

УДК 539.3+539.4

**АНАЛИЗ ЗНАЧИМОСТИ ПАРАМЕТРОВ И УСЛОВИЙ НАГРУЖЕНИЯ
НА ФОРМИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ СИЛОВЫХ ЦЕПОЧЕК
ПРИ ВЫПУСКЕ РАЗДРОБЛЕННОЙ РУДНОЙ МАССЫ**

Чэнь Цинфа, Лю Цзюнь, Лун Эньлинь

Гуансийский университет, E-mail: chenqf@gxu.edu.cn, 53004, г. Наньнин, Китай

Выполнено моделирование процесса выпуска руды с одновременным магазинированием с использованием метода дискретных элементов на основе программного обеспечения PFC (Particle Flow Code). Методом ортогонального тестирования рассмотрены следующие ключевые факторы, влияющие на характер выпуска: толщина изоляционного слоя A , коэффициент трения на границе раздела изоляционного слоя B , коэффициент трения частиц между собой C , размер частиц D и коэффициент трения частиц о стенку E . Результаты ортогонального тестирования показали следующий порядок факторов по значимости: $D > C > A > E > B$. Наиболее оптимальная конфигурация факторов в рассмотренной численной модели составила: толщина изоляционного слоя 0.003 м; коэффициент трения на границе раздела изоляционного слоя 0.5; коэффициент трения частиц между собой 0.8; радиус частиц 0.008 м; коэффициент трения частиц о стенку 0.8.

Сыпучая среда, характеристика силовых цепочек, метод ортогонального тестирования, матричный анализ, значимость факторов

DOI: 10.15372/FTPRPI20240405

EDN: BGONBD

В связи с внедрением инноваций в технологию добычи полезных ископаемых акцент комплексной отработки месторождений и недропользования смещается в сторону обеспечения безопасности и эффективности выполняемых работ. На основе традиционной отработки неглубоких месторождений штреками предложен новый способ добычи, а именно массовый выпуск руды с одновременным магазинированием без оставления целиков [1]. Перед выпуском рудная пачка накрывается гибким изоляционным слоем и происходит закладка пустой породой из обратной вентиляционной выработки. Изоляционный слой позволяет осуществлять одновременный выпуск руды и закладку выработанного пространства, а также обеспечивает относительное равновесие между объемом выпуска и объемом закладки. Это дает возможность контролировать обнаженные окружающие породы, снижать уровень разубоживания и повышать эффективность извлечения руды.

Работа выполнена при поддержке Национального фонда естественных наук Китая (№ гранта 51964003).

Для построения теоретической системы потока сыпучей среды под гибким изоляционным слоем при разработке с одновременным магазинированием изучены закономерности потока и характеристики сыпучей среды с макроскопической и мезоскопической точек зрения. Сыпучая рудная масса состоит из огромного количества неравномерных твердых частиц с разными геометрическими формами [2]. Данная система имеет сложные механические свойства по отношению к внешней среде, включая различную значимость свойств, нелинейную реакцию и самоорганизующийся характер. Ввиду того, что частицы руды близко расположены друг к другу, сила их соприкосновения обычно превышает силу давления промежуточного газа или жидкости, что является ключевым фактором передачи нагрузки. Частицы взаимодействуют между собой, сила их взаимодействия распространяется по среде в виде цепной реакции с квазилинейным распределением, образуя силовые цепочки [3–5]. В процессе движения частиц силовые цепочки постоянно изменяются (т.е. распадаются и образуются новые), исходя из внешних условий деформирования среды.

Многие ученые проводили комплексные исследования развития силовых цепочек и механизмы их поведения. В [6] предложен и подтвержден метод прогнозирования точки разрушения силовой цепочки. Выполнен анализ направления и величины движения системы частиц в виде стальных шариков методом обработки цифровых изображений. С помощью методов фотоупругости в [7] изучен процесс изменения прочности и направления силовых цепочек при вертикальном извлечении стержня из слоя двойных дисперсных фотоупругих частиц. В результате детального анализа фотоупругих изображений выявлена новая силовая цепочка с углом наклона 20° к горизонтали и получена корреляция между силой извлечения стержня и ее прочностью. В [8] изучена искусственная анизотропия сыпучих материалов и многомасштабные параметры сдвига путем анализа распределения силовых цепочек в двумерной системе неупругих частиц при квазистатическом нагружении. Предложен новый критерий решения проблемы неустойчивости и выявления точек разветвления и слияния силовых цепочек. Для описания плотности вероятности направленного распространения силовых цепочек использовано разложение Фурье. Установлено, что при постепенном увеличении смещения искусственная анизотропия становится более значимой. В [9] рассмотрено распространение слабых продольных волн в упаковке стеклянных шаров с диаметром 1 мм и показано, что периодические нагрузки повышают характеристики волновой проводимости силовых цепочек в среде, а дальнейший квазистатический знакопеременный сдвиг меняет структуру среды, разрушает сформированные силовые цепочки и снижает волновую проводимость [9].

Численное моделирование торцевого выпуска методом дискретных элементов, выполненное в [10], позволило оптимизировать проектные параметры системы разработки с поэтажным обрушением, снизить разубоживание, определить типовые шаблоны поведения породного массива при торцевом выпуске и объяснить механизм потерь угля в ходе добычи. В [11] рассмотрено формирование кластеров с размерами 10–15 диаметров частиц в процессе плоского деформирования сыпучей среды и установлено, что деформация частиц при двухосном сжатии может протекать в четырех основных режимах, которым соответствуют разные конфигурации кластеров. Режимы имеют сложное поведение, а процесс деформирования обладает памятью. В [12] дана количественная оценка степени прогиба внутренних силовых цепочек в полосе сдвига в условиях высокой плотности частиц, а также рассмотрено влияние формы прогиба на характер распределения напряжения, деформации и рассеивания энергии с точки зрения структурной устойчивости.

В [13] выполнен теоретический анализ, проведены лабораторные испытания и численное моделирование в ПО PFC изучения механизма отклонения силовых цепочек и потери устойчивости окружающих пород вблизи глубоких выработок. Выявлено, что силовые цепочки в нале-

гающих породах имеют дугообразную форму по простиранию и отклоняются в направлении рабочего забоя, образуя эллипсоидную оболочку в пространстве массива налегающих пород. Внутри оболочки прочность силовых цепочек выше, снаружи – существенно меньше, причем их прочность меняется при подвигании забоя. Установлен механизм образования оболочки силовых цепочек в окружающей породе и определено соотношение между макрооболочкой напряжений и оболочкой силовых цепочек. На основе метода дискретных элементов разработана модель асфальтных смесей с различным составом, для которых рассчитана предварительная длина силовых цепочек [14]. Характеристики силовых цепочек могут использоваться в качестве показателя несущей способности таких смесей.

В приведенных публикациях выполнена обобщенная оценка изменения характеристик и механизма образования силовых цепочек в сыпучей среде, тем не менее существует сравнительно мало работ, рассматривающих факторы, влияющие на формирование и эволюцию силовых цепочек. В настоящей работе с помощью метода ортогонального тестирования и матричного анализа разработана модель выпуска с одновременным магазинированием, изучен механизм развития силовых цепочек в сыпучей среде и определена значимость факторов, влияющих на них. Цель настоящей работы — анализ динамического изменения структуры силовых цепочек в процессе выпуска раздробленной рудной массы.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ВЫПУСКА РУДЫ

На основе метода дискретных элементов в ПО PFC построена модель выпуска руды, в которой обеспечена возможность поступательного и вращательного движения частиц. В модели автоматически определяются точки взаимодействия между частицами и рассчитываются значения силы и крутящего момента. Для более детального отражения физических и механических свойств взаимодействия частиц друг с другом необходима надежная модель взаимодействия частиц и микромеханические параметры [15]. Достаточно сложно описать частицу руды одной фиксированной геометрической формой, так как все они имеют нестандартную форму. Для описания влияния морфологических свойств частиц на характеристики потока среды в модели учитывается трение качения между частицами. Такая мера позволяет снизить вращение частиц и более адекватно смоделировать неравномерность блоков. Использована линейная модель, препятствующая вращению частиц в точке контакта [16].

Данная модель сглаживает влияние формы частиц на процесс деформирования. Таким образом, сгенерированные частицы руды имеют фиксированный размер. Их основными параметрами являются: нормальная жесткость, касательная жесткость, коэффициент трения скольжения (далее — коэффициент трения) и коэффициент трения качения. Для расчета нормальной и касательной жесткости используются соответственно теория Герца и теория Миндлина – Дересевича [17]. Угол естественного откоса частиц использован для косвенной калибровки коэффициента трения скольжения [18]. Исходные механические свойства частиц и стенок модели установлены согласно предыдущим физическим исследованиям потока сыпучей среды и представлены ниже:

Стенка			Частицы руды				
Нормальная жесткость, Н·м ⁻¹	Тангенциальная жесткость, Н·м ⁻¹	Коэффициент трения	Нормальная жесткость, Н·м ⁻¹	Тангенциальная жесткость, Н·м ⁻¹	Коэффициент трения	Плотность, кг·м ⁻³	Радиус, м
1×10 ⁷	1×10 ⁷	0.5	5×10 ⁷	5×10 ⁷	0.3	2800	0.008

Начальное распределение частиц в модели осуществлено методом гравитационной засыпки (рис. 1). Численное моделирование состоит из следующих этапов:

— коэффициент трения установлен на отметке 0.3. Исходная модель взаимодействия частиц друг с другом является линейной. После достижения начальной упаковки равновесного состояния с целью визуализации процесса выпуска выполнена стратификация частиц руды с интервалом 10 см – страты покрашены в разный цвет;

— для соединения мелких частиц между собой использовано параллельное связывание (бондирование), в результате чего сформирован гибкий изоляционный слой. Длина слоя составила 250 см, размер мелких частиц — 0.15 см. Исходные микромеханические параметры частиц изоляционного слоя представлены ниже:

Нормальная жесткость, Н·м ⁻¹	Тангенциальная жесткость, Н·м ⁻¹	Нормальная жесткость параллельного связывания, Н·м ⁻¹	Жесткость сдвига параллельного связывания, Н·м ⁻¹	Коэффициент трения	Плотность, кг·м ⁻³	Модуль упругости, Па	Радиус частиц, м
1×10^7	1×10^7	1×10^6	1×10^6	0.4	2000	5×10^7	0.0015

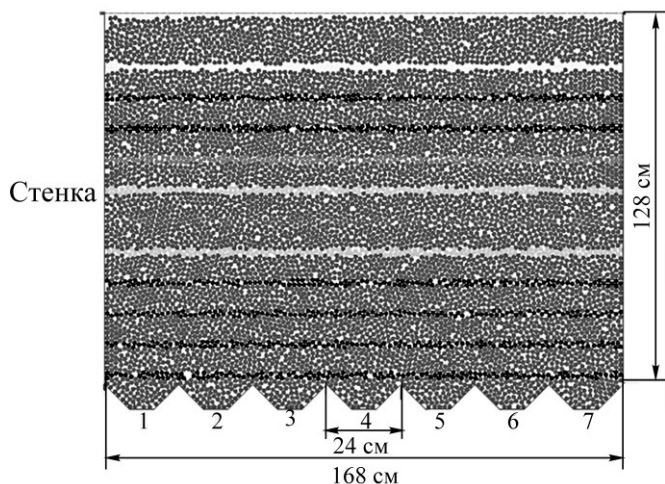


Рис. 1. Модель системы разработки с одновременным магазинированием (начальная упаковка), цифрами обозначены номера пунктов выпуска (дучек)

Перед выпуском руды в модель взаимодействия частиц введено условие трения качения для компенсации влияния морфологии частиц на поведение потока.

Далее осуществляется выпуск руды по следующему циклу: открытие всех пунктов выпуска, расчет временного интервала выпуска, закрытие всех пунктов выпуска, заполнение соответствующим количеством пустой породы пространства над частицами руды (магазинирование), ожидание приведения модели в равновесное состояние, удаление “лишних” частиц в верхней части модели и снова открытие всех пунктов выпуска. Циклы повторяются до полного выпуска всех частиц руды.

МЕТОД ОРТОГОНАЛЬНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ

Физический эксперимент существенно усложняется, если содержит более трех варьируемых параметров. Также есть вероятность, что эти параметры будут влиять друг на друга. С учетом указанных обстоятельств можно составить ортогональную таблицу, в которой сопоставить количество параметров и их уровни (исследуемые значения) и выбрать показательные

точки на основе ортогонального тестирования. Данный метод позволяет получить эквивалентные результаты большого количества тестов за сравнительно малое время, а также выполнить оптимизацию условий испытаний для определения наиболее подходящих условий. В рамках метода ортогонального тестирования изменение одного параметра обычно приводит к изменению других. В отличие от однопараметрического, многопараметрический анализ позволяет более детально отразить влияние разных факторов на итоговый результат и частично компенсировать недостатки однопараметрического анализа.

Взаимодействие частиц между собой приводит к образованию и разрушению силовых цепочек, в этом процессе ключевым фактором является трение. В реальном процессе добычи сыпучая среда зачастую состоит из частиц с разными размерами, поэтому при ортогональном тестировании необходимо рассмотреть как трение между частицами, так и размер частиц. Также в рамках моделирования все пункты выпуска руды должны быть одновременно открыты. В процессе выпуска нагрузка со стороны стенок передается на частицы руды, что оказывает влияние на формирование силовых цепочек в сыпучей среде. Частицы руды подвержены продольной нагрузке со стороны ограничивающей поверхности и вторичной поперечной нагрузке со стороны изоляционного слоя, а также влиянию конструктивных условий границ выработки из-за использования изоляционного слоя. Одним из основных ключевых факторов ортогонального тестирования модели выпуска руды являются механические характеристики изоляционного слоя и коэффициент трения частиц руды о стенку.

При ортогональном тестировании выберем следующие факторы влияния: толщина изоляционного слоя A , коэффициент трения на границе раздела изоляционного слоя B , коэффициент трения между частицами руды C , радиус частиц D и коэффициент трения частиц о стенку E . Выбор факторов обусловлен принципами ортогонального тестирования и техническими условиями системы разработки с одновременным магазинированием. Для тестирования составлена табл. 1, в которой указаны факторы и их уровни (числовые значения); табл. 2 является таблицей горизонтального ортогонального тестирования для $L_{18}(3^5)$, где 18 — общее количество сочетаний, 3 — количество уровней каждого фактора, 5 — количество факторов влияния).

ТАБЛИЦА 1. Факторы, влияющие на процесс выпуска руды

Уровень	A , м	B	C	D , м	E
1	0.003	0.2	0.2	0.006	0.2
2	0.004	0.5	0.5	0.007	0.5
3	0.005	0.8	0.8	0.008	0.8

ТАБЛИЦА 2. Испытания по методу ортогонального тестирования процесса выпуска

Номер испытания	A , м	B	C	D , м	E
1	0.003	0.2	0.2	0.006	0.2
2	0.003	0.5	0.5	0.007	0.5
3	0.003	0.8	0.8	0.008	0.8
4	0.004	0.2	0.2	0.007	0.5
5	0.004	0.5	0.5	0.008	0.8
6	0.004	0.8	0.8	0.006	0.2
7	0.005	0.2	0.5	0.006	0.8
8	0.005	0.5	0.8	0.007	0.2
9	0.005	0.8	0.2	0.008	0.5
10	0.003	0.2	0.8	0.008	0.5
11	0.003	0.5	0.2	0.006	0.8

Продолжение табл. 2

12	0.003	0.8	0.5	0.007	0.2
13	0.004	0.2	0.5	0.008	0.2
14	0.004	0.5	0.8	0.006	0.5
15	0.004	0.8	0.2	0.007	0.8
16	0.005	0.2	0.8	0.007	0.8
17	0.005	0.5	0.2	0.008	0.2
18	0.005	0.8	0.5	0.006	0.5

ОБЩИЙ МЕХАНИЗМ ЭВОЛЮЦИИ СИЛОВЫХ ЦЕПОЧЕК

Для образования силовой цепочки необходимы следующие условия [19, 20]: сила взаимодействия должна превышать среднюю силу взаимодействия системы в целом; угол взаимодействия между соседними частицами не должен превышать пороговое значение θ_c и количество частиц в цепочке должно быть равно или больше трех. Исходя из данных условий, сформулированы следующие критерии образования силовой цепочки:

• *Критерий силы взаимодействия*

Сила взаимодействия частиц F должна превышать среднюю силу взаимодействия в системе в целом \bar{F} :

$$\bar{F} = \frac{\sum F}{N} \quad F \geq \bar{F}, \quad (1)$$

где N — общее количество частиц; $\sum F$ — суммарная сила взаимодействия частиц в цепочке; \bar{F} — средняя по модели сила взаимодействия.

• *Критерий угла взаимодействия*

Угол взаимодействия между соседними частицами не должен превышать пороговое значение θ_c . Между тремя частицами A , B и C возникают две точки контакта: между частицами A и B — точка AB с соответствующим нормальным вектором (x_{AB}, y_{AB}) ; между частицами B и C — точка BC с соответствующим нормальным вектором (x_{BC}, y_{BC}) . Угол между точками AB и BC определяется по формуле

$$\theta = \arccos \frac{|x_{AB}x_{BC} + y_{AB}y_{BC}|}{\sqrt{x_{AB}^2 + y_{AB}^2} \times \sqrt{x_{BC}^2 + y_{BC}^2}}, \quad (2)$$

$$\theta_c = \frac{180}{\langle Z \rangle}, \quad \theta \leq \theta_c,$$

$\langle Z \rangle$ — среднее значение координационного числа.

• *Критерий длины силовой цепочки*

Для образования силовой цепочки в ней должно быть не менее трех частиц с количеством контактов не менее двух. Длина цепочки может быть рассчитана следующим образом:

$$L = N + 1, \quad (3)$$

где L — длина силовой цепочки, N — количество контактов между частицами в нее входящими.

По длине силовые цепочки можно классифицировать следующим образом: короткие (3 частицы), средние (от 4 до 6 частиц) и длинные (более 6 частиц). Такая классификация позволяет описывать изменение длин силовых цепочек.

На рис. 2 показано изменение структуры силовых цепочек после первого, четвертого, восьмого и двенадцатого интервалов выпуска. Эти же стадии выбраны для анализа макроскопического изменения силовых цепочек методом ортогонального тестирования.

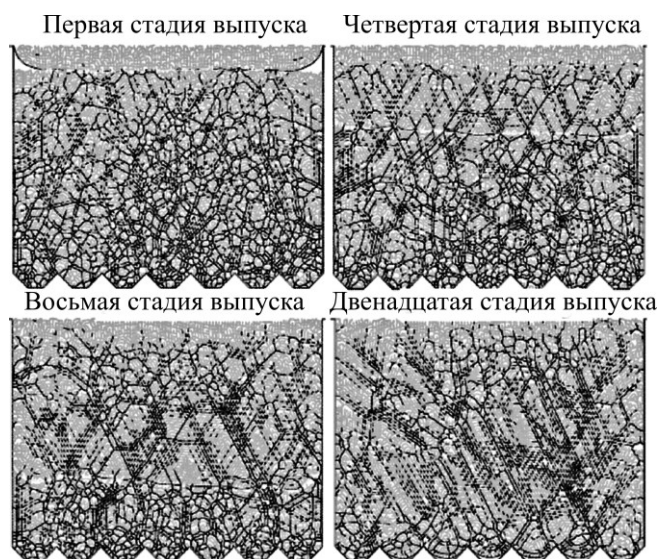


Рис. 2. Распределение силовых цепочек на разных стадиях выпуска руды

Как видно из рис. 2, в ходе первых этапов выпуска руды силовые цепочки в основном распределены ниже изоляционного слоя, и их распределение достаточно равномерное. В процессе выпуска и magazинирования изоляционный слой теряет форму прямой линии, количество силовых цепочек выше слоя постепенно повышается, а под слоем, соответственно, уменьшается. Распределение силовых цепочек над изоляционным слоем показывает четкую направленность в отличие от нижней части. Силовые цепочки распределены в середине модели с достаточно малой плотностью. Пространственное распределение силовых цепочек под изоляционным слоем сравнимо с распределением на начальных стадиях; их направление преимущественно перпендикулярно боковой стенке конусообразного пункта выпуска. На поздних этапах выпуска количество силовых цепочек постепенно уменьшается, а силовые цепочки над изоляционным слоем становятся доминирующими в модели с соответствующим направлением.

Для каждой стадии выпуска рассчитано общее количество частиц, их размер и координаты, сила взаимодействия и другие параметры. Изменение числа силовых цепочек отражает процесс изменения структуры сыпучей среды. На основе приведенной выше классификации силовых цепочек создана программа их выявления и подсчета в процессе выпуска при ортогональном тестировании. На рис. 3 показаны результаты (испытание № 5).



Рис. 3. Изменение количества силовых цепочек в процессе выпуска руды

Начальная стадия выпуска соответствует выходу из равновесного состояния, что приводит к постепенному уменьшению количества силовых цепочек. На средней и поздней стадиях выпуска количество цепочек меняется и в конечном итоге принимает значение 693. В целом, количество силовых цепочек показывает нисходящий тренд, при этом снижается количество свободных частиц, нагрузка всей системы перераспределяется по силовым цепочкам, уменьшается число коротких цепочек, а длинных, наоборот, возрастает.

Число силовых цепочек в сыпучей среде для каждой стадии выпуска и их вероятностное распределение по длине были нормированы. Результаты приведены на рис. 4 (не рассматривались цепочки длиной более 15 по причине их крайне малой доли).

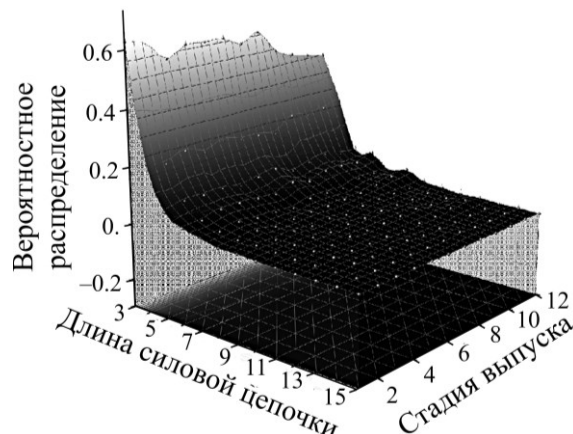


Рис. 4. Вероятностное распределение силовых цепочек по длине

Как показано на рис. 4, структура силовых цепочек в основном состоит из коротких и длинных цепочек, причем короткие цепочки доминируют. При увеличении длины цепочек их доля уменьшается равномерно, а поверхность вероятностного распределения уменьшается экспоненциально. С увеличением количества стадий выпуска число коротких силовых цепочек (3 частицы) уменьшилось с 62 до 43 %, количество средних цепочек (4–6 частиц) увеличилось с 33 до 43 %, а количество длинных цепочек (более 6 частиц) увеличилось с 4 до 13 %. По результатам расчетов выдвинуто предположение, что на начальных стадиях выпуска длинные цепочки разрушаются и преобразуются в короткие. Затем происходят сдвиг и переупаковка частиц, в результате чего образуются новые длинные цепочки, обеспечивающие устойчивость системы. В конечном итоге формируется новая структура силовых цепочек, где доля коротких цепочек уменьшается, а доля длинных растет.

Прочность силовой цепочки представляет собой среднее значение прочности всех точек контакта, входящих в цепочку, и характеризует ее несущую способность. Расчет прочности силовых цепочек в сыпучей среде и усреднение результатов позволяет получить общую прочность структуры. Для выявления механизма изменения прочности выполнено статистическое определение средней прочности цепочки в сыпучей среде для разных стадий выпуска (рис. 5).

Изменение прочности силовых цепочек можно разделить на три фазы. С начала первой стадии выпуска до конца четвертой происходит постепенное уменьшение прочности. Вторая фаза наблюдается с начала четвертой стадии до конца восьмой, во время которой прочность структуры постепенно увеличивается, а затем резко уменьшается. Третья фаза длится с конца девятой стадии до конца двенадцатой; на этой стадии прочность колеблется до принятия устойчивого положения. При увеличении стадий выпуска прочность сети силовых цепочек в сыпучей среде в целом уменьшается.

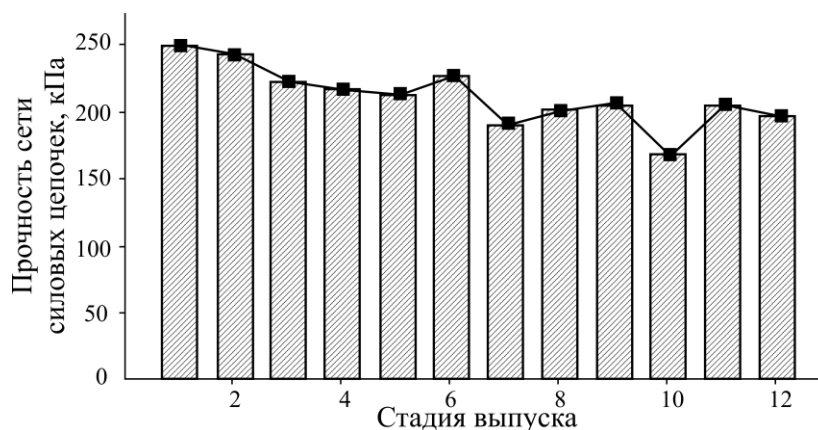


Рис. 5. Изменение прочности силовых цепочек в процессе выпуска руды

Далее выполнена нормировка данных по прочности силовых цепочек и рассчитано их распределение в рассматриваемой системе для описания механизма изменения прочности в зависимости от стадий выпуска. Результаты показаны на рис. 6.

Распределение по прочности сети силовых цепочек демонстрирует похожий механизм изменения в процессе выпуска руды. Сначала наблюдается экспоненциальное увеличение до пикового значения $f=0.7$ (где f — нормированная прочность сети силовых цепочек), а затем отмечается экспоненциальный спад. Изменение вероятностного распределения в зависимости от стадий выпуска относительно мало.

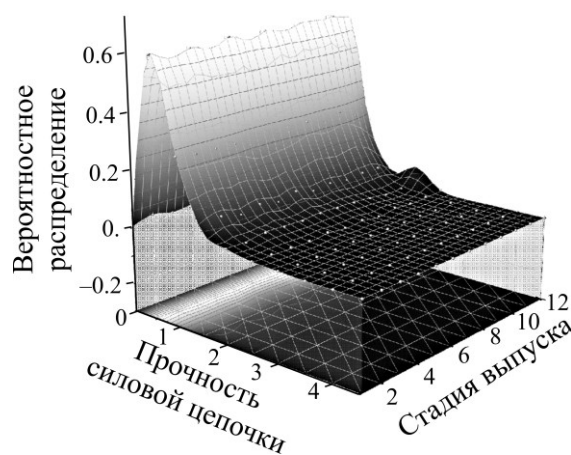


Рис. 6. Вероятностное распределение силовых цепочек по нормированной прочности

Способность силовой цепочки сохранять прямолинейную форму и передавать внешнюю нагрузку можно описать с помощью коэффициента коллимации, который определяется по следующей формуле [21]:

$$\delta_i = 1 - \frac{\sum_{j=1}^N \alpha_j}{180^\circ \times N}, \quad (4)$$

где N — общее количество контактов; α_j — угол изгиба цепочки в точке j -го контакта.

Если коэффициент коллимации имеет высокое значение, то силовая линия будет стремиться сохранить прямолинейную форму, и наоборот.

Данный коэффициент также может считаться косвенной характеристикой устойчивости сети силовых цепочек. На рис. 7 представлено изменение среднего значения коэффициента коллимации всей структуры силовых цепочек в сыпучей среде в зависимости от стадии выпуска.

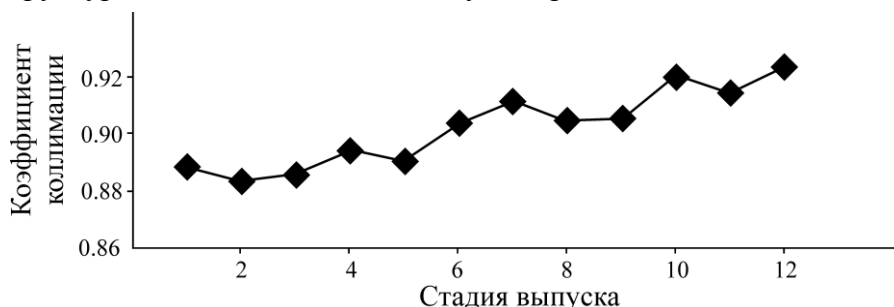


Рис. 7. Изменение коэффициента коллимации сети силовых цепей в процессе выпуска руды

Изменение коэффициента коллимации можно разделить на три фазы. Первая фаза, которая длится с начала первой стадии выпуска до конца четвертой, характеризуется прогрессивным ростом. На второй (стадии 5–8) происходит увеличение коэффициента, а затем его спад. Третья фаза (стадии 9–12) отличается значительным повышением коэффициента коллимации.

Из проведенного анализа видно, что длина силовых цепочек, их прочность, а также коэффициент коллимации повышаются при порядковом увеличении количества стадий выпуска, увеличивая вероятность образования длинных силовых цепочек из частиц руды.

АНАЛИЗ ЗНАЧИМОСТИ ФАКТОРОВ ВЛИЯНИЯ

На развитие структуры силовых цепочек оказывают влияние различные факторы. В качестве таких факторов выбрана прочность силовой цепочки и коэффициент коллимации. Чем больше значение прочности, тем более устойчива структура силовых цепочек. Высокое значение коэффициента коллимации означает способность предотвращать изгиб цепочек при воздействии внешней нагрузки и сохранять их прямолинейную структуру. При высоком коэффициенте коллимации цепочка способна сохранить устойчивость при изменении внешней нагрузки в пределах сыпучей среды. Результаты расчета прочности сети силовых цепочек методом ортогонального тестирования в зависимости от стадии выпуска приведены на рис. 8.

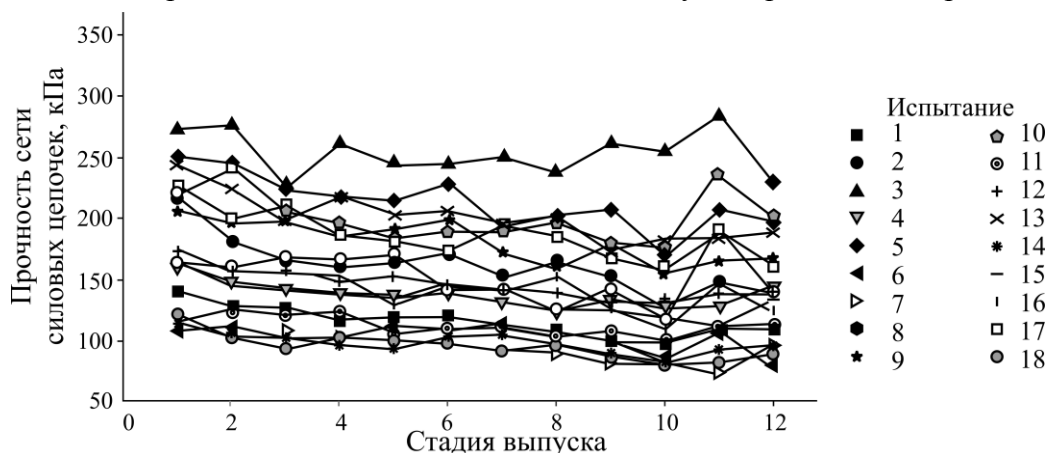


Рис. 8. Изменение прочности сети силовых цепочек в процессе выпуска при ортогональном тестировании

Отмечено, что при разных условиях прочность силовых цепочек изменяется аналогично, т.е. в среднем уменьшается с ростом числа стадий выпуска. В табл. 3 показано, что сочетание каждого параметра в рамках ортогонального тестирования влияет на механизм изменения прочности силовых цепочек в процессе выпуска руды. По результатам испытаний 3, 5, 10 и 13 видно, что радиус частиц среды в значительной мере влияет на изменение прочности. Также на изменение прочности влияет трение между частицами.

Для каждого ортогонального испытания определены коэффициенты коллимации всех силовых цепочек, входящих в систему, после чего выполнено их суммирование и вычислено среднее значение. Изменение коэффициента коллимации аналогично кривой на рис. 7, где на ранних стадиях выпуска наблюдается малая амплитуда колебаний, а на средних и поздних стадиях она увеличивается, что демонстрирует медленный восходящий тренд; коэффициент коллимации изменяется в диапазоне 0.80–0.95.

Таким образом могут быть рассчитаны средние значения прочности структуры силовых цепочек и коэффициента коллимации в различные моменты выпуска. В результате ортогонального тестирования сформирована таблица визуального анализа пяти факторов влияния (табл. 3).

ТАБЛИЦА 3. Таблица визуального анализа факторов влияния и показателей эффективности

Номер испытания	Толщина A , м	Коэффициент трения на границе раздела B	Коэффициент трения частиц C	Радиус частиц D , м	Коэффициент трения частиц о стенку E	Прочность силовых цепочек P	Коэффициент коллимации δ
1	0.003	0.2	0.2	0.006	0.2	115.384	0.842
2	0.003	0.5	0.5	0.007	0.5	161.187	0.846
3	0.003	0.8	0.8	0.008	0.8	252.807	0.870
4	0.004	0.2	0.2	0.007	0.5	137.602	0.839
5	0.004	0.5	0.5	0.008	0.8	212.241	0.902
6	0.004	0.8	0.8	0.006	0.2	103.100	0.869
7	0.005	0.2	0.5	0.006	0.8	94.223	0.869
8	0.005	0.5	0.8	0.007	0.2	151.521	0.852
9	0.005	0.8	0.2	0.008	0.5	180.549	0.819
10	0.003	0.2	0.8	0.008	0.5	200.380	0.874
11	0.003	0.5	0.2	0.006	0.8	112.039	0.839
12	0.003	0.8	0.5	0.007	0.2	145.892	0.841
13	0.004	0.2	0.5	0.008	0.2	200.556	0.856
14	0.004	0.5	0.8	0.006	0.5	97.734	0.871
15	0.004	0.8	0.2	0.007	0.8	135.306	0.853
16	0.005	0.2	0.8	0.007	0.8	141.995	0.866
17	0.005	0.5	0.2	0.008	0.2	185.686	0.835
18	0.005	0.8	0.5	0.006	0.5	95.397	0.863
K_1	164.615	148.357	144.428	102.980	150.357	Визуальный анализ P	
K_2	147.757	153.401	151.583	145.584	145.475		
K_3	141.562	152.175	157.923	205.370	158.102		
R	23.053	5.044	13.495	102.390	12.627		
Оптическая конфигурация	A_1	B_2	C_3	D_3	E_3		
K_1	0.852	0.858	0.838	0.858	0.849	Визуальный анализ δ	
K_2	0.865	0.857	0.863	0.849	0.852		
K_3	0.851	0.853	0.867	0.859	0.866		
R	0.014	0.005	0.029	0.010	0.017		
Оптическая конфигурация	A_2	B_1	C_3	D_3	E_3		

Видно, что конфигурация факторов $A_1B_2C_3D_3E_3$ является наиболее оптимальной для прочности сети силовых цепочек, а для коэффициента коллимации — конфигурация $A_2B_1C_3D_3E_3$. В рамках ортогонального тестирования невозможно выбрать итоговую оптимальную конфигурацию из двух полученных. Для дальнейшей оптимизации необходимо построить весовую матрицу на основе матричного анализа [22]. Матричная модель обладает тремя слоями: факторным, горизонтальным и показательным. Содержание каждого из слоев имеет определенную иерархическую структуру.

Оценка показательного слоя.

Данные в этом слое принадлежат факторам ортогонального тестирования со значением уровня каждого фактора m . Среднее значение показателя, который соответствует одиночному фактору A_i на j -том уровне, обозначено как k_{ij} . С ростом эффективности значение показателя оценки K_{ij} тоже увеличивается, следовательно, $K_{ij} = k_{ij}$; в противоположной ситуации $K_{ij} = 1 / k_{ij}$. На основе этого составлена матрица:

$$M = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 & \cdots \\ K_{12} & 0 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{1m} & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & K_{21} & 0 & \cdots \\ 0 & K_{22} & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & K_{2m} & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots \end{bmatrix} \quad (5)$$

Оценка факторного слоя.

Матрица факторного слоя может быть построена на основе соотношения $T_i = 1 / \sum_{j=1}^m K_{ij}$:

$$T = \begin{bmatrix} T_1 & 0 & \cdots \\ 0 & T_2 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots \end{bmatrix} \quad (6)$$

Оценка горизонтального слоя.

В рамках ортогонального тестирования можно рассмотреть множество переменных. Величина $S_i = s_i / \sum_{i=1}^l s_i$ использована для построения следующей матрицы, если диапазон факторов A_i составляет s_i :

$$S^T = [S_1 \quad S_2 \quad \cdots] \quad (7)$$

Посредством определения матриц трех слоев примем $U = MTS$, где $U_1 = K_{11}T_1S_1$ и $K_{11}T_1 = K_{11} / \sum_{j=1}^m K_{ij}$ — соотношение показательного значения фактора A_i на первом уровне к общему количеству показателей уровней; $S_i = s_i / \sum_{i=1}^l s_i$ — отношение диапазона фактора A_i к общему диапазону всех факторов. Сумма двух соотношений отражает магнитуду показательного значения и масштаб фактора. Далее можно рассчитать весовое значение влияния каждого фактора и получить наиболее оптимальную конфигурацию, а также порядок влияния каждого фактора на показатель.

Прочность сети силовых цепочек P — первый показатель ортогонального тестирования. Чем выше его значение, тем структура считается оптимальнее. Матричные значения для данного показателя имеют следующий вид:

$$M_1 = \begin{bmatrix} 164.615 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 147.757 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 141.562 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 148.357 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 153.401 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 152.175 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 144.428 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 151.583 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 157.923 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 102.980 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 145.584 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 205.370 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 150.357 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 145.475 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 158.102 \end{bmatrix}; \quad (8)$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{453.934} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{453.934} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{453.934} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{453.934} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{453.934} \end{bmatrix}; \quad (9)$$

$$S_1^T = \begin{bmatrix} \frac{23.053}{156.609} & \frac{5.044}{156.609} & \frac{13.495}{156.609} & \frac{102.39}{156.609} & \frac{12.627}{156.609} \end{bmatrix}; \quad (10)$$

$$U_1^T = [0.0534 \ 0.0479 \ 0.0459 \ 0.0105 \ 0.0109 \ 0.0108 \ 0.0274 \ 0.0288 \ 0.0300 \ 0.1483 \ 0.2097 \ 0.2958 \ 0.0267 \ 0.0258 \ 0.0281]. \quad (11)$$

Вторым показателем является коэффициент коллимации структуры силовых цепочек. Чем выше его значение, тем лучше. Результаты матричного анализа данного показателя:

$$U_2^T = [0.0619 \ 0.0629 \ 0.0619 \ 0.0223 \ 0.0222 \ 0.0221 \ 0.1262 \ 0.1299 \ 0.1305 \ 0.0445 \ 0.0441 \ 0.0446 \ 0.0749 \ 0.0752 \ 0.0764]. \quad (12)$$

Общая весовая матрица, в которой представлены средние значения весовых матриц двух показателей, определена следующим образом:

$$U^T = \left(\frac{U_1 + U_2}{2} \right)^T = [0.0577 \ 0.0554 \ 0.0539 \ 0.0164 \ 0.0166 \ 0.0165 \ 0.0768 \ 0.0794 \ 0.0803 \ 0.0964 \ 0.1269 \ 0.1702 \ 0.0508 \ 0.0505 \ 0.0523] = [A_1 \ A_2 \ A_3 \ B_1 \ B_2 \ B_3 \ C_1 \ C_2 \ C_3 \ D_1 \ D_2 \ D_3 \ E_1 \ E_2 \ E_3] \quad (13)$$

В результате расчетов построена кривая распределения взвешенных факторов ортогонального тестирования (рис. 9).

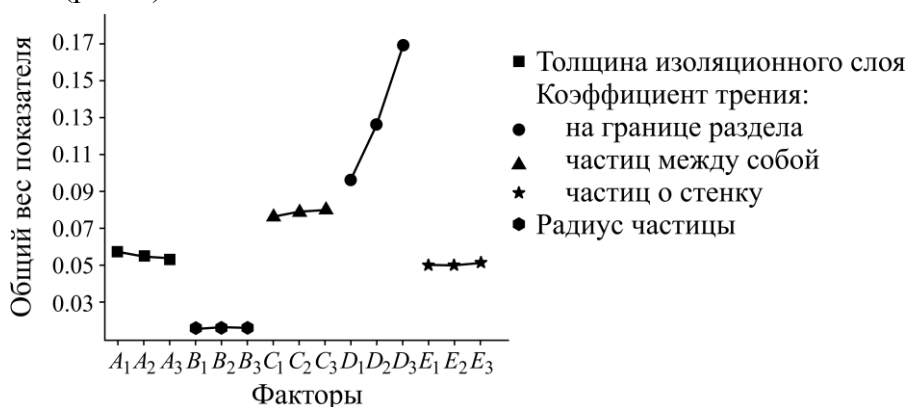


Рис. 9. Весовая диаграмма факторов, влияющих на процесс выпуска руды

Факторы по значимости ранжированы следующим образом: $D > C > A > E > B$ (рис. 9). Для фактора A наиболее значим первый уровень A_1 , для фактора B — второй уровень B_2 , для фактора C — третий уровень C_3 , для фактора D — третий уровень D_3 , для фактора E — третий уровень E_3 . Таким образом, наиболее оптимальной конфигурацией факторов является следующая: $A_1 B_2 C_3 D_3 E_3$ (толщина изоляционного слоя 0,003 м; коэффициент трения на границе раздела 0.5; коэффициент трения частиц между собой 0.8; радиус частиц 0.008 м; коэффициент трения частиц о стенку 0.8).

ВЫВОДЫ

В начале выпуска силовые цепочки сравнительно равномерно распределены под изолирующим слоем. С ростом числа интервалов выпуска количество силовых цепочек над изолирующим слоем постепенно увеличивается, а под ним — уменьшается. Распределение силовых цепочек над изоляционным слоем имеет выраженную направленность и относительно малую плотность. На поздних стадиях выпуска силовые цепочки над изоляционным слоем становятся ключевым компонентом всей структуры.

Количество силовых цепочек в процессе выпуска постепенно уменьшается. Большая часть цепочек является короткими (3 частицы), однако их доля в процессе выпуска уменьшается. Несмотря на небольшую долю длинных цепочек (более 6 частиц), их количество постепенно увеличивается. Вероятностное распределение прочности силовых цепочек на разных стадиях выпуска имеет аналогичное изменение: сначала экспоненциальный рост до пикового значения, а затем экспоненциальное снижение. В процессе выпуска наблюдается снижение прочности структуры силовых цепочек в сыпучей среде.

Рассмотрено влияние следующих пяти факторов на эволюцию структуры силовых цепочек: радиус частиц D , коэффициент трения частиц между собой C , толщина изоляционного слоя A , коэффициент трения частиц о стенку E , коэффициент трения на границе раздела изоляционного слоя B . Установлена наиболее оптимальная с точки зрения устойчивости структуры силовых цепочек конфигурация указанных факторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Chen Q. F. and Wu Z. X.** Mass draw and synchronous filling no-top-pillar shrinkage stoping method, CN101864957A, 2010.
2. **Wang G. Q. and Sun Q. C.** Granular matter and the scaling laws, *Eng. Mech.*, 2009, Vol. 26, No. S2. — P. 1–7.
3. **Zhang W., Zhou J., Zhang X. J., and Liu K.** Quantitative investigation into the relation between force chains and stress transmission during high-velocity compaction of powder, *J. Korean Phys. Soc.*, 2019, Vol. 74, No. 7. — P. 660–673.
4. **Zhang W., Zhou J., Zhang X. J., Zhang Y., and Liu K.** Quantitative investigation on force chain lengths during high velocity compaction of ferrous powder, *Mod. Phys. Lett. B*, 2019, Vol. 33, No. 10, article ID 1950113.
5. **Narumi T., See H., Suzuki A., and Hasegawa T.** Response of concentrated suspensions under large amplitude oscillatory shear flow, *J. Rheol.*, 2005, Vol. 49, No. 1. — P. 71–85.
6. **Chen F. X., Zhuang Q., Wang R. L., and Guo P. F.** Damage point prediction of a force chain based on the digital image correlation method, *Appl. Optics*, 2017, Vol. 56, No. 3. — P. 636.
7. **Okubo F. and Katsuragi H.** Force chain structure in a rod-withdrawn granular layer, *Mod. Phys. Lett. B*, 2021, Vol. 35, No. 16, article ID2150206.
8. **Fu L. L., Zhou S. H., Guo P. J., Wang S., and Luo, Z.** Induced force chain anisotropy of cohesionless granular materials during biaxial compression, *Granul. Matter*, 2019, Vol. 21, No. 3. — P. 52.
9. **Bobryakov A. P., Kosykh V. P. and Revuzhenko A. F.** Weak waves under periodic load applied to a packing of glass balls., *J. Min. Sci.*, 2016, Vol. 52. — P. 866–872.
10. **Laptev V. V. and Lukichev S. V.** DEM-Based analysis of ore losses in sublevel stoping, *J. Min. Sci.*, 2023, Vol. 59. — P. 572–578.
11. **Kosykh V. P., and Mikenina O. A.** Clustering in granular medium in biaxial compression, *J. Min. Sci.*, 2022, Vol. 58. — P. 534–540.
12. **Tordesillas A.** Force chain buckling, unjamming transitions and shear banding in dense granular assemblies, *Philos. Mag.*, 2007, Vol. 87, No. 32. — P. 4987–5016.
13. **Xie G. X., Yuan A. Y., and Wang L.** Study on deflection of surrounding rock force chain and disaster mechanism of instability in deep stope, *Shock Vib.*, 2020, Vol. 2020, article ID 88883897.
14. **Liu G. Q., Pan Y. Y., Zhao Y. L., Zhou J., Li J., and Han D. D.** Research on asphalt mixture force chain identification criteria based on computational granular mechanics, *Can. J. Civil. Eng.*, 2020, Vol. 48, No. 7. — P. 763–775.

15. **Fakhimi A., Carvalho F., Ishida T., and Labuz J.** Simulation of failure around a circular opening in rock, *Int. J. Rock Mech. Min.*, 2002, Vol. 39. — P. 507–515.
16. **Kazuyoshi I. and Masanobu O.** Rolling resistance at contacts in simulation of shear band development by DEM, *J. Eng. Mech.*, 1998, Vol. 124, No. 3. — P. 285–292.
17. **Itasca Consulting Group**, PFC2D (Particle Flow Code in 2Dimensions) (version 3.1) user's manual, Minneapolis, USA: [s.n.], 2004.
18. **Liu H., Ren, F. Y., He R. X., and Li G. H.** Calibration methods of the pfc microscopic parameters for simulating the loose ore rock, *Met. Min.*, 2018, Vol. 2018, No. 1. — P. 37–41.
19. **Wang W., Gu W., and Liu K.** Force chain evolution and force characteristics of shearing granular media in Taylor-Couette geometry by DEM, *Tribol. T.*, 2014, Vol. 58, No. 2. — P. 197–206.
20. **Yang Y. and Cheng Y. M.** A fractal model of contact force distribution and the unified coordination distribution for crushable granular materials under confined compression, *Powder Technol.*, 2015, Vol. 279. — P. 1–9.
21. **Zhang W., Zhou J., Yu S. W., Zhang X. J., and Liu K.** Quantitative investigation on force Chains of metal powder in high velocity compaction by using discrete element method, *J. Mech. Eng.*, 2018, Vol. 54, No. 10. — P. 85–92.
22. **Wei X. L., Li X. R., Wang J. H., and Chen Z. W.** Application of matrix analysis in multiple index orthogonal test design, *Adv. Mater. Res.*, 2012, Vol. 516–517. — P. 558–562.

Поступила в редакцию 25/VI 2023

После доработки 20/XII 2023

Принята к публикации 27/VI 2024