

**К ЗАДАЧЕ О СОСРЕДОТОЧЕННОМ ВЗРЫВЕ
В УПРУГОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ**

УДК 550.348.425.4

А. И. Шахов, Н. И. Шишкин

РФЯЦ-ВНИИТФ, 456770 Снежинск

Проблема распространения сейсмических волн в грунте, вызываемых заглубленным взрывом, обычно формулируется как задача распространения в упругом полупространстве волн, порождаемых сосредоточенным источником. Она рассматривалась в [1–3], где изучалось движение свободной поверхности. В данной работе исследуются смещения во внутренних точках полупространства, а также возникающие при этом остаточные смещения. Изучение движения внутренних точек среды необходимо для анализа упругих волн, регистрируемых при подземных взрывах, когда регистрирующие приборы размещаются внутри среды [4]. С остаточными смещениями связан эффект выпучивания поверхности грунта при подземном взрыве.

1. Рассмотрим движение, возникающее при сосредоточенном взрыве в упругом полупространстве. Взрыв происходит на глубине $z = z_0$ под свободной поверхностью полупространства, отнесенного к цилиндрической системе координат $Or\theta z$ с направлением осей, указанным на рис. 1. Центр взрыва находится в точке $(r, z) = (0, z_0)$. На рис. 1 также изображены фронты возникающих волн: продольной волны P , генерируемой взрывом, отраженной от свободной поверхности продольной волны PP и отраженной поперечной волны PS .

Образующаяся при взрыве сферическая расходящаяся продольная волна описывается потенциалом $\varphi^*(t, r, z)$ поля смещения эквивалентного взрыву источника:

$$\varphi^*(t, r, z) = -\frac{\Phi(\infty)}{R} f \left[\frac{1}{t_0} \left(t - \frac{R}{c_P} \right) \right], \quad (1.1)$$

где $R = [r^2 + (z_0 - z)^2]^{1/2}$; $f(x) = 1 - (1 + x + x^2/2 + x^3/6 - Bx^4) \exp(-x)$; c_P — скорость распространения продольных волн; $\Phi(\infty)$, t_0 и B — параметры Гаскелла, характеризующие источник [5].

Произведение $\Phi(\infty)f(x)$ называется приведенным потенциалом ($\Phi(\infty)$ — стационарное значение приведенного потенциала, а $f(x)$ — функция источника).

Параметр $\Phi(\infty)$, имеющий размерность объема, можно интерпретировать как объем, введенный в упругую среду в результате взрыва. Он пропорционален объему камуфлетной полости и связан с ее размерами приближенной зависимостью [6] $\Phi(\infty) \approx r_n^3/3$ (r_n — радиус полости).

Параметр t_0 — характерное время излучения волны — близок к величине отношения r_1/c_P , где r_1 — радиус упругого излучателя, эквивалентного взрыву по излучаемой упругой волне, или радиус Шарпа [7]. В свою очередь, величина r_1 близка к радиусу зоны дробления среды около центра взрыва. По оценке В. Н. Родионова [8], $r_1 = (E/3\sigma_*)^{1/3} r_n$ (E — модуль Юнга, σ_* — прочность среды на сжатие).

Размер камуфлетной полости можно рассчитать по эмпирическим зависимостям, например по формуле Херда [9]: $r_n = 16,3 Q^{0,29} (E^{0,62} \rho_0^{-0,24} \mu^{-0,67} z_0^{-0,11})$ м (r_n и z_0 , м; Q , кт; μ (модуль сдвига) и E , Мбар; ρ_0 — плотность среды, г/см³).

Безразмерный параметр B подгоночный. Он позволяет подобрать значение приведенного потенциала в согласии с экспериментом. При этом $0 \leq B \leq 0,5$.

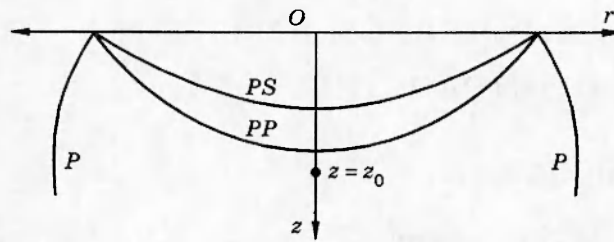


Рис. 1

Функция источника $f(x)$ удовлетворяет условиям $f(0) = f'(0) = f''(0) = f'''(0) = 0$, обеспечивающим непрерывность на фронте волны потенциала, смещения, скорости и ускорения. Кроме того, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$.

С позиции уравнений механики сплошной среды достаточно потребовать на фронте волны непрерывности потенциала и смещения. Непрерывность же скорости и ускорения — дополнительные ограничения, следующие из экспериментальных данных об упругих волнах, излучаемых взрывом в грунте [5, 10].

При дальнейшем изложении будем использовать безразмерные переменные, выбрав за масштаб времени характерное время t_0 , за масштаб длины — $\lambda_0 = c_P t_0$. Чтобы не вводить новых обозначений, сохраним для всех переменных прежние обозначения.

В безразмерных переменных потенциал источника примет вид

$$\varphi^*(t, r, z) = -f(t - \rho_1)/\rho_1, \quad \rho_1 = [r^2 + (z_0 - z)^2]^{1/2}. \quad (1.2)$$

Смещения, создаваемые источником (1.2) в неограниченной среде, запишем как

$$\mathbf{u}^*(t, r, z) = u_r^*(t, r, z)\mathbf{r}_1 + u_z^*(t, r, z)\mathbf{z}_1. \quad (1.3)$$

Здесь

$$u_r^* = \frac{\partial \varphi^*}{\partial r} = \frac{r}{\rho_1} \left[\frac{f'(t - \rho_1)}{\rho_1} + \frac{f(t - \rho_1)}{\rho_1^2} \right]; \quad u_z^* = \frac{\partial \varphi^*}{\partial z} = -\frac{z_1}{\rho_1} \left[\frac{f'(t - \rho_1)}{\rho_1} + \frac{f(t - \rho_1)}{\rho_1^2} \right];$$

$z_1 = z_0 - z$; \mathbf{r}_1 и \mathbf{z}_1 — орты координатных осей. Размерными смещениями при этом будут

$$\frac{\Phi(\infty)}{(c_P t_0)^2} u_r^* \quad \text{и} \quad \frac{\Phi(\infty)}{(c_P t_0)^2} u_z^*.$$

2. Смещения в полупространстве запишем в виде суммы

$$\mathbf{u}^*(t, r, z) + \mathbf{u}(t, r, z), \quad (2.1)$$

где $\mathbf{u}(t, r, z)$ — смещения, обусловленные отражением волны, генерируемой источником, от свободной поверхности. Интегральное представление поля смещений $\mathbf{u} = u_r \mathbf{r}_1 + u_z \mathbf{z}_1$ получено в [2]. Оно имеет вид

$$u_r(t, r, z) = -\gamma \int_0^\infty k^2 J_1(kr) \left[\frac{i}{2\pi i} \int_l \frac{\Delta_1}{\alpha_1 \Delta} \exp(-kz_2 \alpha_1 + k\gamma t \zeta) F(k\gamma \zeta) d\zeta \right] dk + \\ + \gamma \int_0^\infty k^2 J_1(kr) \left[\frac{i}{2\pi i} \int_l \frac{\bar{\beta}_1 \Delta_2}{\Delta} \exp(-kz_0 \alpha_1 - kz \beta_1 + k\gamma t \zeta) F(k\gamma \zeta) d\zeta \right] dk, \quad (2.2)$$

$$u_{\pm}(t, r, z) = -\gamma \int_0^{\infty} k^2 J_0(kr) \left[\frac{1}{2\pi i} \int_l \frac{\Delta_1}{\Delta} \exp(-kz_2\alpha_1 + k\gamma t\zeta) F(k\gamma\zeta) d\zeta \right] dk + \\ + \gamma \int_0^{\infty} k^2 J_0(kr) \left[\frac{1}{2\pi i} \int_l \frac{\Delta_2}{\Delta} \exp(-kz_0\alpha_1 - kz\beta_1 + k\gamma t\zeta) F(k\gamma\zeta) d\zeta \right] dk.$$

где $\Delta = \delta_1^2 - 4\alpha_1\beta_1$; $\Delta_1 = \delta_1^2 + 4\alpha_1\beta_1$; $\Delta_2 = 4\delta_1$; $\delta_1 = 2 + \zeta^2$; $\alpha_1 = \sqrt{1 + \gamma^2\zeta^2}$; $\beta_1 = \sqrt{1 + \zeta^2}$; $z_2 = z_0 + z$; $\gamma = c_S/c_P$; $\text{Re } \alpha_1 = \text{Re } \beta_1 = 0$ при $\zeta > 0$; l — контур интегрирования в формуле обращения преобразования Лапласа [11]; $F(\gamma k\zeta)$ — изображение по Лапласу функции $f(t)$; $J_0(kr)$ и $J_1(kr)$ — функции Бесселя.

В отличие от [2], в формулах (2.2) явно введено изображение функции источника $F(\gamma k\zeta)$ и исправлены опечатки.

Выберем в качестве фундаментального решение, соответствующее

$$F(\gamma k\zeta) = (\gamma k\zeta)^{-2} = t \quad (2.3)$$

(\equiv — знак изображения по Лапласу).

Обозначим через $U^P(t, r, z)$ и $U^S(t, r, z)$ слагаемые фундаментального решения, обусловливаемые соответственно продольным и поперечным потенциалами поля смещений. Тогда общее решение, соответствующее функции источника $f(t)$, представим в виде свертки фундаментального решения со второй производной функции источника:

$$u(t, r, z) = u^* + \int_0^{t-t_P} U^P(t - \tau, r, z) f''(\tau) d\tau + \int_0^{t-t_S} U^S(t - \tau, r, z) f''(\tau) d\tau. \quad (2.4)$$

Здесь $u^* = u^*(t, r, z)$ — поле смещений, создаваемое источником (1.1), в неограниченной упругой среде; $t_P = (r^2 + z_2^2)^{1/2}$ — момент прихода отраженной продольной волны в точку наблюдения; t_S — аналогичный момент для поперечной волны. При этом

$$t_S = \sqrt{z_0^2 + C^2} + \frac{1}{\gamma} \sqrt{(r - C)^2 + z^2},$$

где C — положительный корень уравнения $(r - C)\sqrt{z^2 + C^2} - \gamma C\sqrt{(r - C)^2 + z^2} = 0$.

Приближенные значения параметра C , получаемые методом итераций, имеют вид

$$C \approx C_n = r(1 - \varepsilon_n) \quad (n = 0, 1, 2, \dots), \\ \varepsilon_n = \gamma(1 - \varepsilon_{n-1}) \left[\frac{\varepsilon_{n-1}^2 r^2 + z^2}{(1 - \varepsilon_{n-1})^2 r^2 + z_0^2} \right]^{1/2}, \quad \varepsilon_0 = 0, \quad \varepsilon_1 = \gamma z / \sqrt{r^2 + z_0^2}.$$

3. Явное выражение для фундаментального решения можно получить так же, как и в [1, 2], а именно: сначала следует в (2.2) деформировать контур l таким образом, чтобы он охватил разрезы ζ -плоскости, проведенные из точек ветвления. Точками ветвления являются нули радикалов α_1 и β_1 , а разрезы проводятся вдоль мнимой оси на бесконечность. Далее, учитывая вычеты в полюсах подынтегральных функций при $\zeta = 0$ и $\zeta = \pm i\vartheta$ (ϑ — корень уравнения Рэлея $2 - \vartheta^2 = 4\sqrt{1 - \gamma^2\vartheta^2}\sqrt{1 - \vartheta^2}$), следует взять интегралы Фурье — Бесселя по вещественной переменной k .

В результате получим следующие выражения для фундаментального решения:

$$U_r^P = U_{r0}^P + U_{rR}^P + U_{r\lambda}^P, \quad U_z^P = U_{z0}^P + U_{zR}^P + U_{z\lambda}^P, \\ U_r^S = U_{r0}^S + U_{rR}^S + U_{r\lambda}^S, \quad U_z^S = U_{z0}^S + U_{zR}^S + U_{z\lambda}^S. \quad (3.1)$$

В формулах (3.1) слагаемые с индексом 0 запишем как

$$\begin{aligned}
 U_{r0}^P &= \frac{2\gamma^2}{1-\gamma^2} \left(\frac{1}{1-\gamma^2} + \frac{3z_2^2}{\rho_2^2} - \frac{4z_2^2-r^2}{\rho_2^4} t^2 \right) \frac{r}{\rho_2^3} t \varepsilon(t-t_P), \\
 U_{r0}^S &= \frac{2\gamma^2}{1-\gamma^2} \left[\frac{1-2\gamma^2-\gamma^4}{2\gamma^2(1-\gamma^2)} - 3 \left(z_0 + \frac{z}{\gamma^2} \right) \frac{z_2}{\rho_2^2} + \frac{4z_2^2-r^2}{\rho_2^4} t^2 \right] \frac{r}{\rho_2^3} t \varepsilon(t-t_S), \\
 U_{z0}^P &= \frac{2\gamma^2}{1-\gamma^2} \left(\frac{\gamma^2}{1-\gamma^2} + \frac{2z_2^2-r^2}{\rho_2^2} - \frac{2z_2^2-3r^2}{\rho_2^4} t^2 \right) \frac{z_2}{\rho_2^3} t \varepsilon(t-t_P), \\
 U_{z0}^S &= \frac{2\gamma^2}{1-\gamma^2} \left[-\frac{1+\gamma^4}{2\gamma^2(1-\gamma^2)} - \frac{1}{z_2} \left(z_0 + \frac{z}{\gamma^2} \right) \frac{2z_2^2-r^2}{\rho_2^2} + \frac{2z_2^2-3r^2}{\rho_2^4} t^2 \right] \frac{z_2}{\rho_2^3} t \varepsilon(t-t_S)
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

($\varepsilon(t)$ — функция Хевисайда). Они получены нахождением вычета в полюсе четвертого порядка, который имеют подынтегральные функции в контурных интегралах (2.2). Это низкочастотные или квазистатические слагаемые смещений.

Слагаемые с индексом R описывают волну Рэлея:

$$\begin{aligned}
 U_{rR}^P &= \frac{4ab^2}{\gamma\vartheta^3\theta} S_1(r, az_2, \gamma\vartheta t) \varepsilon(t-t_P), & U_{rR}^S &= -\frac{2ab^2d}{\gamma\vartheta^3\theta} S_1(r, az_0 + bz, \gamma\vartheta t) \varepsilon(t-t_S), \\
 U_{zR}^P &= \frac{4a^2b^2}{\gamma\vartheta^3\theta} S_0(r, az_2, \gamma\vartheta t) \varepsilon(t-t_P), & U_{zR}^S &= -\frac{2abd}{\gamma\vartheta^3\theta} S_0(r, az_0 + bz, \gamma\vartheta t) \varepsilon(t-t_S).
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Здесь $a = \sqrt{1-\gamma^2\vartheta^2}$; $b = \sqrt{1-\vartheta^2}$; $d = 2-\vartheta^2$; $\theta = abd - (a^2 + \gamma^2b^2)$; $\vartheta = \vartheta(\gamma)$ — корень уравнения Рэлея $d^2 - 4ab = 0$, являющийся функцией параметра γ . Функции трех аргументов S_1 и S_0 имеют вид

$$\begin{aligned}
 S_1(r, p, q) &\equiv \int_0^\infty J_1(kr) \exp(-kp) \sin(kq) dk = \frac{qA - pB}{rR}, \\
 S_0(r, p, q) &\equiv \int_0^\infty J_0(kr) \exp(-kp) \sin(kq) dk = \frac{B}{R},
 \end{aligned}$$

где

$$A = \left(\frac{R+X}{2} \right)^{1/2}; \quad B = \left(\frac{R-X}{2} \right)^{1/2}; \quad R = (X^2 + Y^2)^{1/2}; \quad X = r^2 + p^2 - q^2; \quad Y = 2pq.$$

Слагаемые с индексом λ (высокочастотные составляющие поля смещений) выражаются следующими формулами:

$$\begin{aligned}
 U_{r\lambda}^P &= -\frac{\varepsilon(t-t_P)}{\gamma\pi} \int_1^{1/\gamma} \frac{16\delta^2\beta}{\lambda^2(\delta^4 + 16\alpha^2\beta^2)} S_1(r, \alpha z_2, \gamma t\lambda) d\lambda, \\
 U_{r\lambda}^S &= \frac{\varepsilon(t-t_S)}{\gamma\pi} \int_1^{1/\gamma} \frac{4\beta\delta G_r(r, z, \lambda)}{\lambda^2(\delta^4 + 16\alpha^2\beta^2)} d\lambda,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 G_r(r, z, \lambda) &= [S_1(r, \alpha z_0, \gamma t\lambda + \beta z) + S_1(r, \alpha z_0, \gamma t\lambda - \beta z)] \delta^2 - \\
 &\quad - 4\alpha\beta [C_1(r, \alpha z_0, \gamma t\lambda + \beta z) - C_1(r, \alpha z_0, \gamma t\lambda - \beta z)],
 \end{aligned}$$

$$U_{z\lambda}^P = \frac{-\varepsilon(t-t_P)}{\gamma\pi} \int_1^{1/\gamma} \frac{16\alpha\beta\delta^2}{\lambda^2(\delta^4 + 16\alpha^2\beta^2)} S_0(r, \alpha z_2, \gamma t\lambda) d\lambda, \quad (3.4)$$

$$U_{z\lambda}^S = \frac{\varepsilon(t-t_S)}{\gamma\pi} \int_1^{1/\gamma} \frac{4\delta G_S(r, z, \lambda)}{\lambda^2(\delta^4 + 16\alpha^2\beta^2)} d\lambda,$$

$$G_S(r, z, \lambda) = 4\alpha\beta[S_0(r, \alpha z_0, \gamma t\lambda + \beta z) + S_0(r, \alpha z_0, \gamma t\lambda - \beta z)] + \delta^2[C_0(r, \alpha z_0, \gamma t\lambda + \beta z) - C_0(r, \alpha z_0, \gamma t\lambda - \beta z)],$$

$$C_1(r, p, q) \equiv \int_0^\infty J_1(kr) \exp(-kp) \cos(kq) dk = \frac{1}{r} \left(1 - \frac{pA + qB}{R}\right),$$

$$C_0(r, p, q) \equiv \int_0^\infty J_0(kr) \exp(-kp) \cos(kq) dk = \frac{A}{R}.$$

Здесь $\alpha = \sqrt{1 - \gamma^2\lambda^2}$; $\beta = \sqrt{\lambda^2 - 1}$; $\delta = 2 - \lambda^2$. Скорости и ускорения даются производными от смещений по времени: $\mathbf{v} = \partial\mathbf{u}/\partial t$, $\mathbf{w} = \partial^2\mathbf{u}/\partial t^2$.

Формулы для перемещений свободной поверхности вытекают из (1.2), (3.1)–(3.4) при $z = 0$. Фундаментальное решение при этом запишем в виде (оно получено в [2]):

$$U_r(t, r, 0) = \varepsilon(t - \rho) \left[\frac{2rt}{(1 - \gamma^2)\rho^3} + \frac{2ab^2}{\gamma\vartheta\theta} S_1(r, az_0, \gamma\vartheta t) - \frac{1}{\gamma\pi} \int_1^{1/\gamma} \frac{8\beta\delta^2}{\Delta} S_1(r, \lambda z_0, \gamma\lambda t) d\lambda \right], \quad (3.5)$$

$$U_z(t, r, 0) = \varepsilon(t - \rho) \left[-\frac{2z_0t}{(1 - \gamma^2)\rho^2} - \frac{abd}{\gamma\vartheta\theta} \tilde{S}_0(r, az_0, \gamma\vartheta t) - \frac{1}{\gamma\pi} \int_1^{1/\gamma} \frac{16\alpha\beta\delta}{\Delta} S_0(r, \lambda z_0, \gamma\lambda t) d\lambda \right],$$

где $\Delta = \delta^4 + 16\alpha^2\beta^2$.

Общее решение выражается формулами

$$u_r(t, r, 0) = \int_0^{t-\rho} U_r(t - \tau, r, 0) f''(\tau) d\tau, \quad u_z(t, r, 0) = \int_0^{t-\rho} U_z(t - \tau, r, 0) f''(\tau) d\tau. \quad (3.6)$$

Квазистатические слагаемые перемещений можно получить в явном виде. Так, подставляя в (3.6) первые слагаемые формулы (3.5), имеем

$$U_{r0} = \frac{2r}{(1 - \gamma^2)\rho^3} \int_0^{t-\rho} (t - \tau) f''(\tau) d\tau = \frac{2r}{(1 - \gamma^2)\rho} \left[\frac{f'(t - \rho)}{\rho} + \frac{f(t - \rho)}{\rho^2} \right], \quad (3.7)$$

$$U_{z0} = -\frac{2z_0}{(1 - \gamma^2)\rho} \left[\frac{f'(t - \rho)}{\rho} + \frac{f(t - \rho)}{\rho^2} \right], \quad \rho = (z^2 + z_0^2)^{1/2}.$$

Аналогичные формулы для квазистатических слагаемых поля смещений можно получить и в общем случае при $z \neq 0$.

4. Представление о характере колебаний во внутренних точках упругого полупространства дает рис. 2, на котором приведены горизонтальные (а) и вертикальные (б) компоненты смещений, скоростей и ускорений (сплошные, штриховые и пунктирные линии соответственно) в зависимости от времени в точке с координатами $r = 6,218$, $z = 10,43$ при

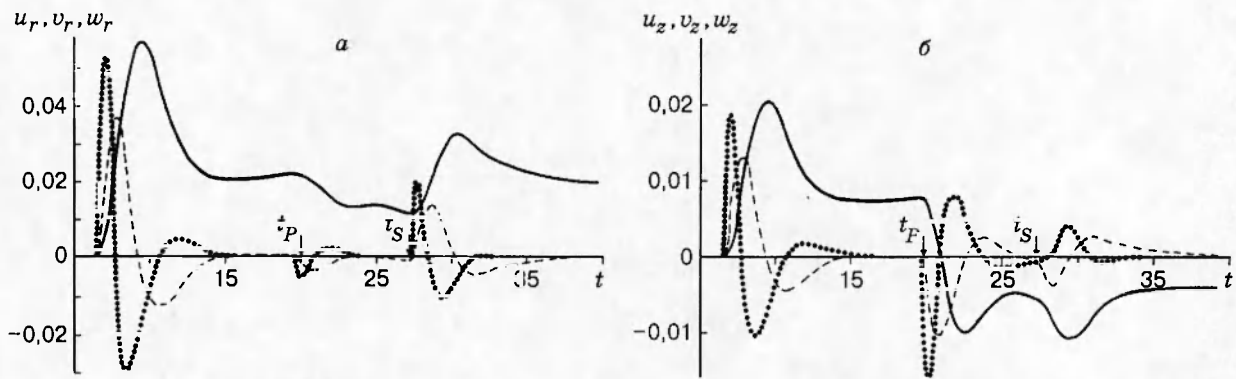


Рис. 2

глубине источника $z_0 = 8,25$. Указанные координаты соответствуют одной из точек наблюдения при подземном ядерном взрыве под кодовым названием «Salmon», осуществленном в США в 1964 г. Данные об этом взрыве приведены в [12–16]. Взрыв «Salmon» мощностью $5,3 \text{ кт} = 2,2 \cdot 10^{13} \text{ Дж}$ проведен в массиве каменной соли на глубине 827,8 м.

Физико-механические параметры каменной соли следующие: плотность $\rho_0 = 2160 \text{ кг/м}^3$, скорость продольных упругих волн $c_P = 4670 \text{ м/с}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,24$. Размерные координаты рассматриваемой точки регистрации: наклонное расстояние от центра взрыва $\rho_1 = 659,6 \text{ м}$, горизонтальное расстояние $r = 621,8 \text{ м}$, вертикальная координата $z = 1043 \text{ м}$.

Параметры потенциала Гаскелла, вычисленные нами по осциллограммам смещений грунта при взрыве «Salmon», приведенным в [4], следующие:

$$\Phi(\infty) = 3770 \text{ м}^3, \quad t_0 = 0,0214 \text{ с}, \quad B = 0,060. \quad (4.1)$$

Они были подобраны из условия наилучшего совпадения расчетных радиальных смещений с экспериментальными смещениями в начальных участках осциллограмм из [4], соответствующих области прямой волны.

Радиальное смещение рассчитывалось по формуле

$$u_{\rho_1} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{e} = (u_r \mathbf{r}_1 + u_z \mathbf{z}_1) \cdot \left(\frac{r}{\rho_1} \mathbf{r}_1 + \frac{z - z_0}{\rho_1} \mathbf{z}_1 \right) = \frac{r u_r}{\rho_1} + \frac{(z - z_0) u_z}{\rho_1},$$

где \mathbf{e} — орт направления от центра взрыва к точке наблюдения.

Из рис. 2 видно, что движение представляется последовательностью из трех импульсов, отвечающих колебаниям в прямой волне (от момента вступления до момента t_P), затем колебаниям в отраженной продольной волне (от t_P до t_S) и, наконец, колебаниям в отраженной поперечной волне (после момента t_S). При этом движение в продольной волне, отраженной от свободной поверхности, является обращенным, а в отраженной поперечной волне — аналогичным движению в прямой волне. Четвертый импульс, обусловленный волной Рэлея в рассматриваемой точке, имеет малую амплитуду и не виден на фоне общего движения.

На рис. 3 приведены осциллограммы радиального смещения в той же точке, что и на рис. 2. Сплошная линия — эксперимент, штриховая — расчет. Как видно из рис. 3, форма кривой смещения в прямой волне (от вступления до момента $t = t_P$) почти повторяет форму приведенного потенциала, т. е. функцию источника $f(t)$. Этого следовало ожидать, так как в данном случае расстояние $\rho_1 = 6,6$ сравнительно велико, и в формуле (1.3) преобладает второе слагаемое, пропорциональное значению функции источника.

Далее, в интервале времени от 0,38 до 0,52 с появляется импульс, по всей видимости,

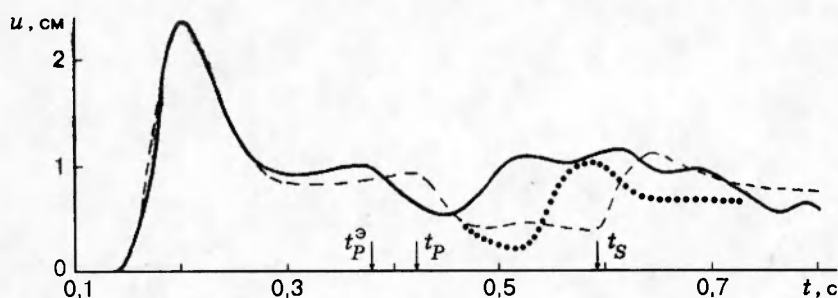


Рис. 3

обусловленный продольной волной, отраженной от свободной поверхности. Положение его коррелирует с положением отраженной волны на расчетной кривой. Однако формы расчетного и экспериментального импульсов различаются.

В расчете отраженный импульс имеет три фазы: 1) движение к центру взрыва, начинающееся после вступления продольной волны в момент $t = t_p$; 2) состояние покоя после максимального смещения к центру взрыва до момента $t = t_s$ — вступления поперечной волны; 3) движение от центра взрыва при $t > t_s$.

В эксперименте отраженный импульс состоит из двух фаз: первой и третьей, образующих одиночный импульс куполообразной формы. Вторая фаза отсутствует.

Увеличивая расчетную скорость распространения поперечных волн c_s , можно найти такое ее значение, при котором отраженный импульс станет очень похож на экспериментальный. В данном случае это происходит при $c_s = 3240$ м/с, что соответствует $\nu \approx 0,038$ ($\gamma = 0,695$). Расчетное смещение при $\nu = 0,24$ ($\gamma = 0,595$) показано на рис. 3 штриховой линией, а при $\nu = 0,038$ ($\gamma = 0,695$) — пунктирной. Таким образом, лучшее согласие расчета и эксперимента достигается при коэффициенте Пуассона, существенно меньшем, чем 0,24 (это значение получено лабораторными измерениями).

Аналогичный результат — лучшее соответствие расчета и эксперимента при $\nu \approx 0,03 \div 0,04$ — имеет место для всех тех осциллограмм, приведенных в [4], на которых удается идентифицировать импульс, отвечающий волне, отраженной от свободной поверхности. Это осциллограммы, полученные на расстоянии от центра взрыва, равном 318,2; 321,0; 401,7 и 659,6 м. На других осциллограммах, приведенных в [4], импульсы волн, отраженных от свободной поверхности, маскируются помехами, обусловленными неоднородностью среды.

Малое значение коэффициента Пуассона указывает, что удлинение или укорочение элемента среды происходит без существенного сокращения его поперечных размеров. Таким образом, видно, что каменная соль в сейсмических волнах при взрыве «Salmon» деформировалась подобно пористой среде. По данным работы [14], объемная пористость каменной соли, определенная до взрыва, составляла 3,14 %.

На рис. 3 следует отметить еще одно различие между расчетом и экспериментом. При использованной в расчете скорости продольных волн $c_p = 4670$ м/с [4] отраженная продольная волна появляется позднее на 0,05 с, чем в эксперименте (в расчете $t_p = 0,43$ с, в эксперименте $t_p^э = 0,385$ с). Совпадение времен прихода отраженных волн произойдет при расчетной скорости продольных волн $c_p = 5110$ м/с. Для каменной соли, обладающей физическими характеристиками, приведенными в [14], такого большого значения скорости продольных волн не может быть. Возможно, что в эксперименте регистрировалась волна, отраженная не от дневной поверхности, а от нижней границы верхнего рыхлого слоя осадочных пород. Толщина этого слоя около 70 м (рис. 1 в [14]).

На рис. 4 приведены расчетные осциллограммы смещений, скоростей и ускорений

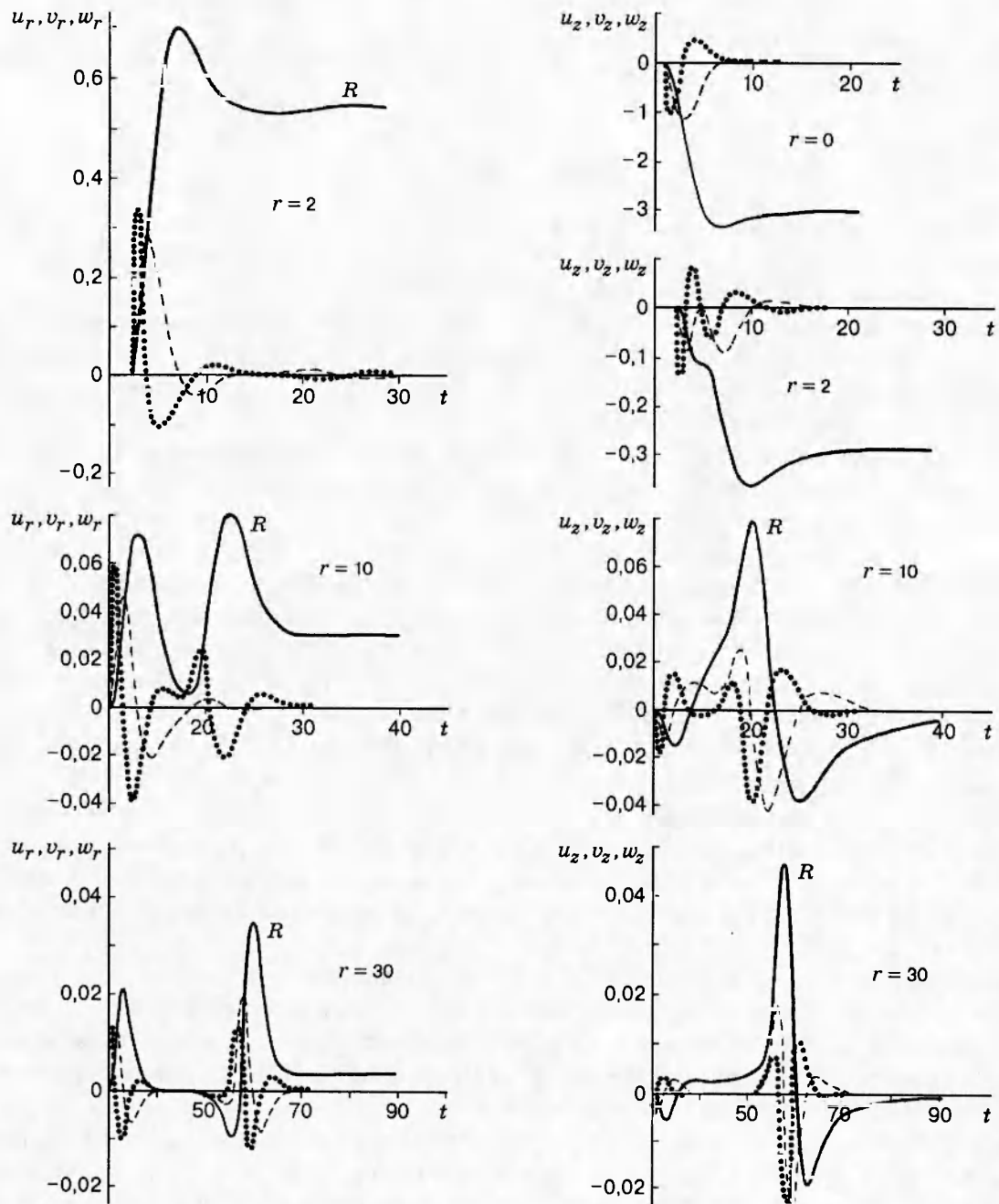


Рис. 4

на расстоянии от эпицентра $r = 0; 2; 10; 30$ при глубине источника $z_0 = 1$ (сплошные линии — смещения, штриховые — скорости, пунктирные — ускорения, буквой R отмечены колебания в волне Рэлея). Эти осциллограммы дают представление о характере движения свободной поверхности полупространства при параметрах источника (4.1). Результаты расчета движения свободной поверхности, полученные по формулам (3.5) и (3.6), совпадают с результатами, вычисленными по формулам работы [3], где использовано иное представление фундаментального решения.

5. Источник Гаскелла (1.1) примечателен тем, что моделирует не только излучаемую при подземном взрыве упругую волну, но и возникающие в грунте остаточные смещения и напряжения.

Смещения, создаваемые источником в неограниченной упругой среде, имеют вид

$$u_*(R, t) = \frac{\partial \varphi_*}{\partial R} = \Phi(\infty) \left[\frac{f(x)}{R^2} + c_P t_0 \frac{f'(x)}{R} \right], \quad (5.1)$$

где $x = (t - R/c_P)/t_0$; R — расстояние до центра взрыва. В (5.1) и далее используются размерные переменные.

Совершая в (5.1) предельный переход при $t \rightarrow \infty$ и учитывая, что $f(\infty) = 1$, $f'(\infty) = 0$, для остаточных смещений имеем [5]

$$u_*^\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} u_*(R, t) = \Phi(\infty)/R^2. \quad (5.2)$$

Для остаточных напряжений получим формулы

$$\sigma_r^\infty = 4 \gamma^2 \rho c_P^2 \frac{\Phi(\infty)}{R^3}, \quad \sigma_\vartheta^\infty = \sigma_\varphi^\infty = 2 \gamma^2 \rho c_P^2 \frac{\Phi(\infty)}{R^3}. \quad (5.3)$$

Физической причиной возникновения статических полей вида (5.2) и (5.3) является образование в очаге взрыва камуфлетной полости, окружающих зон дробления и радиальных трещин [8]. Возникшие полость и зоны разрушения среды препятствуют разгрузке состояния (5.3). Разрушенная среда вокруг полости представляет собой сферическую оболочку, обладающую несущей способностью. Несущая способность этой зоны достаточна для сохранения остаточных смещений и напряжений в течение некоторого времени, много большего характерного времени t_0 .

Параметр $\Phi(\infty)$ можно определить непосредственно по экспериментальной осциллограмме смещения какой-либо точки среды в области прямой волны. По формуле (5.2) можно найти остаточное смещение u_*^∞ , после чего вычислить объем, вытесняемый в упругую зону:

$$V_\infty = 4 \pi R^2 u_*^\infty(R) = 4 \pi R^2 \Phi(\infty)/R^2 = 4 \pi \Phi(\infty). \quad (5.4)$$

Если среда до взрыва не имела пористости, то объем V_∞ есть сумма объема взрывной полости и объема пустот, возникающих в грунте вследствие взрыва:

$$V_\infty = V_\Pi + V_* = \frac{4}{3} \pi r_\Pi^3 + V_*. \quad (5.5)$$

Здесь V_Π и r_Π — объем и радиус полости; V_* — объем пустот.

Из (5.4) и (5.5) получим выражение для объема пустот:

$$V_* = 4 \pi \Phi(\infty) - \frac{4}{3} \pi r_\Pi^3. \quad (5.6)$$

Для взрыва «Salmon» $\Phi(\infty) = 3770 \text{ м}^3$ (см. (4.1)), радиус полости $r_\Pi = 16,7 \text{ м}$ [16]. Из (5.4) и (5.6) следует, что вытесненный объем $V_\infty = 47400 \text{ м}^3$, объем полости $V_\Pi = 19400 \text{ м}^3$, объем образовавшихся пустот $V_* = 28000 \text{ м}^3$.

Так как радиальные трещины, по данным [16], наблюдались на расстоянии от 90 до 120 м от центра взрыва, то, полагая радиус зоны трещин равным полусумме этих значений ($r_{\text{ТР}} = 105$ м), получим оценку коэффициента разрыхления каменной соли при взрыве «Salmon»:

$$\eta = \frac{V_*}{V_{\text{ТР}} - V_{\text{П}}} = \frac{V_{\infty} - V_{\text{П}}}{V_{\text{ТР}} - V_{\text{П}}} = \frac{4\pi\Phi(\infty) - (4/3)\pi r_{\text{П}}^3}{(4/3)\pi(r_{\text{ТР}}^3 - r_{\text{П}}^3)} \approx 0,58 \cdot 10^{-2} \approx 0,6\%.$$

Как видно, даже незначительное разрыхление грунта при взрыве приводит к тому, что большая часть вытесняемого объема образуется не за счет полости, а за счет зон разрушения.

По поводу вышеизложенных оценок нужно отметить следующее. Приведенный в [16] размер полости от взрыва «Salmon» $r = 16,7$ м получен при измерении полости через 4,5 месяца после взрыва. В оценках же данного пункта фигурирует, строго говоря, не этот радиус, а радиус той полости, которая возникает «сразу после взрыва». За несколько месяцев, прошедших после взрыва, напряженное состояние (5.3) могло частично разгрузиться, вследствие чего объем первоначальной полости мог уменьшиться.

6. В случае полупространства, ограниченного свободной поверхностью, остаточные смещения также можно получить из формул (2.4), (3.1)–(3.4) путем предельного перехода $t \rightarrow \infty$. При таком переходе отличными от нуля оказываются лишь члены, получающиеся из квазистатических слагаемых поля перемещений (3.2). Рэлеевские (3.3) и высокочастотные слагаемые (3.4) при этом стремятся к нулю и не дают вклада в поле остаточных смещений. Докажем это утверждение.

Остаточные смещения, возникающие в упругой среде при действии источника (1.1), обусловлены тем, что приведенный потенциал смещений с течением времени стремится не к нулю, а к постоянной величине (при этом функция источника $f(t) \rightarrow 1$). Таким образом, те непрерывные функции источника $f(t)$ ($t \in [0, \infty)$), которые удовлетворяют условиям $f(0) = 0$ и $f(\infty) = 1$, приводят к остаточным смещениям.

Используем в (1.1) в качестве функции источника одну из простейших функций вышеуказанного класса:

$$f(t) = \begin{cases} [\varepsilon(t) - \varepsilon(t - t_{\text{н}})]t, & 0 \leq t \leq t_{\text{н}}, \\ \varepsilon(t - t_{\text{н}}), & t \gg t_{\text{н}}. \end{cases}$$

Здесь $t_{\text{н}}$ — время нарастания до стационарного значения. Если за масштаб времени брать $t_{\text{н}}$, то функция $f(t)$ примет вид

$$f(t) = \begin{cases} [\varepsilon(t) - \varepsilon(t - 1)]t, & 0 \leq t \leq 1, \\ \varepsilon(t - 1), & t \gg 1, \end{cases}$$

а ее вторая производная $f''(t) = \delta(t) - \delta(t - 1)$ ($\delta(t)$ — функция Дирака).

Подстановка $f''(t)$ в формулы (3.6) дает смещения в виде разности двух фундаментальных решений. Например, для вертикальной компоненты смещения в волне Рэлея получим

$$u_{zR}(r, 0, t) = \frac{abd}{\gamma\vartheta\theta} \left\{ S_0(r, az_0, \gamma\vartheta t) - S_0[r, az_0, \gamma\vartheta(t - 1)] \right\}, \quad (6.1)$$

где $S_0(r, az_0, \gamma\vartheta t) = B/R$; $B = ((R - X)/2)^{1/2}$; $R = (X^2 + Y^2)^{1/2}$; $X = r^2 + a^2 z_0^2 - \gamma^2 \vartheta^2 t^2$; $Y = 2az_0\gamma\vartheta t$.

Фиксируя значения r и z_0 и переходя к пределу при $t \rightarrow \infty$, имеем

$$R \rightarrow \gamma^2 \vartheta^2 t^2, \quad R - X \rightarrow 2\gamma^2 \vartheta^2 t^2, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} S_0(r, az_0, \gamma\vartheta t) = 1/\gamma\vartheta t. \quad (6.2)$$

Из (6.1) и (6.2) следует, что при $t \rightarrow \infty$ смещение u_{zR} стремится к нулю не медленнее, чем t^{-1} .

Аналогично строится доказательство для горизонтальной компоненты смещения в волне Рэлея и для высокочастотных слагаемых смещения (3.4).

В результате получаем следующие значения остаточных смещений в полупространстве $z \geq 0$:

$$u_r^\infty(r, z) = \frac{r}{\rho_1^3} - \frac{r}{\rho_2^2} \left\{ 1 - \frac{2}{1 - \gamma^2} \left[1 - 3(1 - \gamma^2) \frac{z_2 z}{\rho_2^2} + 3\gamma^2 (t_S^2 - t_P^2) \frac{4z_2^2 - r^2}{\rho_2^4} \right] \right\}, \quad (6.3)$$

$$u_z^\infty(r, z) = -\frac{z_1}{\rho_1^2} - \frac{z_2}{\rho_2^2} \left\{ 1 - \frac{2}{1 - \gamma^2} \left[\gamma^2 + (1 - \gamma^2) \frac{(2z_2^2 - r^2)z}{\rho_2^2 z_2} - 3\gamma^2 (i_S^2 - i_P^2) \frac{2z_2^2 - 3r^2}{\rho_2^4} \right] \right\}.$$

Как видно из (6.3), вытеснение грунта происходит в сторону свободной поверхности (на это указывает знак минус в формуле для вертикальной составляющей смещений). В результате первоначально горизонтальная свободная поверхность полупространства после взрыва приобретет куполообразную форму — образуется холм выпучивания.

Остаточные смещения свободной поверхности можно получить из (6.3) при $z = 0$ или из (3.7) при $t \rightarrow \infty$. В размерных переменных эти смещения таковы:

$$u_r^\infty = \Phi(\infty) \frac{2}{1 - \gamma^2} \frac{r}{\rho^3}, \quad u_z^\infty = -\Phi(\infty) \frac{2}{1 - \gamma^2} \frac{z_0}{\rho^3}, \quad \rho = (r^2 + z_0^2)^{1/2}. \quad (6.4)$$

Обозначим через x и y абсциссу и ординату точек профиля сместившейся свободной поверхности. Тогда параметрическое уравнение профиля холма упругого выпучивания можно записать в виде

$$x = r + \lambda \frac{r}{\rho^3}, \quad y = -\lambda \frac{z_0}{\rho^3}, \quad \lambda = \frac{2}{1 - \gamma^2} \Phi(\infty), \quad (6.5)$$

где роль параметра играет координата r начального положения точки на поверхности $z = 0$.

Поверхность холма является поверхностью вращения кривой (6.5) вокруг оси y . Отсюда следует, что объем холма можно найти по формуле

$$V_x = \pi \int_0^{y_m} x^2(r) dy = \pi \int_0^\infty (1 + \lambda/\rho^3)^2 r^2 y'(r) dr = 3\pi \lambda z_0 \int_0^\infty (1 + 2\lambda/\rho^3 + \lambda^2/\rho^6) r^3 \rho^{-5} dr =$$

$$= 6\pi \lambda \left[\frac{1}{3} + \frac{\lambda}{12 z_0^3} + \frac{1}{63} \left(\frac{\lambda}{z_0^3} \right)^2 \right] \quad (y_m = \lambda/z_0^2). \quad (6.6)$$

Покажем, что имеет место неравенство $\lambda z_0^{-3} \ll 1$. Действительно, наименьшая глубина взрыва около $50 \text{ м/кг}^{1/3}$, иначе неизбежен выброс грунта, при котором образуется воронка выброса [8]. Характерное для земных грунтов значение $\Phi(\infty) \approx 10^3 \text{ м}^3/\text{кг}$, а наибольшее значение параметра $\gamma^2 = 0,5$.

Отсюда получим

$$\frac{\lambda}{z_0^3} = \frac{2}{1 - \gamma^2} \frac{\Phi(\infty)}{z_0^3} \leq 4 \frac{10^3 \text{ м}^3/\text{кг}}{125 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{кг}} = 0,03.$$

С погрешностью менее доли процента из (6.6) имеем приближенное выражение для объема холма упругого выпучивания:

$$V_x = 2\pi \lambda = 4\pi \Phi(\infty)/(1 - \gamma^2). \quad (6.7)$$

Как видно из формулы (6.7), объем холма упругого выпучивания в $(1 - \gamma^2)^{-1}$ раз больше вытесняемого из окрестности центра взрыва объема. Отсюда следует, что грунт

в области холма при $\gamma \neq 0$ ($\gamma = 0$ соответствует жидкости) находится в состоянии растяжения. Объем холма упругого выпучивания (6.7) пропорционален энергии взрыва и при крупных взрывах имеет внушительные размеры.

Если рассматривать холм упругого выпучивания как инженерное сооружение, то недостатком его является малая высота. Действительно, минимальная глубина заложения, при которой взрыв можно рассматривать как камуфлетный, не должна быть менее упругого радиуса взрыва, т. е. $z_0 \geq r_1$. Для типичных горных пород $r_1 \sim 100 \text{ м/кТ}^{1/3}$ [5]. Например, для каменной соли $r_1 = 95 \text{ м/кТ}^{1/3}$ [4].

Из второго уравнения (6.4) можно получить неравенство

$$y_m = \max |u_z^\infty| = \max \left| \frac{2}{1-\gamma^2} \frac{\Phi(\infty)}{z_0^2} \right| \leq 4 \frac{10^3 \text{ м}^3/\text{кТ}}{(100 \text{ м/кТ}^{1/3})^2} = 0,4 \text{ м/кТ}^{1/3}.$$

Поскольку высота холма растет пропорционально корню кубическому из энергии взрыва, то, казалось бы, при достаточно большой энергии взрыва можно получить сколь угодно высокий холм. Однако фактором, ограничивающим высоту холма, является сила тяжести.

С увеличением энергии взрыва растет размер камуфлетной полости и уменьшается устойчивость свода полости. При некотором значении размеров полости происходит обрушение грунта, постепенно распространяющееся до свободной поверхности. В результате в окрестности вершины холма выпучивания появляется провальная воронка. Борты воронки образованы периферийными частями холма выпучивания, имеющими незначительную высоту.

Механизм образования холма выпучивания, изложенный в данной работе, имеет преобладающее значение при достаточно больших глубинах взрыва, при которых эпицентральная область грунта деформируется упруго.

При сравнительно малых глубинах взрыва, используемых в практике взрывного дела для рыхления грунта, преобладающий механизм образования холма выпучивания иной. Большая часть объема холма здесь обуславливается рыхлением грунта, происходящим при его разрушении, разлете и обратном падении в воронку выброса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Огурцов К. И., Петрашень Г. И. Динамические задачи для упругого полупространства в случае осевой симметрии // Уч. зап. Ленингр. ун-та. Сер. мат. 1951. № 149, вып. 24. С. 3–117.
2. Онисько Н. И., Шемякин Е. И. Движение свободной поверхности однородного грунта при подземном взрыве // ПМТФ. 1961. № 4. С. 82–93.
3. Тяпин А. С., Старцев А. И. Компактное представление фундаментального решения внутренней задачи Лэмба на свободной поверхности // ПМТФ. 1992. № 1. С. 126–132.
4. Healy J. H., Chi-Yu King, O'Neill. Source parameters of the Salmon and Starling nuclear explosions from seismic measurements // J. Geophys. Res. 1971. V. 76, N 14. P. 3344–3335.
5. Haskell N. A. Analytic approximation for the elastic radiation from a contained underground explosion // J. Geophys. Res. 1967. V. 76, N 10. P. 2583–2587.
6. Keiti Aki, Bouchon M., Reasenberг P. Seismic source function for an underground nuclear explosion // Bull. Seismol Soc. Amer. 1974. V. 64, N 1. P. 131–148.
7. Sharpe J. A. The production of elastic waves by explosion pressure // Geophysics. 1942. V. 7, N 2. P. 144–154.
8. Механический эффект подземного взрыва / Ред. М. А. Садовский. М.: Недра, 1971.

9. **Mueller R. A., Murphy J. R.** Seismic characteristics of under-ground nuclear detonations. Pt 1. Seismic spectrum scaling // Bull. Seismol Soc. Amer. 1971. V. 61. N 6. P. 1675-1692.
10. **Роден Г.** Неупругие процессы в сейсмических волнах при подземных взрывах // Нелинейные волновые процессы: Сб. ст. Ред. В. Н. Николаевский. М.: Мир, 1987.
11. **Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.** Методы теории функций комплексного переменного. М.: Физматгиз, 1951.
12. **Werth G., Randolph P.** The Salmon seismic experiment // J. Geophys. Res. 1966. V. 71, N 14. P. 3406-3413.
13. **Patterson D. W.** Nuclear decoupling, full and partial // Ibid. P. 3427-3436.
14. **Rogers L. A.** Free-field motion near a nuclear explosion in salt: project Salmon // Ibid. P. 3415-3426.
15. **Peaceful Nuclear Explosion** // Proc. Panel Vienna, 2-4 March 1970. Vienna: IAEA. 1970.
16. **Rawson D., Randolph P., Bourdman C., Wheeler V.** Post-explosion environment resulting from the Salmon event // J. Geophys. Res. 1966. V. 71, N 14. P. 3507-3521.

*Поступила в редакцию 10/VII 1995 г.,
в окончательном варианте — 27/II 1996 г.*
