

О СЛЕДЕ ЗА НЕСУЩИМ ТЕЛОМ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

О. С. Рыжов, Е. Д. Терентьев
(Москва)

1. Вихревая пелена. Пусть несущее тело (крыло конечного размаха) погружено в равномерный поток несжимаемой жидкости. При условии, что вязкостью можно пренебречь, наиболее эффективный метод вычисления индуктивного сопротивления крыла строится следующим образом. Несущая поверхность и образующая позади него контактная поверхность раздела, при переходе через которую рвется тангенциальная составляющая вектора скорости, заменяются системой присоединенных и свободных вихрей. Простейший вариант метода оперирует всего одним присоединенным вихрем, моделирующим крыло, и парой сбегających с его концов свободных вихрей. Иногда такую систему называют подковообразным вихрем, она дает постоянную по всему размаху несущей поверхности подъемную силу (и циркуляцию), падающую скачком до нуля на концах крыла. Разумеется, указанная схема представляет только грубое приближение к реальной картине течения.

При более точном описании поля потока исходят из того, что подъемная сила меняется по длине несущей поверхности, плавно убывая до нуля к ее конечным сечениям. Циркуляция также меняется по размаху крыла, а из каждой точки задней кромки сбегает свободный вихрь, уносимый затем вниз по потоку. Система свободных вихрей образует вихревую пелену. Хотя эти представления были развиты уже давно [1,2], они не потеряли своего значения до сих пор [3]. В последние годы к расчету самоиндуцированного движения вихревых нитей стал применяться метод сращивания внешних и внутренних асимптотических разложений, успехи в определении структуры поля спутных вихрей изложены в работе [4].

Родственной является задача о возникновении, развитии и распаде кольцевых вихрей. Интересные работы по их исследованию выполнены под руководством М. А. Лаврентьева в Институте гидродинамики СО АН СССР, изложение некоторых из полученных результатов можно найти в [5]. Распаду вихрей посвящена работа [6].

Вблизи крыла индуцированные вихрями скорости вызывают перемещение вихревых нитей и, следовательно, деформацию вихревой пелены, начинается свертывание вихревой пелены. Сечение вихревой пелены поперечной к направлению основного потока плоскостью позволяет обнаружить формирование двух характерных спиралей, где происходит концентрация напряженности вихрей [3]. При сходе вихревой пелены с передних кромок стреловидных либо треугольных крыльев ее интенсивное свертывание начинается сразу же. Развитый в недавнее время численный метод дискретных вихрей дает возможность находить при помощи ЭВМ форму пелены как при безотрывном обтекании передних кромок крыла, так и при возникновении на них срыва [7].

Изучение спиралей за крылом представляет весьма трудную задачу. Было изучено нестационарное свертывание полубесконечной пелены, которая образуется в первоначально установившемся плоскопараллельном безвихревом потоке у края плоской пластинки, внезапно удаляемой в некоторый момент времени [8]. Полученное решение легло в основу модели свертывания вихревой пелены, сходящей с задней кромки крыла [9]; двучленная асимптотика уравнения спирали установлена в [10]. Тео-

рия идеальной (невязкой) жидкости применялась также к описанию течения в ядре свернутой пелены, возникающей у вершины треугольного крыла [11]. Недавно для построения поля скоростей, индуцируемого вихревыми спиралями, был с успехом использован асимптотический метод разных масштабов, существенно опирающийся на плотность упаковки витков спирали вблизи ее фокуса [12].

Как хорошо известно, контактные поверхности размываются под действием вязкости жидкости. Вязкая диффузия завихренности, сконцентрированной на витках спирали, когда они расположены очень близко друг к другу в пространстве, изучалась в работах [9, 13, 14]. Асимптотический анализ системы уравнений Навье — Стокса при помощи метода разных масштабов прямо ведет к уравнению теплопроводности, которому удовлетворяет интенсивность вихрей пелены в результате подхо- дящего преобразования независимых переменных [15].

Совершенно иной подход базируется на положении, что вязкость оказывает преобладающее влияние на формирование ламинарного спутного следа на конечной стадии его вырождения [16]. На больших расстояниях от несущего тела витки вихревых спиралей полностью разрушаются и исчезают, хотя траектории частиц довольно долго могут сохранять спиралевидную форму. Структуру следа в вязкой жидкости можно установить, исходя из требования, чтобы поле скоростей было связано с сопротивлением и подъемной силой крыла и исчезало вместе со стремлением к нулю величин этих сил. Асимптотическое решение, которое описывает конечную стадию распространения вихревого следа вдали от обтекаемого тела, удобно представить в виде [17]

$$(1.1) \quad \begin{aligned} v_x &= -\frac{1}{4\pi x} \left(c_x + \frac{c_y}{2} \frac{y}{x} \right) \exp \left(-\frac{y^2 + z^2}{4x} \right), \\ v_y &= -\frac{c_y}{2\pi (y^2 + z^2)} \left\{ \frac{z^2}{2x} \exp \left(-\frac{y^2 + z^2}{4x} \right) + \frac{z^2 - y^2}{y^2 + z^2} \left[\exp \left(-\frac{y^2 + z^2}{4x} \right) - 1 \right] \right\}, \\ v_z &= \frac{c_y}{\pi} \frac{yz}{y^2 + z^2} \left\{ \frac{1}{4x} \exp \left(-\frac{y^2 + z^2}{4x} \right) + \frac{1}{y^2 + z^2} \left[\exp \left(-\frac{y^2 + z^2}{4x} \right) - 1 \right] \right\}, \end{aligned}$$

где x, y, z — оси декартовой системы координат, причем ось x ориентирована по направлению набегающего из бесконечности основного равномерного потока; v_x, v_y, v_z — составляющие вектора возмущенной скорости частиц газа вдоль осей указанной системы координат; c_x, c_y — постоянные, значения которых пропорциональны коэффициентам сопротивления и подъемной силы крыла и обратно пропорциональны продольному масштабу следа. Как независимые переменные, так и компоненты возмущенной скорости в формулах (1.1) отсчитываются в некоторой безразмерной системе, где в качестве единицы длины вдоль осей y и z берется характерный поперечный масштаб следа, вдоль оси x — продольный масштаб следа, а за единицу скорости принята скорость основного потока.

Формулы (1.1) сохраняют силу для следа за телом, находящимся в течении сжимаемого газа. Как показано в [18], ими можно пользоваться и в трансзвуковом режиме. В этом случае единицей скорости служит так называемая критическая скорость, а за единицу плотности выбирается плотность частиц в звуковом потоке. Разумеется, удельный объем газа варьируется от точки к точке, однако справедливость соотношений (1.1) не нарушается, поскольку эти изменения устанавливаются независимо. Точнее, избыточная плотность удовлетворяет уравнению теплопроводности с коэффициентом, равным обратной величине числа Прандтля. Только при гиперзвуковых скоростях движения газа структура следа

претерпевает качественные изменения, которые обусловлены прежде всего тем, что частицы очень сильно нагреваются, проходя через фронт головной ударной волны, а их энтропия резко увеличивается [19, 20].

Роль вязкости в движении кольцевых вихрей обсуждается в книге М. А. Лаврентьева и Б. В. Шабата [5], где изложены также простые математические модели, используемые для описания турбулентных процессов.

2. Общие свойства решения. Запишем уравнения для линий тока, проходящих через след. В принятой системе единиц измерения имеем

$$(2.1) \quad dy/dx = \text{Re}_1 v_y(x, y, z), \quad dz/dx = \text{Re}_1 v_z(x, y, z),$$

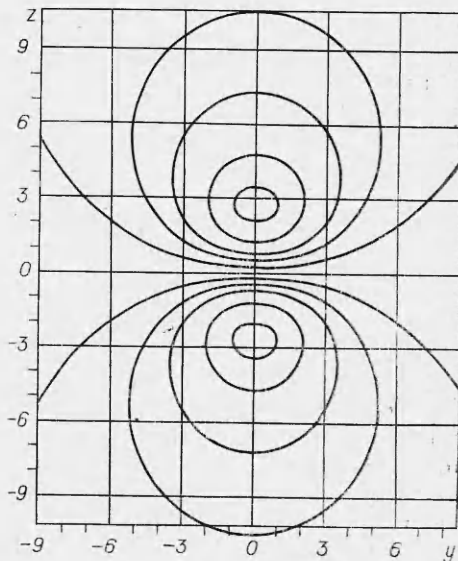
причем число Рейнольдса Re_1 находится по указанным выше характеристическим длине, скорости, плотности, а также по значению первого коэффициента вязкости в невозмущенном потоке. Появление числа Рейнольдса в правых частях формул (2.1) объясняется аффинным сжатием всех расстояний в следе вдоль его продольного направления при переходе к безразмерным переменным. Что касается специального малого параметра ε' , при помощи которого в [18] фиксировалась амплитуда возмущений, то условимся включать его в значения постоянных c_x и c_y .

Выражая в (2.1) функции v_y и v_z посредством соотношений (1.1), получим систему из двух обыкновенных дифференциальных уравнений. В точках с координатами

$$(2.2) \quad y = 0, \quad 1 + z^2/2x = \exp(z^2/4x)$$

обе поперечные составляющие вектора возмущенной скорости обращаются в нуль. Решение последнего уравнения определяет две ветви $z = \pm 2,24\sqrt{x}$ параболы, симметрично расположенные в плоскости $y = 0$. Точки пересечения этих ветвей с плоскостями $x = \text{const}$ дают центры вихрей. Чтобы пояснить это утверждение, проинтегрируем уравнения (2.1) в плоскости поперечного сечения следа, фиксируя координату $x = x_0$. Результаты для $x_0 = 1$ представлены на фиг. 1. Касательные к изображенным на ней кривым дают поле направлений поперечной составляющей вектора скорости в каждой точке выбранного сечения следа. В целом картина является типичной для пары расходящихся и диффундирующих вихрей. Полезно вспомнить, что при расчете самоиндуцированного движения вихревой нити в идеальной (невязкой) жидкости путем оценки скорости на оси вихря, согласно закону Био и Савара, получается логарифмическая особенность, если эта ось искривлена [1—3]. Влияние вязкости проявляется прежде всего в том, что в центре вихря обе поперечные составляющие вектора возмущенной скорости исчезают, однако его продольная составляющая остается отличной от нуля.

Вычислим компоненты ω_x , ω_y , ω_z безразмерного вектора, определяющего завихренность течения в следе. Удерживая во всех формулах



Ф и г. 1

только главные члены, имеем

$$(2.3) \quad \begin{aligned} \omega_x &= -\frac{c_y}{8\pi} \frac{z}{x^2} \exp\left(-\frac{y^2+z^2}{4x}\right), \\ \omega_y &= \frac{c_x}{8\pi} \frac{z}{x^2} \exp\left(-\frac{y^2+z^2}{4x}\right), \quad \omega_z = -\frac{c_x}{8\pi} \frac{y}{x^2} \exp\left(-\frac{y^2+z^2}{4x}\right). \end{aligned}$$

Таким образом, продольная составляющая вектора вихря пропорциональна в первом приближении подъемной силе крыла, а обе поперечные составляющие — его сопротивлению. Все три составляющие имеют одинаковый порядок и затухают с расстоянием по одним и тем же законам. Однако в реальных задачах аэродинамики подъемная сила крыла значительно превышает его сопротивление, в связи с чем численная величина постоянной c_y будет много больше величины c_x . Отсюда следует, что направление вектора вихря в следе не сильно отклоняется от направления набегающего из бесконечности равномерного потока.

Найдем положение максимумов ω_x . В результате дифференцирования первой из формул (2.3) видно, что максимальные значения продольной составляющей вектора вихря достигаются вдоль ветвей $z = \pm 1,41\sqrt{x}$ расположенной в плоскости $y = 0$ параболы. Эти максимумы не совпадают с центрами вихрей, они сдвинуты ближе к плоскости симметрии течения $z = 0$.

3. Ближнее поле. На первый взгляд кажется, что поле направлений поперечной составляющей вектора скорости частиц, которое можно получить при помощи фиг. 1, дает полное представление о характере движения в следе за обтекаемым телом. Однако такое заключение ошибочно. Как будет ясно из последующего, следует различать ближнюю и дальнюю области, где линии тока существенно различаются по своей форме, хотя показанная на фиг. 1 общая картина кривых сохраняется при переходе от одной плоскости поперечного сечения следа к другой.

Чтобы выяснить, чем отличаются поля движения газа в ближней и дальней областях, можно предварительно преобразовать систему уравнений (2.1), введя новые переменные

$$(3.1) \quad x = \left(\frac{\text{Re}_1 c_y}{2\pi}\right)^2 x_1, \quad y = \frac{\text{Re}_1 c_y}{2\pi} y_1, \quad z = \frac{\text{Re}_1 c_y}{2\pi} z_1.$$

В этих переменных форма линий тока не зависит от коэффициентов Re_1 и c_y , так как

$$(3.2) \quad \begin{aligned} \frac{dy_1}{dx_1} &= -\frac{1}{y_1^2 + z_1^2} \left\{ \frac{z_1^2}{2x_1} \exp\left(-\frac{y_1^2 + z_1^2}{4x_1}\right) + \frac{z_1^2 - y_1^2}{y_1^2 + z_1^2} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[\exp\left(-\frac{y_1^2 + z_1^2}{4x_1}\right) - 1 \right] \right\}, \\ \frac{dz_1}{dx_1} &= \frac{y_1 z_1}{y_1^2 + z_1^2} \left\{ \frac{1}{2x_1} \exp\left(-\frac{y_1^2 + z_1^2}{4x_1}\right) + \frac{2}{y_1^2 + z_1^2} \left[\exp\left(-\frac{y_1^2 + z_1^2}{4x_1}\right) - 1 \right] \right\}. \end{aligned}$$

Она определяется только положением начальной точки при решении системы уравнений (3.2). Чтобы увидеть различия в поведении линий тока в ближней и дальней областях, нужно либо интегрировать написанные уравнения на большом интервале изменения независимой переменной, либо выбирать начальные точки в различных плоскостях поперечного сечения следа. Это обстоятельство порождает иногда неудобства при реализации численных схем на ЭВМ.

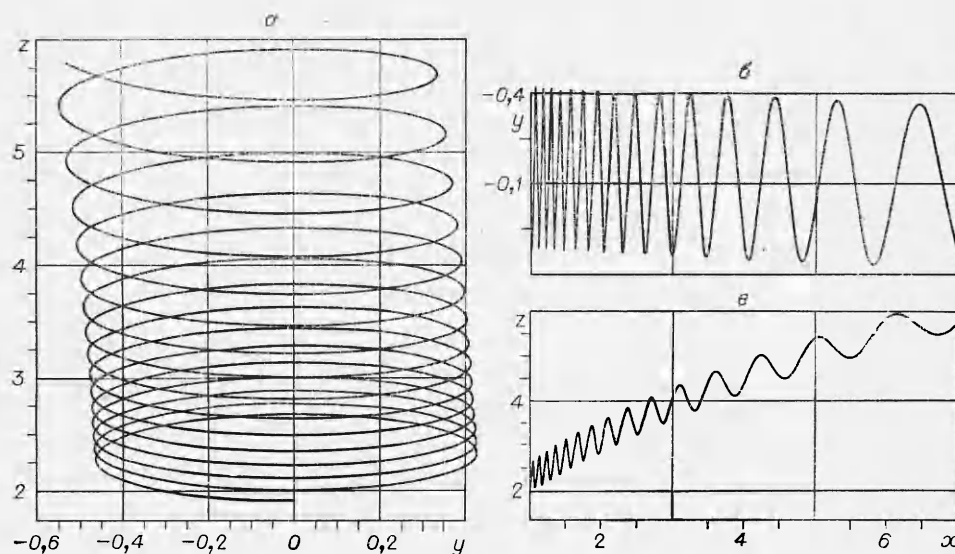
Практически оказалось проще работать с системой уравнений (2.1) в исходных переменных. Отказ от преобразований (3.1) позволяет всегда считать начальную точку расположенной в плоскости $x = x_0 = 1$, но влечет за собой необходимость варьировать коэффициент $Re_{1cy}/2\pi$. Можно видеть, что большие значения указанного коэффициента отвечают ближней области следа, уменьшение его величины связано с переходом в дальнюю область, если изучаемые кривые продолжают на умеренные расстояния от начальной плоскости $x_0 = 1$. Обращаясь затем к преобразованию (3.1), можно, фиксируя $Re_{1cy}/2\pi$, пересчитать полученные зависимости на различные расстояния вдоль длины следа.

Характерная для ближней области форма линий тока получается при $Re_{1cy}/2\pi = 1000$. На фиг. 2, *a—в* изображены результаты расчетов, когда поперечные координаты начальной точки были $y_0 = 0$, $z_0 = 1,9$. Из проекции рассматриваемой кривой на плоскость yz видно, что частицы газа совершают винтообразные движения. Ось, вокруг которой производится один оборот вслед за другим, есть траектория центра одного из вихрей; в соответствии с формулами (2.2) она искривляется, удаляясь от плоскости симметрии течения $z = 0$. В связи с этим витки линии тока довольно сильно смещаются вдоль размаха крыла, что особенно четко прослеживается по проекции на плоскость xz . Из проекции на плоскость xu видно, что имеется, кроме того, небольшое опускание витков в сторону, противоположную действию подъемной силы тела.

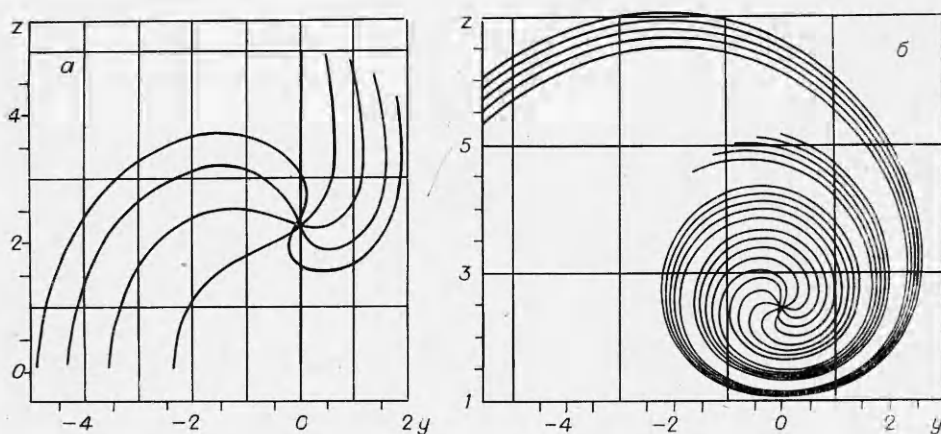
Еще более показательна деформация начального отрезка прямой при движении его точек по линиям тока. Сечения получающихся таким образом поверхностей тока поперечными плоскостями $x = \text{const}$ представлены на фиг. 3, *a, б*. При построении всех кривых шаг Δx между последовательными сечениями был выбран равным 0,012, но в то время как на фиг. 3, *a* первым показано начальное положение отрезка в плоскости $x = x_0 = 1$, на фиг. 3, *б* первая кривая относится к сечению $x = 1,192$. В экспериментах подобная картина будет наблюдаться, если каким-либо образом подкрасить рассматриваемые частицы в их исходном положении, что действительно часто используется в различных методах визуализации потока [21].

Фиг. 3 демонстрирует спиралевидное свертывание поверхности тока. Качественно этот процесс аналогичен свертыванию вихревой пелены по ее боковым сторонам, когда вязкость жидкости либо вовсе не учитывается, либо влияние диссипативных факторов считается второстепенным [12, 15]. Однако существует и глубокое различие между изучаемыми спиралями и вихревыми спиралями в идеальной жидкости. Развитие последних характеризуется пилообразным распределением параметров потока по любому направлению в плоскости $x = \text{const}$, так как при переходе через контактную поверхность в идеальной жидкости тангенциальная составляющая вектора скорости испытывает разрыв. Как было показано выше, в произвольном сечении следа, структура которого формируется в основном под воздействием вязкости, имеются всего два максимума ω_x . Хотя в ближней области вязкого следа спиралевидное свертывание поверхностей тока продолжается, контактные поверхности полностью размываются и исчезают.

4. Дальнее поле. При внимательном просмотре фиг. 2, *a—в* обнаруживается, что с ростом значений продольной координаты витки линии тока становятся более редкими. Это свойство отнюдь не случайно, оно характеризует переход к дальней области следа, где винтообразное движение частиц газа постепенно прекращается. Форму линий тока на промежуточной стадии можно получить, взяв $Re_{1cy}/2\pi = 100$. Результаты расчетов, когда в плоскости $x = x_0 = 1$ началь-



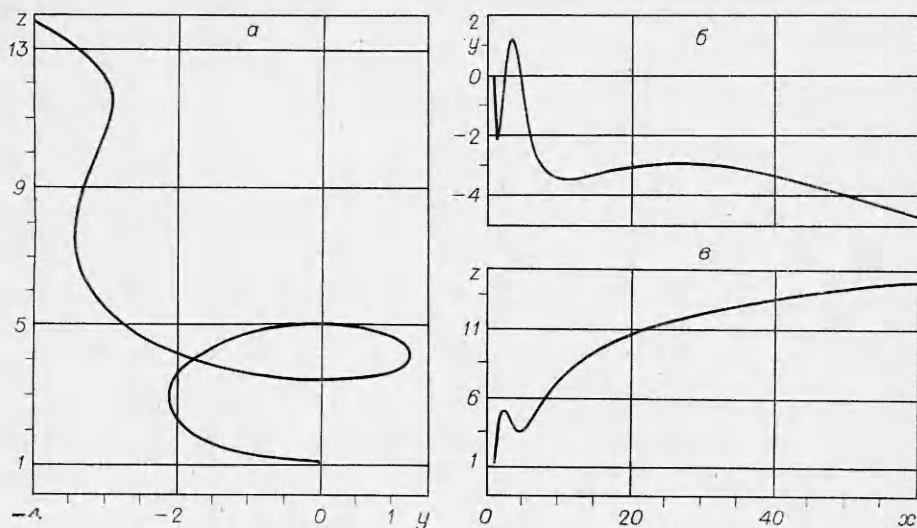
Ф и г. 2



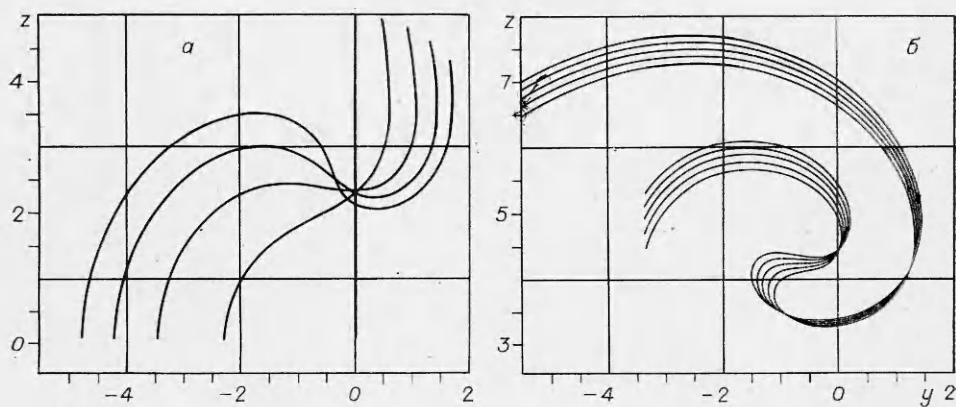
Ф и г. 3

ная точка имела поперечные координаты $y_0 = 0$, $z_0 = 1,1$, изображены на фиг. 4, *a—e*. Из проекции рассматриваемой кривой на плоскость yz ясно, что винтообразное движение частиц в этом случае сводится всего к одному обороту. Затем, как демонстрирует проекция на плоскость xz , линия тока уклоняется вдоль размаха крыла от плоскости симметрии течения $z = 0$ значительно медленнее, чем траектория центра соответствующего вихря, описываемая параболической зависимостью (2.2). По этой причине названная траектория перестает быть осью, вокруг которой вьются линии тока. Из проекции на плоскость xu видно, что происходит некоторое их смещение в сторону, противоположную направлению приложенной к телу подъемной силы.

Проследим за деформацией начального отрезка прямой, которая диктуется движением его точек по линиям тока. Два сечения образующихся указанным способом поверхностей тока поперечными плоскостями



Ф и г. 4



Ф и г. 5

$x = \text{const}$ дают фиг. 5, а, б. Шаг Δx между последовательными сечениями выбирался каждый раз равным 0,12; первым на фиг. 5, а изображено начальное положение отрезка в плоскости $x = x_0 = 1$, первая кривая на фиг. 5, б относится к сечению $x = 3,76$. В соответствии с тем, что на промежуточной стадии линии тока в проведенных расчетах успевали совершить единственный оборот вокруг траектории центра какого-либо вихря; спирали на фиг. 5, б состоят всего из одного витка.

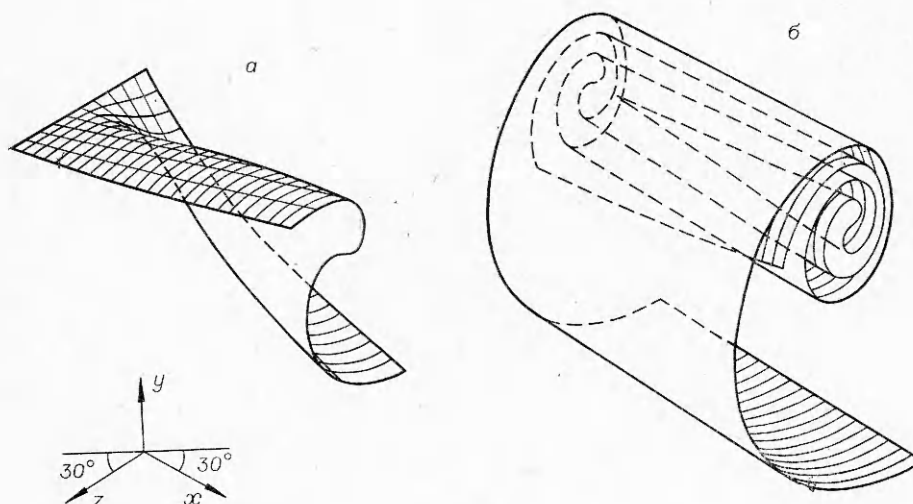
При переходе в собственно дальнюю область следа спиралевидное свертывание поверхностей тока вовсе прекращается. Асимптотическую форму линий тока здесь легко установить, разлагая в ряды экспоненты в правых частях равенств (1.1) при условии $y^2 + z^2 \ll x$. Справедливость последнего прямо вытекает из результатов обсуждавшихся выше расчетов. В итоге простых вычислений находим

$$(4.1) \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{\text{Re}_1 c_y}{8\pi} \frac{1}{x}, \quad \frac{dz}{dx} = -\frac{\text{Re}_1 c_y}{32\pi} \frac{yz}{x^2}.$$

Система уравнений (4.1) допускает интегрирование в явном виде

$$y = -\frac{\text{Re}_1 c_y}{8\pi} \ln c_1 x, \quad z = c_2 \exp \left[-\left(\frac{\text{Re}_1 c_y}{16\pi} \right)^2 \frac{1 + \ln c_1 x}{x} \right].$$

Основное заключение, к которому приводят написанные соотношения, состоит в том, что при $x \rightarrow \infty$ линии тока испытывают вертикальное смещение порядка $\ln x$ вниз (в сторону, противоположную действию подъемной силы тела), а их отклонение вдоль размаха крыла от плоскости симметрии течения $z = 0$ стремится к постоянной c_2 . Численное интегрирование исходной системы уравнений (2.1), правые части которых не подвергались никаким упрощениям, ведет к результатам, прекрасно согласующимся с сформулированным заключением, если выбрать значение $\text{Re}_1 c_y / 2\pi = 10$ и, как обычно, располагать начальную точку в плоскости $x = x_0 = 1$. Таким образом, при удалении вниз по течению от несущего тела на достаточно большие расстояния подкраска [21] частиц газа в их исходном положении вдоль некоторой прямой должна приводить к визуализации поверхностей тока без спиралевидной закрутки. Этот вывод было бы интересно проверить экспериментально.



Ф и г. 6

5. Поверхности тока. Чтобы процесс свертывания поверхностей тока в ближней области следа представить более наглядно, целесообразно обратиться к изображению пространственной картины течения. Одна из обсуждавшихся выше поверхностей тока с $\text{Re}_1 c_y / 2\pi = 1000$ показана на фиг. 6, а, б в прямоугольной изометрической проекции. Продольные кривые на ней отмечают положение линий тока; ее крайние сечения поперечными плоскостями $x = \text{const}$ дают первые и последние кривые на фиг. 3, а, б. С увеличением расстояния от обтекаемого тела число витков спиралевидной закрутки такой поверхности постепенно увеличивается до тех пор, пока она не достигнет дальней области следа. В соответствии с изложенным выше дополнительное свертывание поверхностей тока здесь прекращается.

Поступила 26 II 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Прандтль Л., Титенс О. Гидро- и аэромеханика. Т. 2. М.—Л., Объединенное научно-техническое издательство НКТП СССР, 1935.
2. Аэродинамика. Под общей редакцией В. Ф. Дюрэнда. Т. 2. М.—Л., Государственное издательство оборонной промышленности, 1939.
3. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М., Мир, 1973.
4. Widnall S. E. The structure and dynamics of vortex filaments.—In: Annual Rev. Fluid Mech. Vol. 7. Palo Alto, California, Annual Revs. Inc., 1975.
5. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М., Наука, 1973.
6. Leibovich S. The structure of vortex breakdown.—In: Annual Rev. Fluid Mech. Vol. 10. Palo Alto, California, Annual Revs. Inc., 1978.
7. Белоцерковский С. М., Никит М. И. Отрывное и безотрывное обтекание тонких крыльев идеальной жидкостью. М., Наука, 1978.
8. Kaden H. Aufwicklung einer unstabilen Unstetigkeitsfläche.—Ingenieur-Archiv, 1931, Bd 2, Ht 2.
9. Moore D. W., Saffman P. G. Axial flow in laminar trailing vortices.—Proc. Roy. Soc., Ser. A, 1973, vol. 333, N 1595.
10. Moore D. W. The rolling up of a semi-infinite vortex sheet.—Proc. Roy. Soc., Ser. A, 1975, vol. 345, N 1642.
11. Mangler K. W., Weber J. The flow field near the centre of a rolled-up vortex sheet.—J. Fluid Mech., 1967, vol. 30, pt 1.
12. Guiraud J. P., Zeytounian R. Kh. A double-scale investigation of the asymptotic structure of rolled-up vortex sheets.—J. Fluid Mech., 1977, vol. 79, pt 1.
13. Kirde K. Untersuchungen über die zeitliche Weiterentwicklung eines Wirbels mit vorgegebener Anfangsverteilung.—Ingenieur-Archiv, 1962, Bd 31, Ht6.
14. Batchelor G. K. Axial flow in trailing line vortices.—J. Fluid Mech., 1964, vol. 20, pt 4.
15. Guiraud J. P., Zeytounian R. Kh. A note on the viscous diffusion of rolled vortex sheets.—J. Fluid Mech., 1979, vol. 90, pt 1.
16. Berger S. A. Laminar wakes. N. Y., American Elsevier Publishing Company, Inc., 1971.
17. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., ГИТТЛ, 1954.
18. Рыжов О. С., Терентьев Е. Д. О возмущениях, которые связаны с созданием подъемной силы, действующей на тело в трансзвуковом потоке диссипирующего газа.—ПММ, 1967, т. 31, вып. 6.
19. Сычев В. В. О течении в ламинарном гиперзвуковом следе за телом.—In: Fluid Dynamics Transactions. Vol. 3. Warszawa, PWN, 1966.
20. Рыжов О. С., Терентьев Е. Д. Ламинарный гиперзвуковой след за несущим телом.—ПММ, 1978, т. 42, вып. 2.
21. Werlé H. Hydrodynamic flow visualization.—In: Annual Rev. Fluid Mech. Vol. 5. Palo Alto, California, Annual Revs. Inc., 1973.

УДК 532.5

ДЕМПФИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ КРЫЛА САМОЛЕТА АВТОМАТИЧЕСКИ УПРАВЛЯЕМЫМИ ВНУТРЕННИМИ СИЛАМИ

В. И. Меркулов

(Новосибирск)

Увеличение абсолютных размеров летательных аппаратов приводит к уменьшению их динамической жесткости. Уменьшается как частота собственных колебаний, так и коэффициент конструкционного демпфирования. При этом деформации, вызванные импульсными силами, затухают медленно, а периодические возмущения могут усиливаться за счет резонанса. Все это приводит к уменьшению ресурса конструкции.

В данной работе исследуются различные способы демпфирования упругих колебаний с использованием внутренних сил. Амплитуда, частоты и фаза дей-