1664$, а величина этого максимума растет вместе с $\delta m^{1/4}$ от $8\cdot 10^{-3}\, m$ до $2{,}22\cdot 10^{-2} m$. Физически это понятно. При малых λ потери потока невелики, но значение ε мало из-за малости λ. При больших λ время работы генератора велико, потери потока возрастают, а значение ε падает.

В эксперименте довольно несложно получить $m \sim 10^3$, $\delta m^{1/4} \sim 0{,}1$. Большие величины этих параметров получить трудно, так как это требует слишком маленьких нагрузок и очень большой низковольтной батареи. В этих условиях можно ожидать как максимум 12-кратного увеличения энергии батареи при $\lambda = 140$ и 70-кратного увеличения тока при $\lambda = 1300$. Тем самым видно, что при магнитной кумуляции с плоским непрофилированным генератором нельзя рассчитывать на увеличение энергии более чем на порядок. Из (3.3) можно получить, что непрофилированный плоский генератор вряд ли энергетически выгоден при $m < 30$ для медленной накачки и $m < 80$ для быстрой. Детальные численные расчеты показывают, что в случае медленной накачки максимальные значения ε равны 1,3 и 1,92 для $m = 8$ и 24 и достигаются при коэффициентах перестройки 1,6 и 8 соответственно.

4. Выведенное в [2] уравнение диффузионных потерь потока при магнитной кумуляции между шинами переменной ширины допускает аналитическое решение для случая, когда ширина шин $z(y) = e^{\alpha y}$ $(-1 \leqslant y \leqslant 0)$, а длина нагрузки $l = (1/\alpha) l_0$. В этом случае приведенная индуктивность генератора $L(t) = e^{-\alpha t}$, а коэффициент перестройки $\lambda = e^{\alpha}$. Приемами, аналогичными описанным в [1], можно получить уравнение для магнитного поля в нагрузке

$$\frac{d^2B}{dt^2} - \left(\frac{4}{\mu} + 2\alpha\right)\frac{dB}{dt} + \alpha^2 B = -\frac{2\alpha}{\sqrt{\pi\mu}}\frac{1}{\sqrt{t}} - \frac{2\alpha}{\mu} f_0(t) + \qquad (4.1)$$

$$+\frac{2}{\mu}f_0'(t)-\frac{8}{\mu\sqrt{\pi\mu}}\frac{d}{dt}\int\limits_0^t\frac{f_0(\xi)\,d\xi}{\sqrt{t-\xi}},$$

$$f_0(t)=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^\infty B_0'\left(\xi\frac{2\sqrt{t}}{\sqrt{\mu}}\right)e^{-\xi^2}d\xi,$$

которое решается при начальных условиях $B(0)=1$, $B'(0)=\alpha+(2/\mu)f_0(0)$. Коэффициент усиления тока в таком генераторе $i=B(1)$, а коэффициент увеличения энергии $\varepsilon=(1/\lambda)i^2=e^{-\alpha}B^2(1)$. Решив (4.1), получим для быстрой накачки

$$i_0=\frac{\sqrt{1+m}-1}{\sqrt{1+m}}\exp\left(\frac{(\sqrt{1+m}-1)^2}{m}\alpha\right)+ \tag{4.2}$$

$$+\frac{\sqrt{1+m}+1}{2\sqrt{1+m}}B_*\left(\frac{(\sqrt{1+m}+1)^2}{m}\alpha\right)+\frac{\sqrt{1+m}-1}{2\sqrt{1+m}}B_*\left(\frac{(\sqrt{1+m}-1)^2}{m}\alpha\right)$$

и для медленной накачки

$$i^0=\frac{\sqrt{1+m}+1}{\sqrt{1+m}}\exp\left(\frac{(\sqrt{1+m}-1)^2}{m}\alpha\right)+ \tag{4.3}$$

$$+\frac{\sqrt{1+m}-1}{2\sqrt{1+m}}B_*\left(\frac{(\sqrt{1+m}+1)^2}{m}\alpha\right)-\frac{\sqrt{1+m}+1}{2\sqrt{1+m}}B_*\left(\frac{(\sqrt{1+m}-1)^2}{m}\alpha\right).$$

Здесь $m=\alpha\mu$ — магнитное число Рейнольдса для нагрузки.

Видно, что профилирование существенно меняет характеристики работы генератора. При больших коэффициентах перестройки слагаемые, содержащие B_* в (4.2), (4.3), исчезают, и ток возрастает с ростом λ для любых m

$$i_0=\frac{\sqrt{1+m}-1}{\sqrt{1+m}}\lambda^{\frac{(\sqrt{1+m}-1)^2}{m}},$$

$$i^0=\frac{\sqrt{1+m}+1}{\sqrt{1+m}}\lambda^{\frac{(\sqrt{1+m}-1)^2}{m}},\quad \lambda\gg1.$$

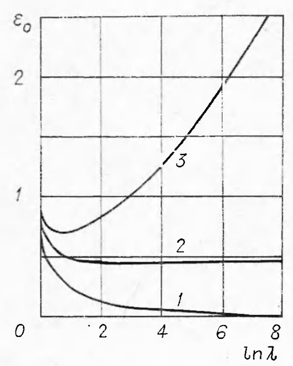
Коэффициент увеличения энергии при этом

$$\varepsilon_0=\left(\frac{\sqrt{1+m}-1}{\sqrt{1+m}}\right)^2\lambda^{\frac{2(\sqrt{1+m}-1)^2}{m}-1},$$

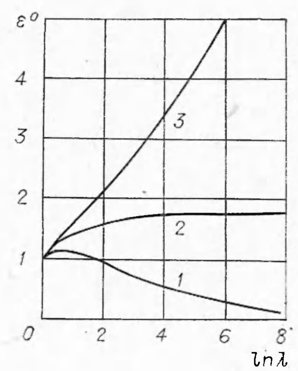
$$\varepsilon^0=\left(\frac{\sqrt{1+m}+1}{\sqrt{1+m}}\right)^2\lambda^{\frac{2(\sqrt{1+m}-1)^2}{m}-1},\quad \lambda\gg1$$

и существенно зависит от нагрузки. Если $m<8$, ε уменьшается с ростом λ. Если $m>8$, ε растет с λ. Если $m=8$, то ε асимптотически выходит на постоянную, равную 4/9 в случае быстрой накачки, 16/9 — в случае медленной.

На фиг. 3 приведены результаты расчета коэффициента увеличения энергии при быстрой накачке профилированного генератора для $m=3$; 8; 15 — кривые *1—3*. Расчеты для медленной накачки для тех же значений m приведены на фиг. 4. С ростом m коэффициенты i и ε сильно воз-



Фиг. 3



Фиг. 4

растают и для $m \gg 1$ $i \to \lambda$, $\varepsilon \to \lambda$, как и должно быть для генераторов без потерь потока.

Таким образом, профилирование позволяет существенно уменьшить диффузионные потери потока и значительно повысить эффективность МК-генератора. Происходит это по двум причинам: во-первых, за счет профилирования та же перестройка цепи происходит при меньшей длине генератора, что уменьшает время работы и тем самым снижает потери потока, во-вторых, поле в профилированном генераторе неоднородно: оно велико в зоне смыкания шин и мало в остальной части генератора. Из-за такого распределения поля потерями потока в широкой части генератора и в нагрузке можно пренебрегать в течение почти всего времени сжатия потока, учитывая их лишь в небольшой зоне вблизи места смыкания шин, и в течение короткого времени, необходимого для сжатия поля в этой зоне. Понятно, что требования к качеству контакта в профилированном генераторе сильно возрастают, так как даже небольшие неровности на шинах приведут к захвату сильного поля и к большим контактным потерям потока.

Поступила 4 IX 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. **Биченков Е. И., Маточкин Е. П.** Диффузия потока при магнитной кумуляции в узких полостях.— ПМТФ, 1974, № 4.
2. **Биченков Е. И., Маточкин Е. П.** Диффузия потока при сжатии магнитного поля шинами переменной ширины.— ПМТФ, 1974, № 6.
3. **Фаддеева Е. Н., Терентьев Н. М.** Таблицы значений интеграла вероятностей от комплексного аргумента. М., ГИТТЛ, 1954.