13. **Макашев Н. К.** О свойствах обобщенного метода Чепмена—Энскога.— Труды ЦАГИ, 1976, вып. 1742.
14. **Мацук В. А., Рыков В. А.** О методе Чепмена—Энскога для смеси газов.— ДАН СССР, 1977, т. 223, № 1.
15. **Рыков В. А., Скобелкин В. Н.** О макроскопическом описании движений газа с вращательными степенями свободы.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 1.
16. **Коган М. Н., Макашев Н. К.** О построении уравнений газодинамики для многоатомных газов с произвольным отношением скоростей упругих и неупругих процессов.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1978, № 2.
17. **Мацук В. А.** О методе Чепмена—Энскога для химически реагирующей газовой смеси с учетом внутренних степеней свободы.— ЖВММФ, 1978, т. 18, № 4.
18. **Мацук В. А., Рыков В. А.** О методе Чепмена—Энскога для многоскоростной многотемпературной реагирующей смеси газов.— ЖВММФ, 1978, т. 18, № 5.
19. **Лайт Дж., Росс Дж., Шулер К.** Сечения реакций, константы скорости и микроскопическая обратимость.— В сб.: Кинетические процессы в газах и плазме. Под ред. А. Хохштима. М., Атомиздат, 1972.
20. **Чепмен С., Каулинг Т.** Математическая теория неоднородных газов. М., ИЛ, 1960.

УДК 536.45

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ТЕПЛОВОЙ ВОЛНЫ В ГАЗЕ, НАГРЕТОМ МГНОВЕННЫМ МОНОХРОМАТИЧЕСКИМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Л. П. Горбачев, В. Ф. Федоров

(*Москва*)

В [1] в адиабатическом приближении рассмотрено автомодельное движение газа, нагретого мгновенным точечным изотропным источником монохроматического излучения. В [2] аналогичная задача решена в рамках гомотермической модели, соответствующей случаю сильного разогрева газа, когда существенны эффекты лучистой теплопроводности.

Однако необходимо иметь в виду, что при сильном нагреве стадии движения газа предшествует стадия тепловой волны [3].

В данной работе рассматривается автомодельная задача о закономерностях тепловой волны, распространяющейся по нагретой мгновенным монохроматическим излучением области.

Пусть при $t = 0$ внутренняя энергия единицы объема нагретого газа удовлетворяет соотношению

$$E(r, 0) = A/r^2. \tag{1}$$

Исходное состояние газа, удовлетворяющее (1), может быть получено при мгновенном выделении энергии E_0 в холодном газе с плотностью ρ_0 в виде монохроматического излучения, имеющего длину пробега L [1—2]. В этом случае $E(r, 0) = E_0\, e^{-r/L}/4\pi r^2$ и в пределе $r \ll L$ совпадает с (1) ($A = E_0/4\pi L$).

Предполагаем, что при $t > 0$ по нагретой области от центра симметрии распространяется тепловая волна, возникшая вследствие высоких температур вблизи центра симметрии. Заметим, что исходное состояние газа, определяемое (1), наряду с тепловой волной допускает распространение и волны охлаждения, сходящейся к центру. В этом случае задача усложняется и становится неавтомодельной.

Однако скорость волны охлаждения в рассматриваемом интервале времени мала, а излучением нагретой области в первом приближении можно пренебречь.

Уравнение, описывающее закономерности тепловой волны в приближении лучистой теплопроводности, в сферической системе координат можно записать в виде [3]

$$\frac{\partial E}{\partial t} = a\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2E^n\frac{\partial E}{\partial r}\right). \tag{2}$$

Отметим, что в (2) в качестве неизвестной функции вместо температуры используется внутренняя энергия единицы объема газа $E = \rho_0\alpha T^{k+1}$. Принятая аппроксимация лучше описывает свойства нагретого газа при высоких температурах с учетом степенной зависимости от температуры теплоемкости газа C_V и пробега излучения λ_R:

$$C_V = \partial E/\partial T = (1+k)\alpha T^k,\ \lambda_R = BT^m.$$

С учетом вышеизложенного коэффициенты a и n в (2) имеют значения

$$a = \frac{16\sigma B}{3(1+k)(\rho_0\alpha)^{(4+m)/(1+k)}},\quad n = \frac{m+3-k}{1+k}.$$

Решение уравнения (2) должно удовлетворять следующим условиям.

В центре симметрии вследствие отсутствия источников тепла поток излучения равен нулю:

$$\lim_{r\to 0} r^2\frac{\partial E}{\partial r} = 0. \tag{3}$$

На больших расстояниях влиянием излучения можно пренебречь

$$\lim_{r\to\infty} E(t, r) = A/r^2. \tag{4}$$

Кроме того, выполняется интегральный закон сохранения энергии нагретого газа:

$$\lim_{r\to\infty}\int_0^r E(t, r)\,r^2dr = Ar. \tag{5}$$

Решение (2) с учетом (3) — (5) представляет автомодельную задачу.

Введем автомодельные переменные

$$x = r/(A^nat)^{1/2(n+1)},\ f = E(aA^{-1}t)^{1/(n+1)}. \tag{6}$$

Подставим (6) в (2) — (5). Получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка

$$2(n+1)\frac{1}{x^2}\frac{d}{dx}\left(x^2f^n\frac{df}{dx}\right) + x\frac{df}{dx} + 2f = 0. \tag{7}$$

Соответственно преобразуются граничные условия

$$\lim_{x\to 0} x^2\frac{df}{dx} = 0,\quad \lim_{x\to\infty} f(x) = 1/x^2,\quad \lim_{x\to\infty}\int_0^x f(\xi)\,\xi^2d\xi = x. \tag{8}$$

Интегрируя уравнение (7), имеем

$$2x\frac{d}{dx}(f^{n+1}) + 2f^{n+1} + x^2f = C \tag{9}$$

или с учетом (8)

$$f(x) = \left[\frac{C}{2} - \frac{1}{2x}\int_0^x f(\xi)\,\xi^2d\xi\right]^{1/(1+n)}.$$

Используя условие (8), находим значение постоянной $C = 1$.

Таким образом, получим дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{df}{dx} = \frac{1 - x^2 f - 2f^{n+1}}{2(n+1)\,xf^n} \tag{10}$$

с начальным условием

$$f(0) = (1/2)^{1/(1+n)}. \tag{11}$$

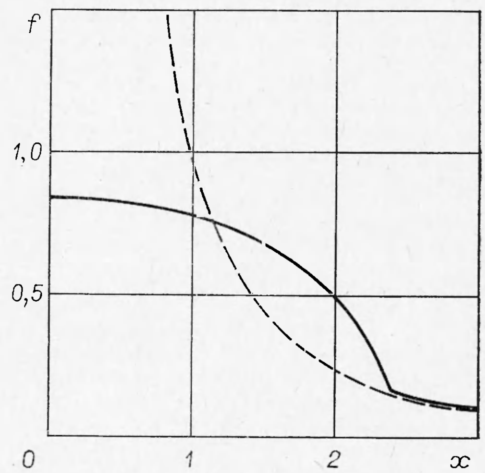
Численное интегрирование уравнения (10) с учетом (11) проведено до значений x, удовлетворяющих условию

$$|f(x) - 1/x^2| < \varepsilon. \tag{12}$$

Точность решения контролировалась проверкой условия

$$\left| \int_0^x f(\xi)\,\xi^2 d\xi - x \right| < \varepsilon_1. \tag{13}$$

На фигуре приведен график зависимости функции $f(x)$ для $n = 3$, штриховой линией показана зависимость $f_1 = 1/x^2$, соответствующая исходному состоянию нагретого газа. Как видно из графиков, условие (12) выполняется при $x \geqslant 2{,}41$ для $\varepsilon \leqslant 0{,}01$. Шаг интегрирования, удовлетворяющий (13) при $\varepsilon_1 = 0{,}005$, составлял $h = 0{,}001$.



Радиус фронта тепловой волны определяется зависимостью

$$r_ф = x_ф\,(A^n\,at)^{1/2(n+1)}, \tag{14}$$

где в качестве значения $x_ф$ можно принять $x_ф = 2{,}41$.

Представляет интерес сравнение полученных соотношений с автомодельным решением тепловой волны для случая точечного выделения энергии E_0 [3]:

$$r_ф = x_ф^*\,[a(E_0/\rho_0 C_V)^n\,t]^{1/(3n+2)}.$$

При $n = 3$, согласно (14), имеем

$$r_ф \sim t^{1/8},\quad dr_ф/dt \sim t^{-7/8},$$

в то время как при точечном выделении энергии $r_ф \sim t^{1/11}$ и $dr_ф/dt \sim t^{-10/11}$.

Таким образом, показано, что начальное пространственное распределение выделившейся энергии существенно влияет на распространение тепловой волны.

В заключение обратим внимание на то, что дальнейшие стадии процесса, когда скорость фронта тепловой волны сравнится со скоростью звука в нагретом газе, могут быть описаны методами, рассмотренными в [1, 2].

Поступила 4 I 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. **Жидов И. Г., Рогачев В. Г.** Автомодельное движение газа, разогретого точечным изотропным источником монохроматического излучения.— ПМТФ, 1976, № 4.
2. **Федоров В. Ф.** О гомотермической ударной волне, вызванной действием мгновенного монохроматического излучения.— ПМТФ, 1979, № 2.
3. **Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.** Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Наука, 1966.