

Т. А. Бутина

ОБ ОЦЕНКЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В СЖИМАЕМОЙ СРЕДЕ

Кратковременное динамическое нагружение приводит к возникновению и распространению в сплошной среде ударных волн (УВ), интенсивность которых зависит от уровня действующей нагрузки, физико-механических свойств материала. В результате сильного сжатия материал нагревается [1]. По мере продвижения УВ смещается область сжатия материала и температура среды меняется. Оценка температурного поля в сжимаемой среде, а также остаточный нагрев материала представляют большой практический интерес.

Методы расчета упругого потенциала, температуры на фронте волны изложены в [2, 3]. В [4] получены адиабаты Гюгонио, найдены потенциалы взаимодействия атомов, коэффициенты Грюнайзена для ряда металлов. В [5] приведен подробный обзор литературы, дан анализ имеющихся уравнений состояния (см. также [2, 4]). Способы оценки температуры на адиабате Гюгонио, остаточной температуры приведены в [6–9].

Состояние сплошной среды может быть описано следующей системой уравнений [10]. Уравнение движения

$$(1) \quad \frac{\rho_0}{V} \frac{\partial u}{\partial \tau} = - \frac{\partial}{\partial r} (p - S_r) + \frac{(k-1)(S_r - S_\theta)}{r},$$

где $V = \rho_0/\rho$; ρ_0, ρ — начальная и текущая плотности; u — массовая скорость; r — текущий радиус; p — среднее напряжение; S_r, S_θ — компоненты девиатора напряжений; $k = 1, 2, 3$ для плоского, цилиндрического и сферического случаев соответственно.

Уравнение неразрывности

$$(2) \quad \frac{\dot{V}}{V} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r^{k-1}u)}{\partial r}.$$

Уравнение энергии с учетом теплопроводности

$$(3) \quad \dot{E} = p\dot{V} - V(S_r\dot{\epsilon}_r + (k-1)S_\theta\dot{\epsilon}_\theta) + \frac{k}{r^{k-1}} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^{k-1} \kappa \frac{\partial T}{\partial r} \right).$$

Здесь κ — коэффициент теплопроводности; T — температура; E — полная энергия. Выражения для деформаций

$$(4) \quad \epsilon_r = \frac{\partial e}{\partial r} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial e}{\partial r} \right)^2, \quad \epsilon_\theta = \frac{e}{r} - \frac{1}{2} \left(\frac{e}{r} \right)^2$$

(e — перемещение). Связь девиаторов напряжений и деформаций осуществляется с помощью закона Гука.

В качестве уравнения состояния рассматривалось уравнение Ми — Грюнайзена

$$(5) \quad p = p_y + \gamma_0(E - E_y)$$

(p_y, E_y — упругие давление и энергия, γ_0 — коэффициент Грюнайзена). Для p_y в [9] получено выражение

$$(6) \quad p_y = p_0 \exp(\gamma_0 \eta) + p_H - \gamma_0 R(\eta) - G(\eta),$$

где $\eta = 1 - \rho_0/\rho$; p_H — давление на ударной адиабате; функции $R(\eta)$ и $G(\eta)$ имеют вид

$$(7) \quad R(\eta) = \rho \alpha^2 \left(\frac{\eta^2}{2(1-\beta\eta)^2} - \frac{\eta}{\beta(1-\beta\eta)} - \frac{\ln(1-\beta\eta)}{\beta^2} \right);$$

$$(8) \quad G(\eta) = \gamma_0 \exp(\gamma_0 \eta) \int_0^\eta \exp(-\gamma_0 \eta) R(\eta) d\eta$$

(α, β — коэффициенты известной зависимости $D = \alpha + \beta u$, связывающей скорость фронта УВ D и массовую скорость вещества u). Согласно

[9], (5) запишем как $p = p_0 \exp(\gamma_0 \eta) + \Pi + \gamma_0 \rho_0 c_V T$ (c_V — теплоемкость, $\Pi = p_H - \gamma_0 R(\eta) - G(\eta)$). При нормальных условиях $p = 0$, $\eta = 0$ (атмосферным давлением пренебрегаем), поэтому

$$(9) \quad p_0 = -\rho_0 \gamma_0 c_V T;$$

$$(10) \quad E_y = -c_V \rho_0 T.$$

Используя (9), (10), перейдем к уравнению состояния, в котором все параметры отсчитываются от нуля:

$$(11) \quad p = p_0 \exp(\gamma_0 \eta) + \Pi + \gamma_0 (E - E_y) = p_y - p_0 + \rho_0 \gamma_0 c_V t$$

(E , E_y , t — полная внутренняя, упругая энергия и температура).

Приращение тепловой части внутренней энергии E_T определяется разностью $dE_T = dE - dE_y$. Приращение температуры вычисляется следующим образом:

$$(12) \quad dT = (dE - dE_y) / \rho_0 c_V.$$

Уравнение (12) учитывает процесс связанности полей деформаций и температур. Действительно, предполагая, что в точке есть только упругая деформация, приращение полной энергии $dE = S_{ij} d\epsilon_{ij} - p dV$, а упругой

$$(13) \quad dE_y = S_{ij} d\epsilon_{ij} - p_y dV.$$

Из (13) с учетом формул (9) и (10) следует, что для приращения температуры справедливо

$$(14) \quad dt \sim -(T_0 + t) dV,$$

это характеризует изменение температуры из-за связанности процессов деформирования и нагрева. Приведенные выше соотношения обобщают учет связанности, принятый в [11] на случай $t \sim T_0$, так как выше не используется предположение $t \ll T_0$. Учет связанности в классической постановке приводит к тому, что после затухания движения температура тела остается прежней. Согласно [11], производная от температуры по времени, полученная из уравнения энергии, имеет вид

$$(15) \quad \dot{T} = \chi \Delta T - \frac{3\lambda + 2\mu}{\rho_0 c_V} 3\alpha_T T_0 \dot{\epsilon}_{об},$$

где λ , μ — коэффициенты Ляме; α_T — коэффициент теплового расширения; $\epsilon_{об}$ — объемная деформация; $\chi = \kappa / \rho_0 c_V$. После интегрирования (15) по времени от $\tau = 0$ до $\tau \rightarrow \infty$ и объему v получим

$$T|_{\tau \rightarrow \infty} - T|_{\tau=0} = \chi \int \int \frac{\partial T}{\partial n} dS - \frac{3\lambda + 2\mu}{\rho_0 c_V} 3\alpha_T T \epsilon_{об}.$$

При отсутствии теплообмена через границу с учетом того, что $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \epsilon_{об} = 0$, находим приращение температуры, равное нулю.

Учет связанности в соответствии с (14) не позволяет интегрировать уравнение энергии указанным образом, так как коэффициент при $\epsilon_{об}$ зависит от самой температуры, поэтому в данном случае приращение температуры будет величиной положительной. В самом деле, разделив уравнение энергии на T , согласно (14), имеем

$$\frac{d \ln T}{d\tau} = \frac{\chi}{T} \Delta T - \frac{3\lambda + 2\mu}{\rho_0 c_V} 3\alpha_T \dot{\epsilon}_{об} = \nabla \left(\frac{\chi}{T} \nabla T \right) + \frac{\chi}{T^2} (\nabla T)^2 - \frac{3\lambda + 2\mu}{\rho_0 c_V} 3\alpha_T \dot{\epsilon}_{об}.$$

Интегрируя по объему и времени, запишем

$$T|_{\tau \rightarrow \infty} - T|_{\tau=0} \simeq \int \int \frac{\chi}{T} \frac{\partial T}{\partial n} dS d\tau + \int \int \frac{\chi}{T^2} (\nabla T)^2 dv d\tau - \frac{3\lambda + 2\mu}{\rho_0 c_V} 3\alpha_T \epsilon_{об},$$

откуда

$$T|_{\tau \rightarrow \infty} - T|_{\tau=0} \simeq \int \int \frac{\chi}{T^2} (\nabla T)^2 dv d\tau > 0.$$

В качестве примера расчета рассматривалась алюминиевая пластина толщиной 0,5 см, на поверхность которой действует прямоугольный импульс давления, имеющий амплитуду 4 ГПа, длительность 0,15 мкс, другая поверхность пластины свободна от напряжений. Начальная температура пластины равна нулю. Для определения изменения напряженно-деформированного состояния и температурного поля использовалась система уравнений (1)–(8), (12). Задача решалась в связанной постановке методом конечных разностей, использовалась схема второго порядка точности, сквозного счета, вводилась искусственная вязкость типа Неймана — Рихтмайера [12].

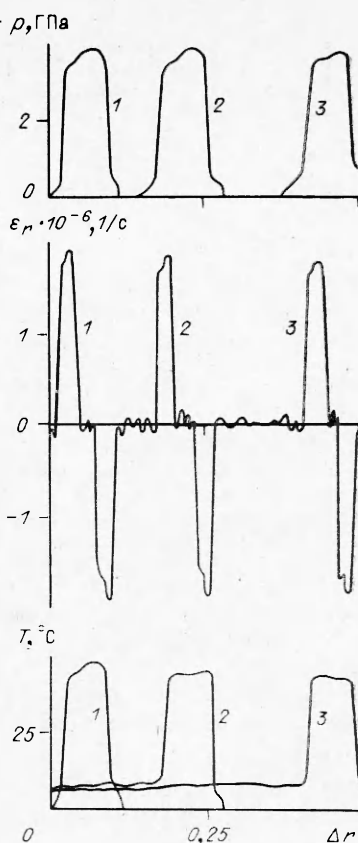
На рисунке показаны распределения по толщине пластины профиля среднего напряжения, скорости радиальной деформации и температурного поля в разные моменты времени (линии 1–3 отвечают $\tau = 0,16$; 0,48; 0,94 мкс). Видно, что продвижение импульса по толщине пластины сопровождается возникновением больших скоростей деформаций, появлением температурного поля. По мере смещения области сжатия наблюдается постепенное затухание импульса давления, вызванное диссипативными процессами, что ведет к уменьшению уровня температуры.

В процессе исследований варьировалась форма действующего на поверхность механического импульса, его амплитуда, рассматривались пластины, изготовленные из разных материалов. Расчеты показывают, что профиль температурного поля определяется профилем действующей нагрузки. При увеличении амплитуды действующей нагрузки возрастает температура среды в области сжатия, остаточная температура.

Используя соотношения, приведенные в [10], нетрудно распространить описанную схему на область пластического течения. Таким образом, в результате ударного сжатия остаточный нагрев имеет место и без пластических деформаций. Решение задачи в рассматриваемой постановке позволяет оценить температурное поле, возникающее в среде при динамическом нагружении в практически важном диапазоне умеренных давлений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. Г. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Наука, 1966.
2. Жарков В. Н., Калинин В. А. Уравнения состояния твердых тел при высоких давлениях и температурах. — М.: Наука, 1968.
3. Райс М., Мак-Куин Р., Уолш Дж. Динамические исследования твердых тел при высоких давлениях. — М.: Мир, 1965.
4. Альтшулер Л. В., Бусникин С. Е., Кузьменко Е. А. Изотермы и функции Грюнайзена 25 металлов // ПМТФ. — 1987. — № 1.
5. Бушман А. В., Фортков В. Е. Модели уравнений состояния вещества // УФН. — 1983. — Т. 140, вып. 2.
6. Трофимов В. С. Простой термодинамический метод оценки температуры ударного сжатия конденсированной среды // ФГВ. — 1973. — № 4.
7. Меньшиков Г. П. Об уравнении состояния твердых тел при высоких давлениях // ФГВ. — 1981. — № 2.
8. Долгов А. А., Мессинев М. Ю. Об оценке температуры на адiabате Гюгонно с помощью правила «зеркального отражения» // ПМТФ. — 1981. — № 5.
9. Бутина Т. А. Об оценке величин потенциального давления и температуры на ударной адiabате // ФГВ. — 1989. — № 4.



10. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике.— М.: Мир, 1967.
11. Боли Б., Уэйнер А. Д. Теория температурных напряжений.— М.: Мир, 1964.
12. Нейман Дж., Рихтмайер Р. Метод численного расчета гидродинамических скачков // Механика: Сб. пер.— М., 1951.— № 1.

г. Калининград

Поступила 10/V 1990 г.,
в окончательном варианте — 11/IX 1990 г.

УДК 621.039.61

В. П. Бушланов

ВЕРОЯТНОСТЬ ОБРАЗОВАНИЯ ПОКРЫТИЯ ИЗ ТЕРМИЧЕСКИ АКТИВНЫХ ЧАСТИЦ

Прочность покрытия можно увеличить, если напыление вести таким образом, чтобы наносимые частицы ложились на еще не остывшие (термически активные) частицы предыдущего слоя [1]. Вероятностные условия образования покрытия из термически активных частиц рассчитаны в [2] в приближении, что N ранее упавших частиц не соприкасаются друг с другом.

В данной работе проведено вычисление вероятности P_0 во всем интервале значений расхода порошка G (кг/с). Показано, что P_0 линейно выражается через пористость покрытия и зависит от единственного безразмерного параметра $E_0^2 = NR^2/\rho^2$ (R — радиус диска прилипшей частицы, ρ — радиус пятна напыления).

1. При плазменном напылении стремятся использовать частицы близких размеров. Радиусы R_0 сферических частиц, равных по объему напыляемым, лежат в пределах 10—100 мкм, а $\rho \sim 10^{-2}$ м, поэтому $R_0^2/\rho^2 \sim \sim 10^{-6} - 10^{-4}$. Будем считать, как и в [2], что покрытие формируется из дисков радиуса R и высотой h таких, что

$$(1.1) \quad 4\pi R_0^3/3 = \pi R^2 h, \quad E^2 = R^2/\rho^2 \ll 1.$$

Пусть $p(x, y)$ — плотность распределения вероятности попадания центра масс напыляемой частицы в точку подложки с координатами (x, y) . Полная вероятность взаимодействия с предыдущими N частицами, не потерявшими термическую активность, имеет вид [2]

$$(1.2) \quad P(N) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 d\eta_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_N d\eta_N \prod_{i=1}^N p(\xi_i, \eta_i) \times \\ \times \int_{Q(\xi_1, \eta_1, \dots, \xi_N, \eta_N)} p(x, y) dx dy.$$

Здесь $\xi_1, \eta_1, \dots, \xi_N, \eta_N$ — координаты центров N дисков радиусами R , находящихся на подложке в термически активном состоянии; Q — область подложки, занятая N дисками.

Ниже предложен эффективный метод, который позволил конкретизировать вид области Q и вычислить (1.2). Введем кусочно-постоянные функции E_i и Σ : $E_i(x, y) = 1$, если $(x, y) \in C_R(\xi_i, \eta_i)$, $i = 1, 2, \dots, N$, где $C_R(\xi_i, \eta_i)$ — круг радиуса R с центром (ξ_i, η_i) , и $E_i = 0$ вне этого круга, $\Sigma(x, y) = 1 - \prod_{k=1}^N (1 - E_k)$. Видно, что $\Sigma = 1$ внутри Q и $\Sigma = 0$ вне Q . Перепишем (1.2) с помощью Σ :

$$(1.3) \quad P(N) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 d\eta_1 \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_N d\eta_N \prod_{i=1}^N p(\xi_i, \eta_i) \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Sigma p(x, y) dx dy.$$

Изменяя в (1.3) порядок интегрирования, получим

$$(1.4) \quad P(N) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p(x, y) [1 - I(x, y)]^N dx dy;$$