(2.5). В результате

(П.1) $$-B/((B+1)\zeta_0)y\lambda = y^3 + 2y';$$

(П.2) $$(1+B)\zeta_0 = (1-1{,}5B)/\left(\nu/(4\alpha^2\lambda_{0,1}^2) + y_0^4/\zeta\right).$$

Последнее соотношение нолучено следующим образом. Уравнение (2.5) умножено на $\zeta$ и от обеих частей его взят интеграл по области $[-\lambda_{0,1}, \lambda_{0,1}]$, при этом использованы приближенные равенства

$$\int_{-\lambda_{0,1}}^{\lambda_{0,1}} \left[\frac{B}{B+1}\lambda + (1+2\beta)\zeta y^2\right]\zeta\zeta'\,d\lambda \simeq -\frac{B}{B+1}\lambda_{0,1}\zeta_0^2,$$

$$\int_{-\lambda_{0,1}}^{\lambda_{0,1}} \zeta^2 y^2\left(\frac{B}{B+1}\lambda + \zeta y^2\right)d\lambda \simeq 2y^4(0)\,\zeta_0^3\lambda_{0,1}.$$

Дифференциальное уравнение (П.1) для функции $y$ есть уравнение Бернулли. Оно интегрируется, и решение представляется в виде $\Delta = 1/ /y^2(0) + [((1+B)/(2B))\zeta_0\pi]^{0,5}\Phi[\lambda B^{0,5}/((2(B+1)\zeta_0)^{0,5})]$.

Удовлетворяя граничным условиям (2.6), имеем

(П.3) $$y_0^2 = 2n/(n+1), \quad [2(1+B)\zeta_0\pi]^{0,5} = (n-1)/n.$$

Из условия $\delta(\lambda_{0,1}) = 0{,}1$ находим

(П.4) $$\lambda_{0,1} = \eta_0(n-1)/(\pi^{0,5}n).$$

Из (П.2)—(П.4) можно определить показатель автомодельности $B$. Выражение для него тождественно совпадает с формулой (4.6).

## ЛИТЕРАТУРА


1. **Баренблатт Г. И.** Расплывание турбулентного слоя // Н. Е. Кочин и развитие механики.— М.: Наука, 1984.
2. **Barenblatt G. I.** Selfsimilar turbulence propagation from an instantaneous plane source // Nonlinear Dynamics and Turbulence.— Boston et al., 1983.— P. 48.
3. **Неуважаев В. Е., Яковлев В. Г.** Модель и метод численного расчета турбулентного перемешивания границы раздела, движущейся ускоренно // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики.— М., 1984.— Вып. 2/16.
4. **Монин А. С., Яглом А. И.** Статистическая гидродинамика.— М.: Наука, 1965.— Ч. 1.
5. **Неуважаев В. Е.** К теории турбулентного перемешивания // ДАН СССР.— 1975.— Т. 222, № 5.
6. **Неуважаев В. Е.** Свойства модели турбулентного перемешивания границы раздела ускоряемых разноплотных жидкостей // ПМТФ.— 1983.— № 5.


*Поступила 3/X 1986 г.*

---

УДК 532.517.4

# ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКРУЧЕННЫХ ОДНО- И ДВУХФАЗНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПОТОКОВ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

*В. В. Новомлинский, М. П. Стронгин*

*(Барнаул)*

Турбулентные закрученные потоки широко используются для интенсификации процессов тепломассообмена в различных промышленных аппаратах. Примерами таких аппаратов могут служить плазмохимические реакторы, плазмотроны, камеры сгорания, пылеуловители и т. д. Для увеличения экономичности и эффективности их работы необходимо детальное исследование гидродинамики в закрученных течениях.

Известно, что закрученные потоки характеризуются сильной искривленностью линий тока, возникновением рециркуляционных зон, расположение и размеры которых в значительной мере зависят от интенсивности крутки и конфигурации границ области течения. Размеры рециркуляционной зоны зависят также от «загруженности» потока частицами в случае газодисперсных течений. Исследование вихревых потоков с дисперсной фазой осложняется необходимостью учета динамического взаимодействия фаз. Все это вместе с проблемой моделирования турбулентности существенно затрудняет численное исследование течений такого типа. Теоретическое и экспериментальное исследование закрученных потоков значительно продвинуто в [1—3].

**1. Турбулентные однофазные потоки с закруткой.** Большой интерес к интенсивным закрученным потокам, которые являются в основном турбулентными, требует привлечения достаточно гибких моделей турбулентности. В [4] приведены расчеты осесимметричных закрученных турбулентных струй с использованием прандтлевской модели пути смешения, которые показали качественное согласование с экспериментальными данными. В [5, 6] сделана попытка использовать для численного исследования закрученных течений стандартную $k$ — $\varepsilon$-модель турбулентности ($k$ — кинетическая энергия пульсационного движения, $\varepsilon$ — скорость диссипации пульсационной энергии), которая хорошо зарекомендовала себя при расчетах простых сдвиговых течений. Однако использование стандартной $k$ — $\varepsilon$-модели при достаточно интенсивной закрутке приводило к существенному расхождению с экспериментом. Автор [6] объясняет это расхождение анизотропией турбулентной вязкости, хотя используемая им стандартная модель турбулентности не учитывает даже тех выражений для пульсационных моментов, которые появляются вследствие крутки и допускают описание в рамках изотропной модели. В [7] отмечается, что один из возможных путей дальнейшего усовершенствования моделей турбулентности закрученных течений состоит в различного рода модификациях $k$ — $\varepsilon$-модели.

В [8—12] предложены поправки к традиционной двухпараметрической модели. Как отмечается в [12], все ранее предложенные модификации $k$ — $\varepsilon$-модели оказались непригодными для расчета закрученных ограниченных турбулентных течений. Подход авторов [12] состоял в подборе оптимальных значений эмпирических констант модели энергия — диссипация для изучения закрученных турбулентных ограниченных течений. Так, путем прямого перебора и сравнения с экспериментом [13] получены следующие оптимальные значения для констант: $c_\mu = 0{,}125$, $c_1 = 1{,}44$, $c_2 = 1{,}8943$, $\sigma_\varepsilon = 1{,}1949$, но, как отмечается в [12], при расчетах незакрученных течений эти оптимальные значения эмпирических констант неприемлемы. Для расчета незакрученных течений в [12] предлагается использовать один набор эмпирических констант, а для расчета слабо- и сильнозакрученных потоков — другой. Однако очевидно, что характеристики незакрученного и слабозакрученного течения должны быть близки и в то же время существенно отличаться от параметров потока с сильной закруткой.

Другой подход в моделировании турбулентности для закрученных течений состоит в использовании моделей второго порядка, включающих в себя уравнения для переноса вторых одноточечных моментов $\langle u_i'u_j'\rangle$, что позволило отказаться от гипотезы изотропности турбулентной вязкости [14—16]. К сожалению, эти модели обладают существенным недостатком: наличием большого числа эмпирических констант, что в сильной степени снижает ценность модели для практических расчетов. К тому же дополнительные уравнения для $\langle u_i'u_j'\rangle$ делают модель более громоздкой, что также затрудняет ее численную реализацию. Открытым остается вопрос о достаточной правомерности гипотез, использованных при выводе этих моделей [17]. Попытки использовать модели второго порядка для расчета закрученных течений оказались «весьма разочаровывающими» [17].

В данной работе предложена новая модификация $k$ — $\varepsilon$-модели для закрученных потоков постоянной плотности, учитывающая влияние закрутки на турбулентные характеристики течения и переходящая в стандартную при затухании закрутки. Почти все предыдущие модификации $k$ — $\varepsilon$-модели были связаны с изменением выражений для эмпирических констант $c_2$ или(и) $c_\mu$. Здесь же сделана попытка модифицировать член в $\varepsilon$-уравнении, связанный с генерацией, так, чтобы эмпирически учесть дополнительные корреляции, возникающие в закрученном течении. Лучшее смешение закрученных потоков обусловлено их повышенной по сравнению с незакрученными турбулизацией, т. е. бо́льшими коэффициентами переноса. При использовании $k$ — $\varepsilon$-модели замыкания, где $\mu_t = c_\mu \rho k^2/\varepsilon$ — турбулентная вязкость, можно попытаться получить увеличение $\mu_t$ в закрученном потоке путем модификации уравнения для $\varepsilon$, изменив в $\varepsilon$-уравнении член с генерацией, поскольку именно этот член введен в уравнение с наибольшим произволом. Естественно, что модификация должна касаться генерации, обусловленной круткой, так как для достаточно гибких моделей турбулентности при затухании интенсивности закрутки в пределе, стремящейся к нулю, необходим переход в стандартную $k$—$\varepsilon$-модель. В некоторых случаях закрутка турбулентного потока приводит к подавлению турбулентности, а следовательно, и к уменьшению коэффициента турбулентной вязкости. Так, в [18] приводится критерий затухания турбулентных пульсаций под действием радиальной силы в закрученном потоке $\partial(w^2/r)/\partial r > 0$.

Действительно, при описании турбулентного закрученного течения на основе $k$ — $\varepsilon$-модели возникает новый момент $\langle F_r' v' \rangle$, где $F_r'$ — пульсационная составляющая радиальной (центробежной) силы. Этот момент в соответствии с градиентной гипотезой можно представить в виде (несжимаемый случай) $\langle F_r' v' \rangle = -\mu_t \partial(w^2/r)/\partial r$. Записывая член генерации $G$ как сумму $G_w$ и $G_{u,v}$ ($G_w$ — генерация за счет тангенциальной составляющей скорости $w$, $G_{u,v}$ — генерация за счет составляющих $u$, $v$), получим $G_w = \mu_t \left[\left(r \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{w}{r}\right)\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 - \frac{\partial (w^2/r)}{\partial r}\right]$. Увеличение (уменьшение) $\mu_t$ достигается путем уменьшения (увеличения) члена с генерацией в уравнении для $\varepsilon$. Используя простой аналог для числа Ричардсона $\mathrm{Ri} = G_w^s/(G_{u,v}^s + G_w^s)$, можно задать $c_1$ в виде $c_1 = 1{,}44 - c_3\mathrm{Ri}$. Здесь индекс $s$ означает сдвиговую часть генерации без члена $\langle F_r' v' \rangle$. Наилучшее соответствие экспериментальным данным [13] получено при $c_3 \approx 1$, т. е.

$$c_1 = 1{,}44 - \mathrm{Ri}. \tag{1.1}$$

Турбулентное стационарное закрученное несжимаемое течение в цилиндрическом канале в предположении осевой симметрии описывается на основе уравнений Рейнольдса, замкнутых с помощью модифицированной модели турбулентности. Используется $k$—$\varepsilon$-модель с модификацией, предложенной в [19] для пристенных течений. Уравнения в цилиндрической системе координат с осью $z$ вдоль оси канала и радиальной координатой $r$ имеют вид

$$\frac{\partial \rho u r}{\partial z} + \frac{\partial \rho v r}{\partial r} = 0, \tag{1.2}$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial z} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{\partial p}{\partial z} + 2\frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_s \frac{\partial u}{\partial z}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_s \frac{\partial v}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_s \frac{\partial u}{\partial r}\right),$$

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial z} + \rho v \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\rho w^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_s \frac{\partial v}{\partial z}\right) + \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_s \frac{\partial v}{\partial r}\right) + {}$$
$$+ \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_s \frac{\partial u}{\partial r}\right) - 2\mu_s \frac{v}{r^2},$$

$$\rho u \frac{\partial w}{\partial z} + \rho v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\rho v w}{r} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\mu_s \frac{\partial w}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_s \frac{\partial w}{\partial z}\right) - \frac{w\mu_s}{r^2} - \frac{w}{r}\frac{\partial \mu_s}{\partial r},$$

$$\rho u \frac{\partial k}{\partial z} + \rho v \frac{\partial k}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\mu_s}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu_s}{\sigma_k}\frac{\partial k}{\partial z}\right) + G - \rho\varepsilon,$$

$$\rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\mu_s}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mu_s}{\sigma_\varepsilon}\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right) + c_1 f_1 \frac{\varepsilon}{k} G - c_2 f_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k},$$

$$c_1 = 1{,}44 - \mathrm{Ri},\ \mu_s = \mu_t + \mu_l,\ \ G = G_{u,v} + G_w,$$
$$\mathrm{Ri} = G_w/(G_{u,v} + G_w),\ \ \mu_t = c_\mu f_\mu \rho k^2/\varepsilon,$$
$$G_w = \mu_s\left[\left(r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{w}{r}\right)\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 - \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{w^2}{r}\right)\right],$$
$$G_{u,v} = 2\mu_s\left(\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{v}{r}\right)^2\right) + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z}\right)^2,$$
$$f_\mu = (1 - \exp(-A_\mu R_k))^2(1 + A_t/R_t),$$
$$f_1 = 1 + (A_1/f_\mu)^3,\quad f_2 = 1 - \exp\left(-R_t^2\right),$$
$$R_t = k^2\rho/\mu_l\varepsilon,\quad R_k = k^{1/2}(R - r)\rho/\mu_l,$$
$$r = R:\ \mu_t = \frac{\partial k}{\partial r} = 0,\quad \varepsilon_w = \frac{\mu_l}{\rho}\left(\frac{\partial^2 k}{\partial r^2}\right)_w.$$

Здесь $u, v, w$ — $z$-, $r$-, $\varphi$-компоненты осредненной скорости соответственно; $k = \frac{1}{2}\langle u_i' u_i'\rangle$ — кинетическая энергия турбулентности; $\varepsilon = \nu_l\left\langle\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}\frac{\partial u_i'}{\partial x_j}\right\rangle$ — удельная скорость диссипации пульсационной энергии; $\rho$, $p$ — осредненные плотность и давление газа; $\mu_s$, $\mu_l$, $\mu_t$ — эффективная, ламинарная и турбулентная вязкости. Эмпирические константы $k$—$\varepsilon$-модели принимают стандартные значения [19]: $c_\mu = 0{,}09$, $c_2 = 1{,}92$, $\sigma_k = 1{,}0$, $\sigma_\varepsilon = 1{,}3$, $A_\mu = 0{,}0165$, $A_t = 20{,}5$, $A_1 = 0{,}05$. В задачах о течении закрученного турбулентного потока в цилиндрической трубе принимались следующие граничные условия: на выходе из трубы для всех параметров задавались «мягкие» граничные условия равенства нулю осевых градиентов; на входе для $u$, $w$ задавались профили, полученные экспериментально в [13], $v = 0$. На оси трубы выполнялось условие $\partial\Phi/\partial r = 0$ для $\Phi = u, w, k, \varepsilon$ и $v = 0$. Задание на входной границе для $k$ и $\varepsilon$ естественного «ступенчатого», а не однородного профиля позволило приблизить результаты расчета к экспериментальным.

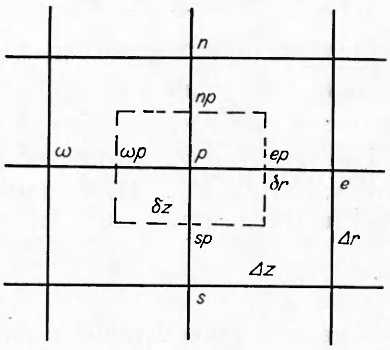

Рис. 1

Любое дифференциальное уравнение системы (1.2) можно представить в виде

$$\frac{\partial\rho u\Phi}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial\rho v r\Phi}{\partial r} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\Gamma_\Phi\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\Gamma_\Phi\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right) + S_\Phi, \tag{1.3}$$

где $\Phi = u, v, w, k, \varepsilon$; $\Gamma_\Phi$ — коэффициенты переноса; $S_\Phi$ — источниковые члены. Интегрируя (1.3) по контрольному объему разностной сетки (рис. 1), получим его дискретный аналог [20]

$$a_p\Phi_p = a_e\Phi_e + a_\omega\Phi_\omega + a_n\Phi_n + a_s\Phi_s + b,$$
$$a_e = D_e A(\mathrm{Pe}_e) + \max(-F_e,\ 0),\quad D_e = \Gamma_{ep} r_e \Delta r/\delta z,$$
$$a_n = D_n A(\mathrm{Pe}_n) + \max(-F_n,\ 0),\quad D_n = \Gamma_{np} r_{np} \Delta z/\delta r,$$
$$a_\omega = D_\omega A(\mathrm{Pe}_\omega) + \max(F_\omega,\ 0),\quad D_\omega = \Gamma_{\omega p} r_\omega \Delta r/\delta z,$$
$$a_s = D_s A(\mathrm{Pe}_s) + \max(F_s,\ 0),\quad D_s = \Gamma_{sp} r_{sp} \Delta z/\delta r,$$
$$F_e = (\rho u)_{ep} r_e \Delta r,\qquad F_n = (\rho v)_{np} r_{np} \Delta z,$$
$$F_\omega = (\rho u)_{\omega p} r_\omega \Delta r,\qquad F_s = (\rho v)_{sp} \Delta z r_{sp},$$
$$r_{sp} = (r_s + r_p)/2,\qquad b = S_c \Delta z r \Delta r,$$
$$a_p = a_e + a_\omega + a_n + a_s - S_p r_p \Delta r \Delta z.$$

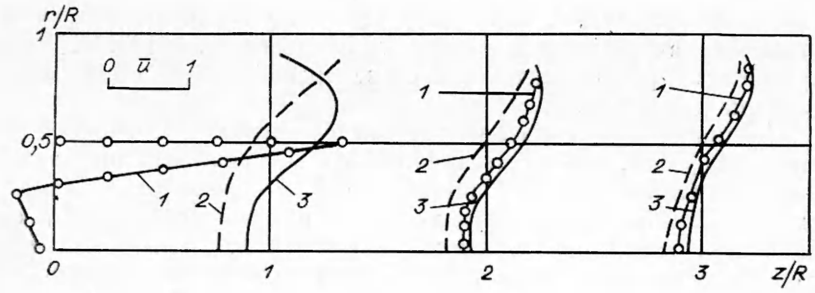


Рис. 2

Так же определяются $\Gamma_{ep}$, $\Gamma_{np}$, $\Gamma_{\omega p}$, $\Gamma_{sp}$, $(\rho v)_{sp}$, $(\rho u)_{ep}$, $(\rho u)_{\omega p}$, $(\rho v)_{np}$, а $S_c$, $S_p$ находятся при помощи линеаризации источникового члена $S_\Phi = S_c + S_p\Phi_p$. Сеточные числа Пекле $\mathrm{Pe}_e$, $\mathrm{Pe}_\omega$, $\mathrm{Pe}_n$, $\mathrm{Pe}_s$ представлены как отношения соответствующих конвективного и диффузионного членов: $\mathrm{Pe}_\alpha = F_\alpha/D_\alpha$, $\alpha = e, \omega, n, s$. В выражение для разностных коэффициентов $a_e$, $a_\omega$, $a_n$, $a_s$ входит неизвестная функция $A(\mathrm{Pe}_\alpha)$, которая и определяет тип разностной схемы. В [20] для моделирования дву- и трехмерных задач рекомендуется степенная схема, для которой $A(\mathrm{Pe}_\alpha) = \max\,[0,\ (1 - 0{,}1|\mathrm{Pe}_\alpha|)^5]$.

При выводе дискретного аналога для уравнений составляющих скорости $u$, $v$ удобнее располагать контрольный объем смещенным соответственно вправо и вверх от точки $p$ (так называемая «шахматная сетка»), значения $u$, $v$ находятся в точках $ep$ и $np$. Следствием введения такой сетки является то, что разность давлений между двумя соседними узловыми точками определяет составляющую скорости в точке между этими узлами. Существуют также другие преимущества такого расположения контрольных объемов [20]. Поле давления рассчитывается с помощью SIMPLE-процедуры [20]. Разностные уравнения для всех переменных решались итерационным методом с использованием прогонок в направлении $r$.

Для апробации полученной модели проведена серия расчетов течения закрученного турбулентного потока воздуха в цилиндрическом канале. На рис. 2, 3 представлены радиальные профили обезразмеренных $u$ и $w$ составляющих скорости. Сравнение экспериментальных данных [13], расчета [12] и моделирования по описанной выше методике (кривые *1—3* соответственно) показало, что модель с поправкой на $c_1$ более точно предсказывает характеристики течения. Следует отметить, что при расчетах по стандартной $k$—$\varepsilon$-модели быстро устанавливается профиль $w$ с максимумом вблизи стенки, характерный для вращения твердого тела, что не согласуется с экспериментом.

**2. Турбулентные газодисперсные потоки с закруткой.** Расчету закрученных течений с дисперсной фазой посвящено ограниченное число работ. Так, в [21] аналитическими методами изучались предельные случаи ламинарного течения закрученного запыленного газа. В [22] рассматривалось движение твердых частиц в заданном поле скорости, причем составляющие вектора скорости газовой фазы моделировались с помощью случайной функции времени, распределенной по нормальному закону с ма-

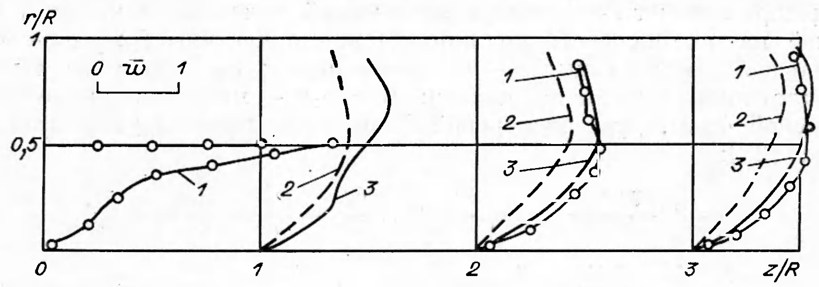


Рис. 3

тематическим ожиданием, которое равно средним значениям скоростей, и дисперсией, равной интенсивности турбулентности. В [23, 24] представлены расчеты закрученных течений с дисперсной фазой на основе уравнений газовой динамики.

В настоящей работе рассмотрено турбулентное закрученное течение с дисперсной фазой, когда для несущей фазы использовались уравнения типа Навье—Стокса с модифицированной $k$ — $\varepsilon$-моделью замыкания. Для моделирования двухфазных потоков принималась гипотеза взаимопроникающих, взаимодействующих континуумов. Дисперсная фаза образуется сферическими твердыми частицами одинаковых размеров, объемная концентрация которых мала, а массовая может быть значительной. Так как концентрация частиц мала, взаимодействие частиц в потоке не рассматривалось. Учитывалось влияние частиц как на осредненные, так и на пульсационные параметры течения [25]. В [26] показана возможность пренебрежения для определенного класса течений пульсациями параметров частиц, что существенно упрощает модель. Во многих практически реализуемых потоках с тяжелыми частицами $\tau_0/\tau_D < 1$, где $\tau_D$ — время динамической релаксации частицы в потоке, $\tau_0 = L/u_0$ — характерное время крупномасштабных пульсаций размера $L$, $\tau_0 \sim 10^{-3}$—$10^{-4}$ с, $\tau_D \sim$ $\sim 10^{-2}$ с. Это позволяет при рассмотрении межфазного взаимодействия и моделировании движения двухфазной среды пренебречь для инертных частиц пульсациями параметров дисперсной фазы. В закрученных потоках влияние турбулентной поперечной диффузии частиц обычно пренебрежимо мало по сравнению с радиальным рассеянием частиц из-за появления составляющей их скорости $w_p$.

Для описания движения несущей фазы использовались уравнения (1.2) с добавлением в правые части уравнений для $u$, $v$, $w$, $k$, $\varepsilon$ источниковых членов, отражающих взаимодействие газовой и дисперсной фаз (рассматривается только сила сопротивления). Для вывода этих членов в уравнениях для $k$ и $\varepsilon$ обычно используется процедура Фридмана — Келлера. Вывод основан на предположении о непрерывности дисперсной фазы на всех характерных размерах задачи, в том числе и на корреляционном размере $l$ для $\varepsilon$, т. е. на микромасштабе турбулентных пульсаций. Однако, как показано в [25], формальное применение процедуры Фридмана — Келлера для получения члена $S_{\varepsilon p}$, учитывающего взаимодействие фаз в уравнении для $\varepsilon$, невозможно, так как дисперсную фазу в данном случае уже нельзя рассматривать как сплошную среду. В [25] обосновывается возможность пренебрежения членом $S_{\varepsilon p}$ в уравнении для диссипации при выполнении условия $l/r_0 \ll 1$ ($r_0$ — среднее расстояние между частицами). Источниковые члены для других уравнений имеют вид

$$S_{up} = \theta(u_p - u)/\tau_D,\quad S_{vp} = \theta(v_p - v)/\tau_D,\quad S_{wp} = \theta(w_p - w)/\tau_D,$$

$$S_{kp} = -2k\theta/\tau_D^*,\quad \tau_D = \rho_p d_p^2/18\mu_l f_D,\quad f_D = \frac{1 + 0{,}15\,\mathrm{Re}_p^{2/3}}{1 + 3{,}82A},\quad A = \mu_l/\rho c d_p,$$

$$\tau_D^* = \tau_D\left(1 - \mathrm{Re}_p\frac{\partial \ln \tau_D}{\partial\,\mathrm{Re}_p}\right)^{-1}.$$

Здесь $\gamma$, $u_p$, $v_p$, $w_p$ — объемная концентрация и составляющие скорости дисперсной фазы; $\tau_D$ — время динамической релаксации частицы с поправкой на нестоксовость режима обтекания частицы $f_D$; $\mathrm{Re}_p$ — число Рейнольдса для частицы; $c$ — скорость звука; $d_p$ — диаметр частицы; $\rho_p$ — плотность материала частиц; $\theta = \rho_p\gamma$ — массовая концентрация дисперсной фазы. Для дисперсной фазы записываются уравнения типа Эйлера [25]:

$$(2.1)\qquad \frac{\partial\gamma u_p r}{\partial z} + \frac{\partial\gamma v_p r}{\partial r} = 0,\quad v_p\frac{\partial v_p}{\partial r} + u_p\frac{\partial v_p}{\partial z} - \frac{w_p^2}{r} = \frac{1}{\tau_D}(v - v_p),$$

$$v_p\frac{\partial w_p}{\partial r} + u_p\frac{\partial w_p}{\partial z} + \frac{v_p w_p}{r} = \frac{1}{\tau_D}(w - w_p),\quad v_p\frac{\partial u_p}{\partial r} + u_p\frac{\partial u_p}{\partial z} = \frac{1}{\tau_D}(u - u_p).$$

Диффузией частиц для исследуемых параметров дисперсной фазы можно пренебречь. Система 2.1) решалась в едином алгоритме с уравнениями несущей фазы. На рис. 4, 5 показаны поперечные профили $u$, $u_p$ и $w$, $w_p$ в случае газодисперсного течения в цилиндрическом канале, когда в качестве дисперсной фазы выбирались частицы $d_p = 2 \cdot 10^{-5}$ м и $\rho_p = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м³ с отношением массовых расходов частиц и воздуха на входе в канал $\varkappa = 1$. Начальные профили для несущей фазы определялись следующим образом: $u_0(r) = 100$ м/с, $v_0(r) = 0$, $w_0(r) = 300\ r/R$ (м/с), $R = 10$ см — радиус канала. Для дисперсной фазы задавались условия на входе: $u_{p0}(r) = 10$ м/с, $w_{p0}(r) = v_{p0}(r) = 0$. Профиль для $\gamma$ однородный. Как показано на рис. 4, введение частиц уменьшает неравномерность профиля для $u$, а в течениях с рециркуляционной зоной существенно сокращает ее продольный размер. Наибольшее расхождение для скоростей $u$ и $u_p$ наблюдается вблизи стенки канала (кривая *1* — профиль $u$ в случае незапыленного потока, *2* — профиль $u$ в газодисперсном течении, *3* — $u_p$; аналогичные обозначения для $w$, $w_p$ на рис. 5).

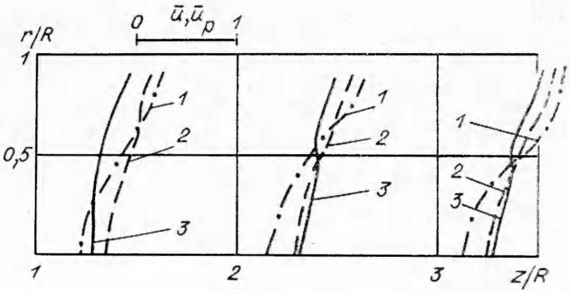


Рис. 4

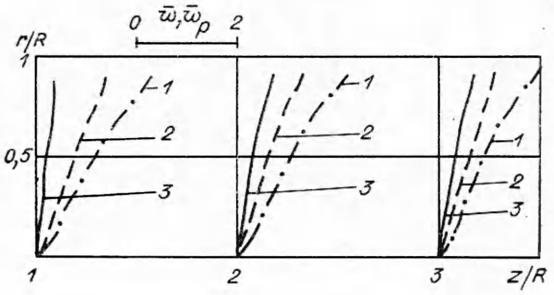


Рис. 5

Присутствие первоначально незакрученных инертных частиц приводит к подавлению закрутки (рис. 5), однако качественно профили $w$ и $w_p$ имеют тот же вид, характерный для вращения по закону твердого тела. Таким образом, расчеты по предлагаемой модели показали достаточно сильное влияние дисперсной фазы на характеристики течения, которое может быть описано в рамках простой модификации $k$ — $\varepsilon$-модели турбулентности.

## ЛИТЕРАТУРА


1. **Гольдштик М. А.** Вихревые потоки.— Новосибирск: Наука, 1981.
2. **Волчков Э. П., Кардаш А. П., Терехов В. И.** Гидродинамика вихревой гиперболической камеры при наличии твердой фазы // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук.— 1984.— № 10, вып. 2.
3. **Волчков Э. П., Смульский И. И.** Аэродинамика вихревой камеры с торцевым и боковым вдувом // Теор. основы хим. технологии.— 1983.— Т. 17, № 2.
4. **Жумаев З. Ш., Абрамов А. А., Файзиев Р. А.** К расчету осесимметричных закрученных турбулентных струй // Изв. АН УзССР. Сер. техн. наук.— 1984.— № 2.
5. **Третьяков В. В., Ягодкин В. И.** Расчетное исследование турбулентного закрученного течения в трубе // ИФЖ.— 1979.— Т. 37, № 2.
6. **Ramos J. I.** A numerical study of turbulent, confined, swirling jets // Numerical methods in laminar and turbulent flow: Proc. 2nd Int. Conf.— Venice, 1981.
7. **Хабиб, Уайтлоу.** Характеристики ограниченных коаксиальных струй с закруткой и без закрутки потока // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Теор. основы инж. расчетов.— 1980.— N 1.
8. **Leschziner M. A., Rodi W.** Computation of strongly swirling axisymmetric free jets // AIAA J.— 1984.— V. 22, N 12.
9. **Abujelala M. T., Jackson T. W., Lilley D. G.** Swirl flow turbulence modeling.— N. Y., 1984.— (Paper/AIAA; N 1376).
10. **Лондер, Приддин, Шарма.** Расчет турбулентного пограничного слоя на вращающихся и криволинейных поверхностях // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Теор. основы инж. расчетов.— 1977.— № 1.
11. **Sturgess G. J., Syed S. A.** Calculation of confined swirling flows.— N. Y., 1985.— (Paper/AIAA; N 60).

12. **Abujelala M. T., Lilley D. G.** Limitations and empirical extensions of the $k - \varepsilon$ model as applied to turbulent confined swirling flows.— N. Y., 1984.— (Paper/AIAA; N 441).
13. **Yoon H. K., Lilley D. G.** Five-hole pitot probe time-mean velocity measurements in confined swirling flows.— N. Y., 1983.— (Paper/AIAA; N 315).
14. **Ха.** Метод расчета трехмерных турбулентных течений в каналах турбинных решеток на расчетных и нерасчетных режимах с применением уравнений Навье — Стокса // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Энергетические машины и установки.— 1984.— № 2.
15. **Сухович Е. П.** Группа моделей турбулентности второго порядка для описания течений с искривленными линиями тока // Изв. АН ЛатвССР. Сер. физ. и техн. наук.— 1983.— № 1.
16. **Gibson M. M., Rodi W.** A Reynolds-stress closure model of turbulence applied to the calculation of a highly curved mixing layer // J. Fluid Mech.— 1981.— V. 103, N 5.
17. **Шец Д.** Турбулентное течение. Процессы вдува и перемешивания.— М.: Мир, 1984.
18. **Стуров Г. Е.** О влиянии закрутки потока на процессы турбулентного переноса // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук.— 1984.— № 16, вып. 2.
19. **Лэм Г., Брэмхорст К.** Модифицированная форма $k$ — $\varepsilon$-модели для расчета пристеночной турбулентности // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Теор. основы инж. расчетов.— 1981.— № 3.
20. **Патанкар С.** Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости.— М.: Энергоатомиздат, 1984.
21. **Желева И. М., Стулов В. П.** Исследование одного класса закрученных течений запыленного газа // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1983.— № 6.
22. **Генкин А. Л., Гнатюк Т. А., Ярин Л. П.** Движение частиц полидисперсного материала в турбулентном закрученном потоке // Физика аэродисперсных систем.— Киев, 1982.— № 22.
23. **Селезнев Л. И., Цвигун С. Т.** Исследование влияния условий закрутки на структуру двухфазного потока в расширяющемся канале // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1983.— № 5.
24. **Шургальский Э. Ф.** Исследование двухфазных закрученных течений в цилиндрических каналах конечной длины // Теор. основы хим. технологии.— 1985.— Т. 19, № 3.
25. **Новомлинский В. В., Стронгин М. П.** Особенности использования двухпараметрической модели турбулентности в расчетах течений с инертными частицами // Турбулентные двухфазные течения и техника эксперимента.— Таллин, 1985.
26. **Стронгин М. П.** Математическое моделирование течений, характерных для плазменного напыления // Тепло- и массообмен в плазмохимических процессах: Тр. междунар. школы-семинара.— Минск, 1982.

*Поступила 29/XII 1986 г.*

---

УДК 536.25

# ТЕРМОДИФФУЗИОННОЕ РАЗДЕЛЕНИЕ ЖИДКОЙ СМЕСИ В УСЛОВИЯХ РАЗВИТОЙ КОНВЕКЦИИ

*К. Г. Костарев, А. Ф. Пшеничников*

*(Пермь)*

Гравитационная конвекция, возникающая в неизотермических полостях, в значительной степени определяет вид концентрационных полей, сформированных термодиффузией. Существенное влияние конвекции на термодиффузионное разделение проявляется уже в горизонтальных слоях, подогреваемых сверху [1]. Конвективное движение, возникающее в них вследствие слабой неизотермичности границ или небольшого наклона, может уменьшить термодиффузионное разделение поперек слоя и одновременно вызвать появление в несколько раз больших продольных перепадов концентрации [2, 3]. Разделение в этом случае зависит в основном от диффузионного числа Рэлея (произведения чисел Грасгофа Gr и Шмидта Sc) и безразмерного термодиффузионного параметра [4, 5]. При Sc Gr $\sim 10^5$ концентрационное разделение достигает максимума. Дальнейшее усиление конвекции должно приводить к размытию концентрационных полей, однако вопрос о неоднородности раствора по концентрации при Gr $\geqslant 10^4$ остается открытым. В настоящей работе он исследуется экспериментально на примере тепловой конвекции в зазоре между двумя горизонтальными коаксиальными цилиндрами. Внутренний цилиндр имеет более высокую температуру. Тепловая конвекция однокомпонентной жидкости в такой полости хорошо изучена [6]. Ее характерная особенность — наличие под внутренним цилиндром застойной зоны с очень медленным («ползущим») движением. Эта зона имеет устойчивую стратификацию по температуре, как и горизонтальный слой, подогреваемый сверху, но в отличие от последнего конвективное движение в ней не является независимым — оно «проникает» из области с развитой конвекцией. Таким образом, поля температур и концентраций в застойной зоне определяются характером и интенсивностью конвективного движения в средней части полости.