

ОБТЕКАНИЕ УДЛИНЕННЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ СВЕРХЗВУКОВЫМ НЕРАВНОМЕРНЫМ ПОТОКОМ ГАЗА

В широком диапазоне изменения определяющих параметров задачи получено численное решение уравнений тонкого вязкого ударного слоя около удлиненных гиперболюидов вращения, обтекаемых под нулевым углом атаки неравномерным потоком газа. Рассмотрено два важных частных случая таких течений: обтекание потоком типа дальнего следа и потоком от сверхзвукового сферического источника. Проанализировано влияние типа и интенсивности неравномерности, числа Рейнольдса, формы тела и температуры его поверхности на структуру течения в вязком ударном слое, коэффициенты трения и теплообмена на поверхности. Показано, что характер влияния неравномерности на параметры течения определяется в основном формой тела и величиной и направлением градиента полного давления в набегающем потоке газа, причем это влияние носит качественно различный характер в окрестности затупления тела и на боковой поверхности при больших значениях продольной координаты. На основании асимптотического решения уравнений невязкого тонкого ударного слоя получено обобщение формулы Буземана для распределения давления по телу и предложен хорошо согласующийся с результатами численных расчетов критерий безотрывного обтекания тел неравномерным потоком газа при больших числах Рейнольдса Re .

Ранее моделирование обтекания сферы потоком от источника проведено в [1–4], а сверхзвуковое обтекание потоком типа дальнего следа — в [1, 5–7]. Влияние неравномерности на основные характеристики течения в окрестности критической точки двойной кривизны рассмотрено в [8]. При этом в [2, 6] изучение велось с учетом разбиения течения на невязкий ударный слой и пограничный слой, в [1, 3–5] — на основе решения полных уравнений Навье — Стокса, а в [7, 8] — в рамках модели тонкого вязкого ударного слоя.

1. Постановка задачи. Изучение обтекания осесимметричных затупленных тел сверхзвуковым неравномерным потоком газа будем вести в рамках модели тонкого вязкого ударного слоя (ТВУС). Выберем криволинейную систему координат следующим образом: координату x будем отсчитывать вдоль поверхности тела, а координату z — по нормали к телу. В данной системе координат уравнения ТВУС имеют безразмерный вид [8]

$$(1.1) \quad \frac{\partial}{\partial x}(\rho u r) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho v r) = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0,5(1 + \varepsilon)\rho \kappa u^2,$$

$$\rho Du = -\frac{2\varepsilon}{1 + \varepsilon} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu}{K} \frac{\partial u}{\partial z} \right), \quad p = \rho T, \quad \mu = T^\omega,$$

$$\rho DT = \frac{2\varepsilon}{1 + \varepsilon} \mu \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{K} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu}{\sigma K} \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad \varepsilon = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1},$$

$$D = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial z}, \quad \sigma = \frac{\mu c_p}{\lambda}, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}, \quad Re = \frac{\rho_* V_* R}{\mu_0},$$

$$K = \varepsilon Re, \quad T_0 = (\gamma - 1) T_* M_*^2, \quad \mu_0 = \mu(T_0),$$

где $V_* u$, $\varepsilon V_* v$ — физические составляющие вектора скорости в направлениях x и z соответственно; $\varepsilon^{-1} \rho_* \rho$, $\varepsilon^{-1} p_* T_0 p / T_*$, $T_0 T$, $\mu_0 \mu$ — плотность, давление, температура и коэффициент вязкости; rR — расстояние от оси симметрии до поверхности тела; κR^{-1} — продольная кривизна контура тела. Все линейные размеры отнесены к R — радиусу кривизны тела в критической точке, а нормальная координата — к εR .

Система уравнений (1.1) решается с граничными условиями

$$(1.2) \quad z = 0: u = v = 0, \quad T = T_w(x);$$

$$(1.3) \quad z = z_s: \rho \left(v - u \frac{\partial z_s}{\partial x} \right) = \rho_\infty v_\infty, \quad p = 0,5(1 + \varepsilon) \rho_\infty v_\infty^2,$$

$$\rho_\infty v_\infty (u - u_\infty) = \frac{\mu}{K} \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \frac{\mu}{\sigma K} \frac{\partial T}{\partial z} = \rho_\infty v_\infty \{ T - 0,5 [v_\infty^2 + (u - u_\infty)^2] \}.$$

Здесь и далее индексы ∞ , w , s относятся к значениям переменных в набегающем потоке, на поверхности тела и на ударной волне, а $*$ — к размер-

ным значениям параметров на оси симметрии перед ударной волной. Как следует из анализа уравнений Навье — Стокса [9], система (1.1) — (1.3) асимптотически верно описывает течение в вязком ударном слое при $\varepsilon \ll 1$, $Re \gg 1$, $K = \varepsilon Re \gg O(1)$.

В дальнейшем будем рассматривать два случая течения.

1. *Обтекание тела потоком типа дальнего следа.* В предположении, что ось тела совпадает с осью симметрии следа, выражения для компонент вектора скорости газа и его плотности в набегающем потоке имеют вид [1, 6]

$$(1.4) \quad u_\infty = V_1 \cos \alpha, \quad v_\infty = -V_1 \sin \alpha, \quad \rho_\infty = [1 + c(1 - V_1^2)]^{-1}, \\ V_1 = (1 - a)^{-1}(1 - a \exp(-br^2)), \quad a \ll 1,$$

где α — угол наклона контура тела к оси симметрии; a, b, c — параметры, определяющие интенсивность следа и зависящие, согласно [6], от размеров тела, образующего след, и расстояния до него.

2. *Обтекание потоком от сверхзвукового сферического источника.* Будем предполагать, что центр источника находится на оси симметрии и отстоит от критической точки на расстоянии Rd . В сферической системе координат получим соотношения, неявным образом связывающие между собой величины $u_\infty, v_\infty, p_\infty, \rho_\infty$ [10]:

$$(1.5) \quad u_\infty = V_1 \cos(\alpha - \varphi), \quad v_\infty = -V_1 \sin(\alpha - \varphi),$$

$$V_1 = \left(\frac{d}{\eta}\right)^2 A^{-\frac{1}{\gamma-1}}, \quad \rho_\infty = A^{1/(\gamma-1)}, \quad \sin \varphi = \frac{r}{\eta},$$

$$A = 1 + 0,5(\gamma - 1) M_*^2 (1 - V_1^2), \quad M_*^2 = \frac{V_*^2 \rho_*}{\gamma p_*}$$

(ηR — расстояние от центра источника). Неравномерность потока определяется параметрами d и M_* , один из которых может быть заменен заданием радиуса источника.

2. **Численное решение задачи.** Для удобства численного решения задачи перейдем в исходной системе уравнений и граничных условий к переменным типа А. А. Дородницына, позволяющим разрешать особенности в критической точке:

$$(2.1) \quad \xi = x, \quad \theta = \frac{2T}{v_\infty^2}, \quad \zeta = \frac{1}{\Delta} \int_0^z \frac{\rho r}{\xi} dz, \quad \Delta = \int_0^{z_s} \frac{\rho r}{\xi} dz, \\ u_0 = \frac{u}{u_\infty} - \frac{\partial f}{\partial \xi}, \quad P_1 = \frac{1}{\xi} \frac{\partial p}{\partial \xi}, \quad l = \frac{\mu \rho r^2}{\Delta^2 K^2 \xi^2}.$$

В переменных (2.1) начально-краевая задача (1.1) — (1.3) примет вид (индекс 0 опускаем)

$$(2.2) \quad (lu'_\xi)'_\xi = Du + \alpha_1 u^2 + \alpha_2 \rho^{-1} P_1, \quad p'_\xi = \beta_1 u^2,$$

$$(l\sigma^{-1}\theta'_\xi)'_\xi = D\theta + \alpha_3 u\theta - \alpha_4 l(u'_\xi)^2 - \alpha_5 u\rho^{-1} P_1,$$

$$(P_1)'_\xi = \beta_2 u u'_\xi + \beta_3 u^2, \quad D \equiv u_\infty \frac{\partial}{\partial \xi} - (u_\infty u f'_\xi + \alpha_0 f) \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad p = 0,5 v_\infty^2 \rho \theta;$$

$$(2.3) \quad \zeta = 0: u = f = 0, \quad \theta = \theta_w;$$

$$(2.4) \quad \zeta = 1: l\Phi u'_\xi + u = 1, \quad l\sigma^{-1}\Phi\theta'_\xi + \theta = 1 + 0,5\alpha_4(u - 1)^2,$$

$$\alpha_0 f + u_\infty f'_\xi = \Phi^{-1}, \quad p = \frac{1 + \varepsilon}{2} \rho_\infty v_\infty^2, \quad \Phi = -\frac{\Delta \xi}{r \rho_\infty v_\infty},$$

$$P_1 = P_{1s} = (1 + \varepsilon) \left[\frac{v_\infty^2}{2\xi} \frac{\partial \rho_\infty}{\partial \xi} + \frac{\rho_\infty v_\infty}{\xi} \frac{\partial v_\infty}{\partial \xi} \right].$$

Коэффициенты $\alpha_0 - \alpha_5$ и $\beta_1 - \beta_3$ системы (2.2) — (2.4) являются функцией продольной координаты ξ и следующим образом зависят от

геометрии тела и параметров набегающего потока:

$$\begin{aligned}
 (2.5) \quad \alpha_1 &= \frac{\partial V_1}{\partial \xi} \cos(\alpha - \varphi) + (\kappa + \kappa_1) V_1 \sin(\alpha - \varphi), \quad \kappa_1 = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}, \\
 \alpha_0 &= \alpha_1 + u_\infty \frac{\partial \ln \Lambda}{\partial \xi} + a_2 V_1, \quad \alpha_2 = \frac{2\varepsilon}{(1 + \varepsilon) a_2 V_1}, \quad \alpha_1 = \frac{r}{\xi}, \\
 \alpha_3 &= 2 \frac{\partial v_\infty}{\partial \xi} \operatorname{ctg}(\alpha - \varphi), \quad \alpha_4 = 2 \operatorname{ctg}^2(\alpha - \varphi), \quad \alpha_5 = \alpha_2 \alpha_4, \\
 \beta_1 &= 0,5(1 + \varepsilon) \kappa \Delta a_1^{-1} V_1^2 \cos^2(\alpha - \varphi), \quad \beta_2 = 2\beta_1 \xi^{-1}, \quad \beta_3 = \frac{1}{\xi} \frac{\partial \beta_1}{\partial \xi}, \\
 \frac{\partial n_\infty}{\partial \xi} &= V_1 (\kappa + \kappa_1) \cos(\alpha - \varphi) - \frac{\partial V_1}{\partial \xi} \sin(\alpha - \varphi), \quad a_2 = \xi^{-1} \cos(\alpha - \varphi).
 \end{aligned}$$

Для случая 1 в формулах (2.5) необходимо положить $\varphi = \kappa_1 = 0$, а для 2 значение φ определяется из (1.5).

Как показывает анализ (2.2)–(2.5), при выбранном обезразмеривании влияние неравномерности потока на характеристики течения в окрестности критической точки в случае 1 определяется только одним параметром $\Lambda = 2ab(1 + c)/(1 - a)$, входящим лишь в граничное условие для градиента давления на ударной волне. Для случая 2 это влияние, вообще говоря, определено двумя параметрами d и M_* , однако при достаточно больших сверхзвуковых скоростях обтекания влиянием M_* можно пренебречь, так что единственным параметром, характеризующим неравномерность потока, остается d . При этом параметр d входит как в граничные условия на ударной волне, так и в коэффициенты самих уравнений.

Система (2.2)–(2.4) решалась численно на основе неявной по координате ξ конечно-разностной схемы с точностью $O(\Delta \xi)^4 + O(\Delta \xi)^2$, представляющей собой схему [41], в которой при аппроксимации производных по ξ использовался метод [42], сочетающий второй порядок точности с хорошими стабилизирующими свойствами. Рассматривалось обтекание гиперболоидов вращения при определяющих параметрах задачи: $\varepsilon = 0,1$, $\sigma = 0,71$, $\omega = 0,5$, $c = 3$, $M_* = 10$, $d \geq 1$, $10 \leq \operatorname{Re} \leq 5 \cdot 10^5$, $0,03 \leq \theta_w = \operatorname{const} \leq 0,5$, $10^\circ \leq \beta \leq 45^\circ$, $0,01 \leq b \leq 20$, $0 \leq \Lambda \leq \Lambda_* = 4/3$.

3. Обсуждение результатов расчетов. Случай 1. Как показывает анализ, при течениях на боковой поверхности наряду с параметром Λ влияние неравномерности на течение зависит также и от характерного радиуса следа $r_* \sim b^{-1/2}$. Вид этого влияния в сильной степени определяется соотношениями между Λ , r_* и Re .

В частности, при фиксированном Λ , больших b (малых r_*) и любых Re влияние неравномерности в основном локализуется в окрестности притупления, так что при $\xi \gg 1$ отличия в профилях скорости и температуры от соответствующих распределений для равномерного обтекания практически отсутствуют. В то же время для достаточно больших r_* такое влияние в значительной степени определяется Re . Этот вывод хорошо иллюстрирует рис. 1, на котором приведены профили u поперек ударного слоя при $\theta_w = 0,25$, $\beta = 45^\circ$, $\operatorname{Re} = 10$, $\xi = 50$; 25; 5; 0 (линии 2–5) и $\operatorname{Re} = 10^5$, $\xi = 5$ (линия 1) для равномерного потока ($\Lambda = 0$) (сплошные линии) и $\Lambda = 2/3$, $b = 1$ (штриховые). Видно, что если при достаточно больших Re отличия в профилях при $\xi \geq 5$ уже можно пренебречь, то при $\operatorname{Re} \approx 10$ влияние неравномерности остается существенным и при $\xi \geq 50$.

Зависимость распределения теплового потока $c_q = (\mu \partial T / \partial z) / (\varepsilon \sigma \sqrt{\operatorname{Re}})$ вдоль поверхности от параметров Λ и b приведена на рис. 2, на котором даны значения $c_q^* = c_q(\xi, \Lambda) / c_q(0, 0)$ для $\operatorname{Re} = 10$, $\theta_w = 0,25$ (сплошные линии), $\operatorname{Re} = 10^5$, $\theta_w = 0,25$ (штриховые) и $\operatorname{Re} = 10^5$, $\theta_w = 0,03$ (штрихпунктирные) при $\Lambda = 0$; $\Lambda = 2/3$, $b = 1,5$; $\Lambda = 2/3$, $b = 1,2$ — линии 1–3. В целом расчеты показали, что поведение c_q^* существенно зависит от интенсивности следа, радиуса и продольной координаты ξ . В окрестности притупления при $\xi = O(1)$ увеличение Λ приводит к уменьшению

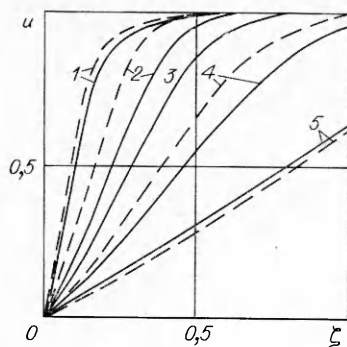


Рис. 1

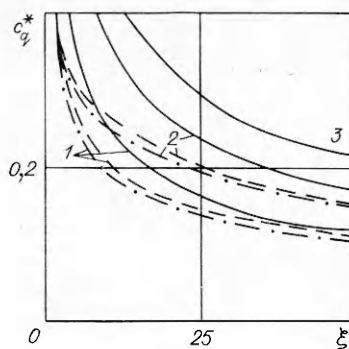


Рис. 2

абсолютных значений теплового потока. При малых радиусах следа максимум c_q может смещаться из критической точки, причем его местоположение достаточно хорошо коррелирует с границей следа. На боковой поверхности при достаточно больших ξ усиление неравномерности, наоборот, приводит к увеличению абсолютных значений c_q по сравнению со случаем равномерного обтекания, причем если для больших b это превышение практически несущественно, то для $b \approx 1$ оно достаточно значительно. Необходимо также отметить, что с усилением неравномерности влияние температуры поверхности и Re на распределения c_q^* возрастает.

В [1, 5, 6] показано, что в связи с наличием в набегающем потоке положительного градиента полного давления в ударном слое в окрестности критической точки возможно появление зоны возвратно-циркуляционного течения. В [6, 8] в качестве критерия возникновения такой зоны при $\xi = 0$ для $Re \rightarrow \infty$ предложено условие

$$(3.1) \quad \partial^2 p_w / \partial \xi^2 = 0.$$

Используя для определения p_w асимптотический подход Хейза — Буземана [13], получим, что отрыв потока в критической точке отсутствует при

$$(3.2) \quad \Lambda \leq \Lambda_* = 4/3.$$

Для ряда тел, например для сферы, условие (3.2) остается справедливым и для течения вне окрестности критической точки. В то же время имеются целые классы тел, для которых условие $\Lambda < \Lambda_*$ не является достаточным условием безотрывного обтекания, поскольку для них градиент давления на поверхности может стать положительным не в критической точке, а при $\xi > 0$. Это связано с тем, что $\partial p_w / \partial \xi$ зависит как от градиента полного давления в набегающем потоке, так и от κ — кривизны ударной волны. В окрестности критической точки для затупленных тел $\kappa = O(1)$, в силу чего влияние второго фактора на распределение $\partial p_w / \partial \xi$ значительно и отрыва потока не происходит. Однако при $\xi \gg 1$ для некоторых тел, например для гиперболоидов, $\kappa \rightarrow 0$, так что определяющим может стать влияние градиента полного давления, который, как уже отмечалось выше, для следа положительный. Таким образом, можно сделать вывод о том, что возникновение отрыва потока на боковой поверхности тела определяется соотношением порядков, с которым стремятся к нулю продольная кривизна поверхности тела и положительный градиент полного давления в набегающем потоке. В частности, для фиксированного Λ при малых радиусах следа (большие b) более быстро стремится к нулю неравномерность потока, и $p_w(\xi)$ в этих случаях — монотонно убывающая функция. Однако с увеличением r_* ситуация меняется — распределение $p_w(\xi)$ теряет монотонный характер и на боковой поверхности возникает характерная «ложка» давления. Это хорошо видно из рис. 3, на котором приведены зависимости $p_w^0 = p_w(\xi)/p_w(0)$ для $\beta = 45^\circ$, $Re = 10$ (сплошные линии), $Re = 10^5$ (штриховые) при $\Lambda = 0$ (линия 5), $\Lambda = 2/3$, $b = 1; 1,2; 1,5$;

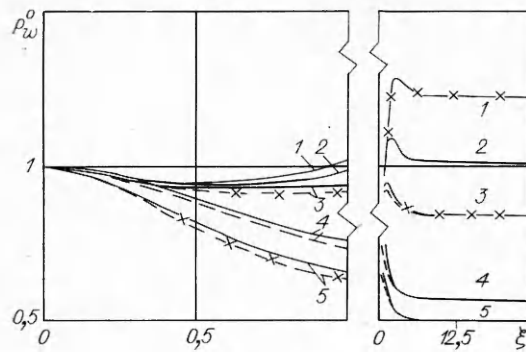


Рис. 3

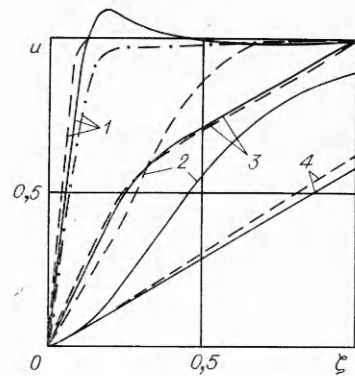


Рис. 4

5 (линии 1—4). В целом давление вдоль поверхности слабо зависит от Re , однако для режимов, в которых на поверхности тела возникает область с положительным градиентом давления, увеличение Re может приводить к отрыву потока. В силу этого сделаем вывод, что при $Re \rightarrow \infty$ достаточным условием безотрывного обтекания является

$$(3.3) \quad \partial p_w / \partial \xi < 0$$

для всех точек боковой поверхности. При этом, как показывают сравнения с численным расчетом (крестики на рис. 3), величина p_w с хорошей точностью может быть подсчитана по формуле, полученной по аналогии с формулой Буземана:

$$(3.4) \quad p_w = \frac{1 + \varepsilon}{2} \left[\rho_\infty V_1^2 \sin^2 \alpha - \frac{\kappa}{r_n} \int_0^{r_w} r \rho_\infty V_1^2 \cos^2 \alpha dr \right].$$

Случай 2. Некоторое представление о характере влияния расстояния d от источника на структуру течения в ударном слое дает рис. 4, на котором приведены профили u поперек слоя при $\beta = 45^\circ$, $\theta_w = 0,25$ для равномерного потока (штриховые линии), $d = 10$ (штрихпунктирные), $d = 3$ (сплошные) при $Re = 10$ (линии 2, 4), $Re = 10^3$ (линии 1, 3) и $\xi = 0$; 25 (линии 3, 4 и 1, 2). Видно, что, так же как и для случая 1, степень влияния неравномерности зависит не только от d , но и от Re и продольной координаты. Если при малых Re соответствующие профили u в окрестности критической точки близки друг к другу, то на боковой поверхности различие может достигать 40—50 %. В то же время при $Re \gg 1$ различие остается сравнительно небольшим при любых ξ , хотя в отличие от случая обтекания равномерным потоком при достаточно малых d и $\xi \gg 10$ в профилях u и θ появляются характерные локальные максимумы вблизи поверхности тела.

В целом влияние неравномерности на течение при обтекании тела потоком из сверхзвукового источника носит качественно иной характер по сравнению с обтеканием потоком типа следа. В частности, в этом случае «ложка» давления в распределении p_w не возникает, $p_w(\xi)$ — всегда монотонно убывающая функция, а отрыв потока может произойти лишь при малых d , вследствие появления на поверхности тела точки с нулевым давлением.

В заключение остановимся на вопросе о зависимости от параметра d распределений теплового потока c_q вдоль поверхности. Расчеты показали, что в окрестности критической линии уменьшение d ведет к уменьшению толщины ударного слоя и увеличению c_q . Для не очень малых d удается найти аппроксимационную формулу, позволяющую рассчитывать значение c_q по соответствующему значению c_q^0 для равномерного обтекания:

$$(3.5) \quad c_q(d, Re) = \sqrt{1 + d^{-1}} c_q^0(\infty, Re^0).$$

Здесь $c_q^0(\infty, Re^0)$ — тепловой поток в критическую точку этого тела, обтекаемого равномерным потоком газа при $Re^0 = d Re / (1+d)$.

Из сравнения с результатами численных расчетов для охлажденной поверхности ($\theta_w < 0,2$) видно, что формула (3.5) при $d \geq 1$ имеет точность порядка 5 % во всем диапазоне чисел Рейнольдса. По мере удаления от критической точки характер зависимости c_q от d меняется. Как показывает рис. 5, на котором приведены распределения c_q , отнесенные к отвечающим значениям для равномерного обтекания в критической точке при $Re = 10^5$, $\beta = 45^\circ$, $d = 10^5$; 10^2 ; 25; 10; 3 (линии 1—5) для $\theta_w = 0,25$ (сплошные линии) и $\theta_w = 0,03$ (штриховые), в отличие от окрестности критической точки уменьшение d при достаточно больших ξ ведет к понижению абсолютных значений теплового потока. При этом важно отметить, что даже при достаточно малой неравномерности (большие d) это изменение при расчете обтекания удлиненных тел необходимо учитывать. Например, если при $d = 100$ для $\xi \leq 5$ отличие c_q от равномерного обтекания не превышает 0,5 %, то при $\xi = 50$ данное различие составляет уже 35 %.

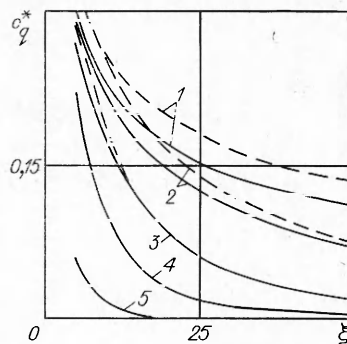


Рис. 5

ЛИТЕРАТУРА

1. Lin T. C., Reeves B. L., Siegelman D. B. Blunt-body problem in nonuniform flow fields // AIAA J.— 1977.— V. 15, N 8.
2. Еремеев И. Г., Пилюгин Н. Н. Конвективный нагрев затупленного тела при его гиперзвуковом обтекании неравномерным потоком газа // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1981.— № 4.
3. Головачев Ю. П., Леонтьева Н. В. Вязкий ударный слой у поверхности затупленного тела в расходящемся сверхзвуковом потоке // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1983.— № 3.
4. Golovachov Yu. P. Similarity properties in the problem of flow from a supersonic source past a spherical bluntness // Intern. J. Heat and Mass Transfer.— 1985.— V. 2, N 6.
5. Головачев Ю. П., Леонтьева Н. В. Циркуляционное течение у лобовой поверхности сферы, обтекаемой сверхзвуковым потоком типа следа // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1985.— № 3.
6. Еремеев И. Г., Пилюгин Н. Н. Теплообмен и сопротивление тела, расположенного в дальнем сверхзвуковом следе // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1986.— № 2.
7. Еремеев И. Г., Пилюгин Н. Н., Юницкий С. А. Исследование гиперзвукового вязкого ударного слоя около затупленных тел при неравномерном обтекании // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1987.— № 3.
8. Пейгин С. В., Тимченко С. В. Гиперзвуковой пространственный вязкий ударный слой в неравномерном потоке газа в окрестности критической точки // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1987.— № 6.
9. Гершбейн Э. А. Асимптотическое исследование задачи пространственного гиперзвукового обтекания вязким газом затупленных тел с проницаемой поверхностью // Гиперзвуковые пространственные течения при наличии физико-химических превращений.— М.: Изд-во МГУ, 1981.
10. Лебедев М. Г., Савинов К. Г. Удар неравномерного сверхзвукового потока газа о плоскую преграду // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1969.— № 2.
11. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы.— М.: Наука, 1964.
12. Чудов Л. А. Разностный метод для расчета течений в пограничном слое, обладающий свойством сильной стабилизации высокочастотных возмущений // Некоторые применения метода сеток в газовой динамике.— М.: Изд-во МГУ, 1971.— Вып. 1.
13. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений.— М.: ИЛ, 1962.

г. Томск

Поступила 25/II 1988 г.,
в окончательном варианте — 12/V 1988 г.