

УДК 532, 536.66

ЛАМИНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ НАНОЖИДКОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ВДОЛЬ КЛИНА ПРИ НАЛИЧИИ ВДУВА (ОТСОСА)

Р. М. Кэсмани, И. Мухэймин*, Р. Кэндэээми*

Центр фундаментальных научных исследований Университета Малайи,
50603 Куала-Лумпур, Малайзия

* Университет Тун Хуссейн Онн, 86400 Бату-Пахат, Джохор, Малайзия
E-mails: dylaruhaila@gmail.com, muh003@yahoo.com

С использованием модели, учитывающей параметры термофореза и броуновского движения, исследовано течение несжимаемой наножидкости в ламинарном пограничном слое вдоль клина при наличии вдува или отсоса. Для того чтобы найти поверхностное трение и скорость тепло- и массообмена, управляющие дифференциальные уравнения в частных производных этой задачи при заданных граничных условиях решены с использованием метода Рунге — Кутты — Джилла и метода стрельбы. Результаты представлены в виде профилей скорости, температуры и концентрации при различных значениях параметра вдува (отсоса), параметров броуновского движения, термофореза, градиента давления, чисел Прандтля и Льюиса. Установлено, что данные параметры оказывают значительное влияние на профили температуры и концентрации, однако их влияние на профиль скорости существенно меньше.

Ключевые слова: течение в пограничном слое, тепло- и массообмен, наножидкость, клин.

Введение. В работе [1] впервые сделано предположение, что наножидкости имеют большую теплопроводность, чем неметаллические жидкости. Это обусловило большой интерес к исследованию наножидкостей. Авторы работ [2, 3] также пришли к выводу, что добавление наночастиц в жидкость приведет к значительному увеличению тепло- и теплопроводности. Увеличение зависит от материала наночастиц (медь, корунд, серебро, окись титана), концентрации и других факторов. В обзоре [4] показано, что наличие наночастиц значительно повышает теплообмен жидкостей, таких как вода, этанол и этиленгликоль. Использование наножидкостей позволяет уменьшить мощность насосов при эквивалентной интенсификации теплообмена, а следовательно, сократить засорение частицами и таким образом сделать более миниатюрными системы [5]. В работе [6] показано, что увеличение дисперсии тепла и усиление турбулентности обусловлены движением наночастицы. При этом рассматривалось семь механизмов ее относительного движения (скольжения): инерция, броуновская диффузия, термофорез, диффузиофорез, эффект Магнуса, дренаж жидкости и гравитация, наиболее важными из которых являются броуновская диффузия и термофорез. В [7–11] изучались различные типы наножидкостей. В [7, 8] исследовалось начало конвекции в горизонтальном слое пористой среды, насы-

Работа выполнена в рамках исследовательского гранта университета Малайи (UMRG Acc N RG137-11AFR).

© Кэсмани Р. М., Мухэймин И., Кэндэээми Р., 2013

щенной наножидкостью. Позднее с использованием модели Бринкмана были рассмотрены три варианта границ: свободная — свободная, твердая — твердая и твердая — свободная. Результаты экспериментов [7, 8] показали, что в наножидкостях имеет место эффект плавучести. В [9] исследовалась задача Ченга — Минковича о естественной конвекции на вертикальной пластине в пористой среде, насыщенной наножидкостью. В качестве модели пористой среды использовалась модель Дарси. В [10] с использованием автомодельного решения исследовано естественное конвективное течение в пограничном слое наножидкости на вертикальной пластине. Линейный анализ устойчивости начала естественной конвекции в горизонтальном слое наножидкости проведен в [11], где рассмотрены монотонная и колебательная конвекции для тех же трех вариантов, что и в [8]. В работе [12] численно исследовано поведение наножидкости на растягивающейся плоской поверхности. При этом в работах [7–12] использовалась модель наножидкости, учитывающая влияние броуновского движения и термофореза.

Смешанная конвекция для ламинарного течения в пограничном слое, вызванного наличием нагретого клина или пластины, представляет теоретический и практический интерес. В работе [13] впервые исследованы комбинированное вынужденное и свободное конвективное течение и теплообмен на неизотермическом клине с неоднородной скоростью свободного потока. В [14] изучено влияние равномерного отсоса (вдува) на вынужденное течение на клине с постоянной температурой стенки. В работе [15] рассмотрен случай равномерного теплового потока на стенке для более широкого, чем в [16], диапазона значений параметра вдува или отсоса и проведено теоретическое исследование пограничного слоя смешанного конвективного течения на клине при наличии равномерного отсоса и вдува. В работах [17, 18] изучено влияние отсоса (вдува) на магнитогидродинамическое (МГД) ламинарное течение и смешанное конвективное течение за клином соответственно. В [19] с учетом влияния вдува (отсоса) рассматривается смешанное конвективное течение на вертикальном клине, погруженном в среду с очень большой пористостью. Авторы работы [20] исследовали локально-неавтомодельное решение для конвективного МГД-теплопереноса за пористым клином при наличии вдува (отсоса).

Целью настоящей работы является изучение течения в пограничном слое наножидкости вдоль клина при наличии равномерного вдува (отсоса) с использованием модели, в которой учитываются броуновское движение и термофорез. Представлено автомодельное решение. Краевая задача для дифференциальных уравнений в частных производных решается с использованием метода Рунге — Кутты — Джилла и метода стрельбы.

Основные уравнения. Рассмотрим двумерное ламинарное вынужденное течение в пограничном слое наножидкости на клине (рис. 1). Ось x направлена вдоль образующей клина, а ось y — по нормали к ней. Предполагается, что жидкость содержит наночастицы, вследствие чего ее свойства меняются. В табл. 1 приведены теплофизические свойства

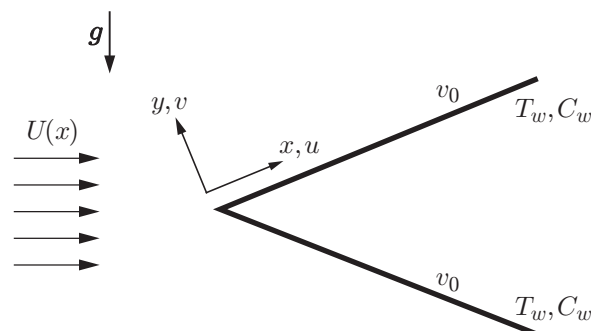


Рис. 1. Схема течения вдоль стенки клина

Таблица 1

Теплофизические свойства воды и наночастицы (Al₂O₃) [21]

Вещество	ρ , кг/м ³	k , Вт/(м·К)	c , Дж/(кг·К)	$\alpha \cdot 10^{-7}$, м ² /с
H ₂ O	997,1	0,613	4179	1,47
Al ₂ O ₃	3970	40	765	131,7

жидкости (воды) и наночастиц корунда Al₂O₃. Предполагается, что температура стенки и концентрация частиц на ней меняются при изменении расстояния до вершины клина вдоль пластины. На поверхности клина задан постоянный вдув (отсос). Уравнения в приближении Буссинеска запишем в виде

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + U_\infty \frac{dU_\infty}{dx};$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \tau \left[D_B \frac{\partial C}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y} + \frac{D_T}{T_\infty} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right]; \quad (1)$$

$$u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D_B \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{D_T}{T_\infty} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}. \quad (2)$$

Граничные условия:

$$y = 0: \quad u = 0, \quad v = v_0, \quad T = T_w, \quad C = C_w,$$

$$y \rightarrow \infty: \quad u = U_\infty, \quad T = T_\infty, \quad C = C_\infty.$$

Здесь u, v — проекции вектора скорости на оси x, y соответственно; U_∞ — скорость потока на внешней границе пограничного слоя; $\nu = \mu/\rho$ — кинематическая вязкость наножидкости; T — температура наножидкости; C — концентрация наночастиц; T_w, C_w — температура и концентрация наночастиц на стенке клина соответственно; T_∞, C_∞ — температура жидкости и концентрация наночастиц в свободном потоке соответственно; $\alpha = k/(\rho c)$ — температуропроводность наножидкости; $\tau = (\rho c)_p/(\rho c)_f$ — отношение теплоемкости наночастицы и теплоемкости жидкости; $k, \rho c, \rho_f, \rho_p, c_f, c_p$ — теплопроводность, теплоемкость, плотность наножидкости, плотность наночастицы, удельная теплоемкость жидкости и удельная теплоемкость наночастицы соответственно; $D_B = k_{Bo}T/(3\pi\mu d_p)$ — коэффициент броуновской диффузии, который определяется уравнением Эйнштейна — Стокса [4]; k_{Bo} — постоянная Больцмана; μ — вязкость наножидкости; d_p — диаметр наночастицы; $D_T = \beta^* \mu C/\rho$ — коэффициент термодиффузии; $\beta^* = 0,26k_f/(2k_f + k_p)$ — коэффициент термофореза; k_f, k_p — теплопроводность жидкости и наночастицы соответственно.

Введем следующие безразмерные величины [14]:

$$\psi = \sqrt{\frac{2U_\infty \nu x}{1+m}} f(x, \eta), \quad \eta = y \sqrt{\frac{(1+m)U_\infty}{2\nu x}}, \quad \theta(x, \eta) = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}, \quad \varphi(x, \eta) = \frac{C - C_\infty}{C_w - C_\infty},$$

где $U_\infty = ax^m$ — скорость потока на внешней границе пограничного слоя; $m = \beta/(2 - \beta) \geq 0$; β — параметр градиента давления Хартри, который соответствует значению $\beta = \Omega/\pi$ для полного угла Ω клина. Уравнение неразрывности удовлетворяется, если ввести функцию тока $\psi(x, y)$, такую что

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Компоненты скорости представим в виде

$$u = U \frac{\partial f}{\partial \eta}, \quad v = -\left(\frac{2}{1+m} \frac{\nu U_\infty}{x} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{2} f + \frac{1}{2} \frac{x}{U_\infty} \frac{dU_\infty}{dx} f + \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + x \frac{\partial f}{\partial x} \right).$$

С использованием новых переменных получаем обыкновенные дифференциальные уравнения

$$f''' + ff'' + \frac{2m}{m+1}(1-f'^2) = 0, \quad \frac{1}{\text{Pr}}\theta'' + f\theta' + N_B\varphi'\theta' + N_t\theta'^2 = 0; \quad (3)$$

$$\varphi'' + \text{Le}f\varphi' + \frac{N_t}{N_B}\theta'' = 0 \quad (4)$$

с граничными условиями

$$f(0) = \frac{2}{m+1}s, \quad f'(0) = 0, \quad \theta(0) = 1, \quad \varphi(0) = 1, \quad f(\infty) = 1, \quad \theta(\infty) = 0, \quad \varphi(\infty) = 0.$$

Здесь штрих означает дифференцирование по η ; s — параметр отсоса или вдува; $\text{Pr} = \nu/\alpha$ — число Прандтля; $\text{Le} = \nu/D_B$ — число Льюиса; $N_B = (\rho c)_p D_B(\varphi_w - \varphi_\infty)/((\rho c)_f \nu)$ — параметр броуновского движения; $N_t = (\rho c)_p D_T(\theta_w - \theta_\infty)/((\rho c)_f T_\infty \nu)$ — параметр термофореза.

Течение характеризуют следующие физические величины: коэффициент поверхностного трения C_f , число Нуссельта Nu и число Шервуда Sh :

$$C_f = 2f''(\xi, 0)\sqrt{(1+m)/(2\text{Re}_x)}; \quad (5)$$

$$\text{Nu} = -\theta'(\xi, 0)\sqrt{(1+m)/(2\text{Re}_x)}; \quad (6)$$

$$\text{Sh} = -\varphi'(\xi, 0)\sqrt{(1+m)/(2\text{Re}_x)}. \quad (7)$$

В уравнениях (5)–(7) число Рейнольдса имеет вид

$$\text{Re}_x = U_\infty x/\nu.$$

Результаты исследования и их обсуждение. Результаты получены с помощью метода Рунге — Кутты — Джилла и метода стрельбы при различных значениях параметров Pr , Le , N_B , N_t . В качестве основной жидкости использовалась вода с наночастицами корунда Al_2O_3 . Следует отметить, что рассматриваемая краевая задача сводится к классической задаче тепло- и массообмена на клине при наличии равномерного вдува (отсоса), если в уравнениях (3), (4) пренебречь параметрами N_B и N_t . В работе [12] считается, что в данном случае краевая задача для φ становится плохо обусловленной и не имеет физического смысла. Для того чтобы оценить погрешность используемого численного метода, вычисленные коэффициенты поверхностного трения и теплопереноса сравниваются с результатами, полученными в работах [14, 19] при $N_t = 0$, $N_B \rightarrow 0$ (табл. 2). Из табл. 2 следует, что эти результаты хорошо согласуются при любом значении градиента давления m . (Численные расчеты выполнены при различных значениях параметров N_B , N_t , m , s , Pr , Le .)

Для водных наножидкостей с наночастицами диаметром $1 \div 100$ нм при комнатной температуре коэффициент броуновской диффузии D_B меняется в диапазоне $4 \cdot 10^{-10} \div 4 \cdot 10^{-12}$ м²/с [6]. При комнатной температуре и концентрации смеси $\varphi^* < 1$ наножидкости вода — корунд имеют следующие теплофизические свойства: $\mu > 8,91 \times 10^{-4}$ кг/(м·с), $\rho > 997,1$ кг/м³, $k > 0,613$ Вт/(м·К), $\rho c < 4,16 \cdot 10^6$, $\alpha > 1,47 \cdot 10^{-7}$ м²/с, $\tau \approx 0,73$.

На рис. 2 представлены распределения скорости, температуры и концентрации при различных значениях параметра градиента давления m и комнатной температуре для водно-корундовых наножидкостей при $N_B = N_t = 0,1$. Видно, что увеличение значения градиента давления m приводит к увеличению скорости и уменьшению температуры и концентрации.

Таблица 2

Значения коэффициента поверхностного трения $f''(0)$ и коэффициента теплопереноса $-\theta'(0)$ при $Pr = 0,73$, $Le = 0,62$, $s = 0$, $N_t = 0$, $N_B \rightarrow 0$ и различных значениях m

m	$f''(0)$			$-\theta'(0)$		
	Данные работы [17]	Данные работы [12]	Данные настоящей работы	Данные работы [17]	Данные работы [12]	Данные настоящей работы
0	0,469 75	0,469 00	0,469 60	0,420 79	0,420 15	0,420 16
0,0141	0,504 72	0,504 61	0,504 61	0,426 35	0,425 78	0,425 78
0,0435	0,569 04	0,568 98	0,568 98	0,435 97	0,435 48	0,435 48
0,0909	0,655 01	0,654 98	0,654 98	0,447 70	0,447 30	0,447 30
0,1429	0,732 02	0,732 00	0,732 00	0,457 28	0,456 93	0,456 94
0,2000	0,802 14	0,802 13	0,802 13	0,465 34	0,465 03	0,465 03
0,3333	0,927 66	0,927 65	0,927 65	0,478 40	0,478 14	0,478 14

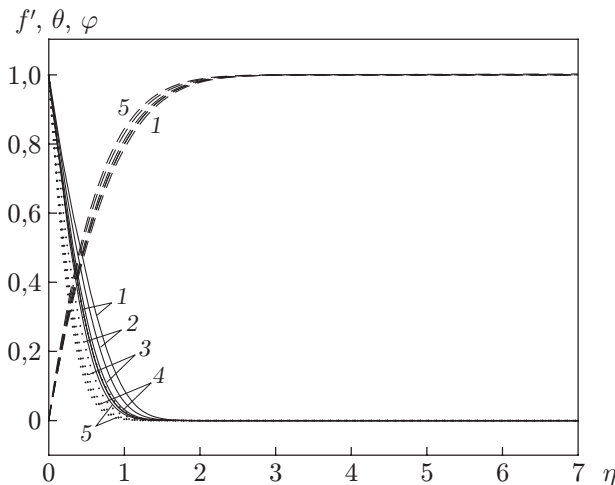


Рис. 2. Профили скорости (штриховые линии), температуры (пунктирные) и концентрации (сплошные линии) при $Pr = 5$, $Le = 5$, $s = 0,5$, $N_B = 0,1$, $N_t = 0,1$ и различных значениях градиента давления m :

1 — $m = 0$, 2 — $m = 0,0909$, 3 — $m = 0,2$, 4 — $m = 0,5$, 5 — $m = 1,0$

Наночастицы корунда в воде комнатной температуры имеют следующие характеристики: $b^* = 3,87 \cdot 10^{-3}$, $D_T = 7 \cdot 10^{-10}$. Для $d_p = 10$ нм получаем $D_B \approx 4 \cdot 10^{-11}$ м²/с. Тогда $N_B = 1$, $N_t = 1$ соответственно. В табл. 3 показаны изменения скорости тепло- и массообмена при $Pr = 5$, $Le = 5$, $m = 0,0909$, $s = 0,5$ и различных значениях N_B , N_t . Видно, что при увеличении N_t $-\theta'(0)$, $-\varphi'(0)$ увеличиваются; при увеличении параметра N_B скорость теплообмена $-\theta'(0)$ продолжает увеличиваться, в то время как концентрация $-\varphi'(0)$ начинает уменьшаться. Данная ситуация представлена на рис. 3, 4.

На рис. 5 показано влияние вдува $s > 0$ на скорость, температуру и концентрацию для наножидкостей вода — корунд при комнатной температуре. Видно, что наличие вдува жидкости на стенке приводит к увеличению скорости движения всей жидкости, уменьшению толщины тепловых и концентрационных пограничных слоев, а также к снижению ее температуры и концентрации. Однако наличие отсоса жидкости на стенке ($s < 0$) приводит к уменьшению скорости жидкости и увеличению ее температуры и концентрации (рис. 6).

Таблица 3

Скорости тепло- и массообмена
при $Pr = 5, Le = 5, m = 0,0909, s = 0,5$ и различных значениях N_B, N_t

N_B	N_t	$-\theta'(0)$	$-\varphi'(0)$
0,2	0,1	3,20275	1,91180
0,2	0,2	2,07909	3,04993
0,2	0,4	1,57292	2,34381
0,3	0,2	1,52509	4,00300
0,4	0,2	1,10029	4,41454
0,5	0,2	0,78187	4,61861

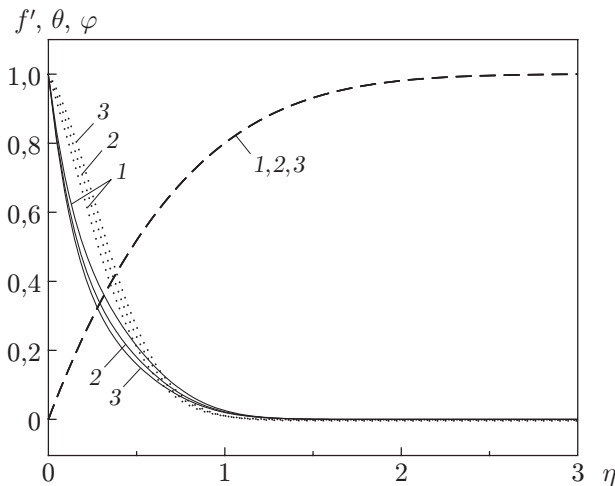


Рис. 3

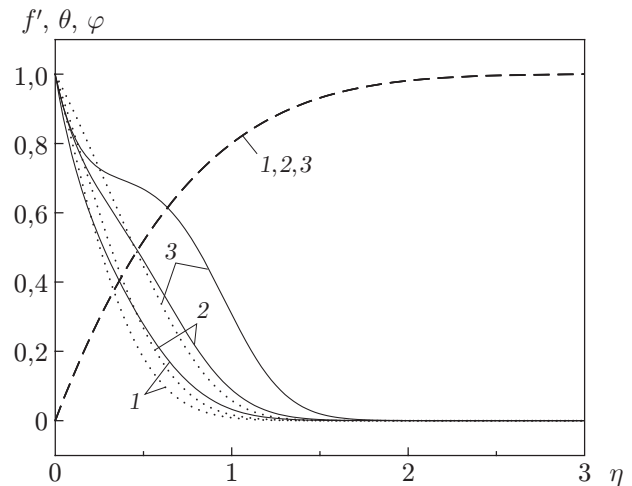


Рис. 4

Рис. 3. Профили скорости (штриховые линии), температуры (пунктирные) и концентрации (сплошные линии) при $Pr = 5, Le = 5, m = 0,0909, s = 0,5, N_t = 0,2$ и различных значениях параметра броуновского движения:
1 — $N_B = 0,3, 2 — N_B = 0,4, 3 — N_B = 0,5$

Рис. 4. Профили скорости (штриховые линии), температуры (пунктирные) и концентрации (сплошные линии) при $Pr = 5, Le = 5, m = 0,0909, s = 0,5, N_B = 0,2$ и различных значениях параметра термофореза:
1 — $N_t = 0,2, 2 — N_t = 0,4, 3 — N_t = 0,6$

Для водно-корундовых наножидкостей при комнатной температуре и $\varphi^* = 0,1 \div 0,9$ значения кинематической вязкости и температуропроводности находятся в диапазонах $8,91 \cdot 10^{-7} \div 7,67 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$ и $1,99 \cdot 10^{-7} \div 3,77 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ соответственно. Таким образом, число Прандтля приблизительно равно $Pr = 3 \div 20$. На рис. 7 показано влияние числа Прандтля ($Pr = 3, 5, 10$) на профили скорости, температуры и концентрации для водно-корундовых наножидкостей. Видно, что при увеличении числа Прандтля температура жидкости уменьшается, концентрация увеличивается, а скорость жидкости остается неизменной.

При стандартных значениях параметров водно-корундовых наножидкостей при комнатной температуре и $D_B = 4 \cdot 10^{-11} \text{ м}^2/\text{с}, d_p = 10 \text{ нм}$ значение числа Льюиса $Le \gg 1$. На рис. 8 показано влияние числа Льюиса на профили безразмерных скорости, температуры

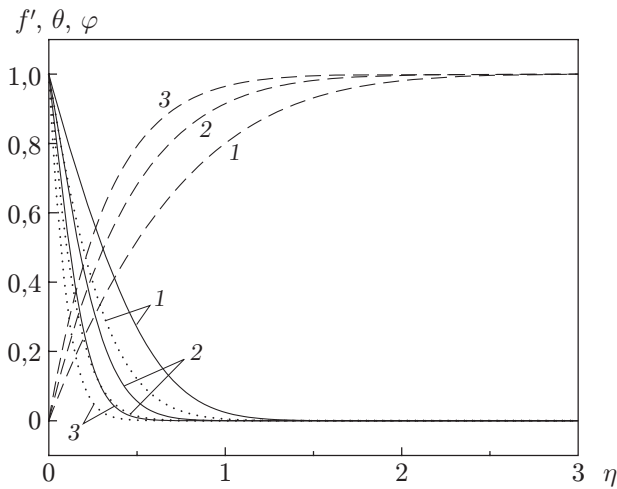


Рис. 5

Рис. 5. Профили скорости (штриховые линии), температуры (пунктирные) и концентрации (сплошные линии) при $Pr = 5$, $Le = 5$, $m = 0,0909$, $N_B = 0,1$, $N_t = 0,1$ и различных значениях параметра вдува:

1 — $s = 0,5$, 2 — $s = 1,0$, 3 — $s = 1,5$

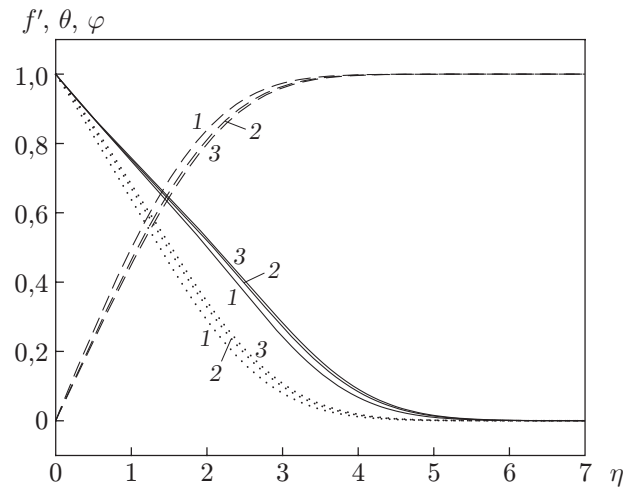


Рис. 6

Рис. 6. Профили скорости (штриховые линии), температуры (пунктирные) и концентрации (сплошные линии) при $Pr = 0,73$, $Le = 0,62$, $m = 0,0909$, $N_B = 0,1$, $N_t = 0,1$ и различных значениях параметра отсоса:

1 — $s = -0,10$, 2 — $s = -0,15$, 3 — $s = -0,17$

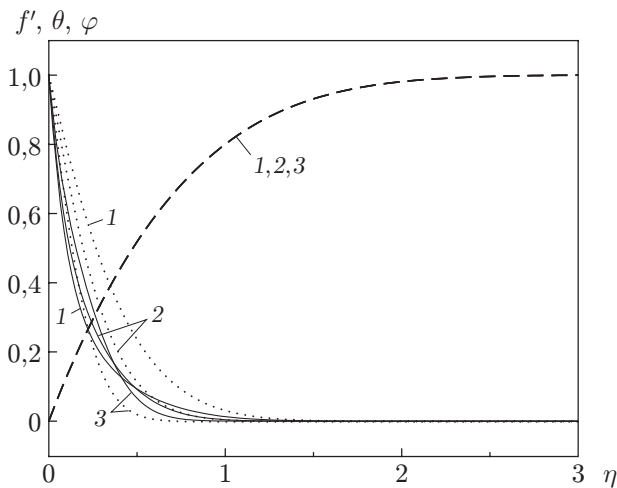


Рис. 7

Рис. 7. Профили скорости (штриховые линии), температуры (пунктирные) и концентрации (сплошные линии) при $Le = 10$, $m = 0,0909$, $s = 0,5$, $N_B = 0,1$, $N_t = 0,1$ и различных значениях числа Прандтля:

1 — $Pr = 3$, 2 — $Pr = 5$, 3 — $Pr = 10$

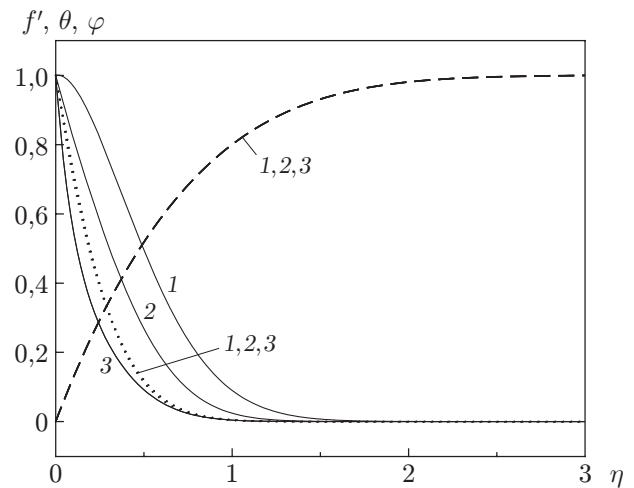


Рис. 8

Рис. 8. Профили скорости (штриховые линии), температуры (пунктирные) и концентрации (сплошные линии) при $Pr = 5$, $m = 0,0909$, $s = 0,5$, $N_B = 0,1$, $N_t = 0,1$ и различных значениях числа Льюиса:

1 — $Le = 3$, 2 — $Le = 5$, 3 — $Le = 10$

и концентрации. Видно, что при увеличении числа Льюиса температура и концентрация уменьшаются, профиль скорости вновь остается постоянным.

Заключение. С использованием модели наножидкости, учитывающей параметры термофореза и броуновского движения, численно исследована задача вынужденного течения в ламинарном пограничном слое несжимаемой наножидкости вдоль клина при наличии вдува (отсоса). Результаты проведенного исследования показывают, что на профиль скорости существенное влияние оказывают градиент давления и параметр вдува, воздействие параметра отсоса меньше. При увеличении параметров броуновского движения, термофореза, чисел Прандтля и Льюиса профиль скорости не меняется, а температура незначительно увеличивается. Однако при увеличении градиента давления, числа Льюиса, параметра вдува и числа Прандтля тенденция меняется на противоположную. Концентрация быстро увеличивается с увеличением параметров термофореза и числа Прандтля и медленно растет с увеличением параметра отсоса. При увеличении параметров броуновского движения, вдува и числа Льюиса концентрация существенно уменьшается. Влияние градиента давления на концентрацию значительно меньше.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Choi S.** Enhancing thermal conductivity of fluids with nanoparticles // *Developments and applications of non-Newtonian flows* / Ed. by D. A. Siginer, H. P. Wang. N. Y.: ASME, 1995. FED — V. 231/MD — V. 66. P. 99–105.
2. **Terekhov V. I., Kalinina S. V., Lemanov V. V.** The mechanism of heat transfer in nanofluids: state of the art (review). 1. Synthesis and properties of nanofluids // *Thermophys. Aeromech.* 2010. V. 17, N 1. P. 1–14.
3. **Terekhov V. I., Kalinina S. V., Lemanov V. V.** The mechanism of heat transfer in nanofluids: state of the art (review). 2. Convective heat transfer // *Thermophys. Aeromech.* 2010. V. 17, N 2. P. 157–171.
4. **Kakaç S., Pramuanjaroenkij A.** Review of convective heat transfer enhancement with nanofluids // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2009. V. 52. P. 3187–3196.
5. **Wen D., Lin G., Vafaei S., Zhang K.** Review of nanofluids for heat transfer applications // *Particuology.* 2009. V. 7. P. 141–150.
6. **Buongiorno J.** Convective transport in nanofluids // *Trans. ASME. J. Heat Transfer.* 2006. V. 128. P. 240–250.
7. **Nield D. A., Kuznetsov A. V.** Thermal instability in a porous medium layer saturated by a nanofluid // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2009. V. 52. P. 5796–5801.
8. **Kuznetsov A. V., Nield D. A.** Thermal instability in a porous medium layer saturated by a nanofluid: Brinkman model // *Transp. Porous Media.* 2010. V. 81. P. 409–422.
9. **Nield D. A., Kuznetsov A. V.** The Cheng — Minkowycz problem for natural convective boundary layer flow in a porous medium saturated by a nanofluid // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2009. V. 52. P. 5792–5795.
10. **Kuznetsov A. V., Nield D. A.** Natural convective boundary-layer flow of a nanofluid past a vertical plate // *Intern. J. Thermal Sci.* 2010. V. 49. P. 243–247.
11. **Nield D. A., Kuznetsov A. V.** The onset of convection in a horizontal nanofluid layer of finite depth // *Europ. J. Mech. B. Fluids.* 2010. V. 29. P. 217–223.
12. **Khan W. A., Pop I.** Boundary-layer flow of a nanofluid past a stretching sheet // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2010. V. 53. P. 2477–2483.
13. **Sparrow E. M., Eichhorn R., Gregg J. L.** Combined forced and free convection in a boundary layer flow // *Phys. Fluids.* 1959. V. 2. P. 319–328.

14. **Watanabe T.** Thermal boundary layer over a wedge with uniform suction or injection in forced flow // Acta Mech. 1990. V. 83. P. 119–126.
15. **Yih K. A.** Uniform suction/blowing effects on forced convection about a wedge: uniform heat flux // Acta Mech. 1998. V. 128. P. 173–181.
16. **Watanabe T., Funazaki K., Taniguchi H.** Theoretical analysis on mixed convection boundary layer flow over a wedge with uniform suction or injection // Acta Mech. 1994. V. 105. P. 133–141.
17. **Kafoussias N. G., Nanousis N. D.** Magnetohydrodynamic laminar boundary layer flow over a wedge with suction or injection // Canad. J. Phys. 1997. V. 75. P. 733–745.
18. **Nanousis N. D.** Theoretical magnetohydrodynamic analysis of mixed convection boundary-layer flow over a wedge with uniform suction or injection // Acta Mech. 1999. V. 138. P. 21–30.
19. **Kumari M., Takhar S. H., Nath G.** Mixed convection flow over a vertical wedge embedded in highly porous medium // Heat Mass Transfer. 2001. V. 37. P. 139–146.
20. **Muhaimin I., Kandasamy R., Hashim I., Khamis A.** Local nonsimilarity solution on MHD convective heat transfer flow past a porous wedge in the presence of suction or injection // J. Porous Media. 2010. V. 13. P. 487–495.
21. **Oztop H. F., Abu-Nada E.** Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2008. V. 29. P. 1326–1336.

*Поступила в редакцию 17/VIII 2011 г.,
в окончательном варианте — 5/X 2012 г.*
