

ЛИТЕРАТУРА

1. Маккуин Р., Марш С., Тейлор Дж. и др. Высокоскоростные ударные явления.— М.: Мир, 1973.
2. Панин В. Е. Структурные уровни пластической деформации и разрушения.— Новосибирск: Наука, 1990.
3. Прюммер Р. Обработка порошкообразных материалов взрывом.— М.: Мир, 1990.
4. Новиков В. В. К определению эффективных модулей упругости неоднородных материалов // ПМТФ.— 1985.— № 5.
5. Поляков В. В., Щеголов Е. А. К расчету ударных адиабат твердых тел // ПМТФ.— 1982.— № 2.
6. Жданов В. А., Поляков В. В. Ударные адиабаты ионных кристаллов // ФТТ.— 1975.— Т. 17, вып. 11.
7. Swamy K. M., Narayana K. L. Elastic and acoustic properties of isotropic polycrystalline metals // Acustica.— 1983.— V. 54, N 2.
8. Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б. Ультразвуковые методы в физике твердого тела.— М.: Мир, 1972.
9. Savers C. M. Ultrasonic velocity dispersion in porous materials // J. Phys. D: Appl. Phys.— 1981.— V. 14.— P. 413.
10. Степанов Г. В., Зубов В. И. Упругое сжатие пористых металлов // Пробл. прочности.— 1989.— № 6.
11. Роман О. В., Скороход В. В., Фридман Г. П. Ультразвуковой и резистометрический контроль в порошковой металлургии.— Минск: Вышешш. шк., 1989.
12. Moon J. P. Elastic moduli of powder metallurgy steels // Powder Met.— 1989.— V. 32, N 2.
13. Скороход В. В. Расчет упругих изотропных модулей дисперсных твердых смесей // Порошковая металлургия.— 1961.— № 1.
14. Балышин М. Ю. Научные основы порошковой металлургии и металлургии волокна.— М.: Металлургия, 1972.
15. Griffits T. J., Ghanizadeh A. Determination of elastic constants for porous sintered iron powder compacts // Powder met.— 1986.— V. 29, N 2.
16. Кацталян Ю. А. Характеристики упругости материалов при высоких температурах.— Киев: Наук. думка, 1970.
17. Баланкин С. А., Башлыков С. С., Бубнов А. С., Скоров Д. М. Влияние пористости на модули упругости вольфрама и молибдена // Изв. АН СССР. Металлы.— 1981.— № 2.
18. Dean E. A., Lopez J. A. Empirical dependence of elastic moduli on porosity for ceramic materials // J. Amer. Ceram. Soc.— 1983.— V. 66, N 5.
19. Cytermann R. Contiguity and properties of porous materials // Fract. Form and Flow Fract. Media: Proc. 3rd conf., Neve Jean, 1986.— Bristol, 1986.
20. Phani K. L., Niyogi S. K. Elastic modulus-porosity relationship in brittle solids // High Tech. Ceramics: Proc. World Congr. 6 Int. Meet. Mod. Ceram. Technol.— Amsterdam, 1987.

г. Барнаул

Поступила 8/IV 1992 г.,
в окончательном варианте — 8/XI 1992 г.

УДК 532.529

T. P. Аманбаев, A. I. Ивандаев

ВЛИЯНИЕ СТОЛКОВЕНИЙ МЕЛКИХ ЧАСТИЦ С КРУПНЫМИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ УДАРНЫХ ВОЛН В ДВУХФАЗНЫХ ДВУХФРАКЦИОННЫХ ВЗВЕСЯХ ГАЗА С ЧАСТИЦАМИ

В работе в рамках допущений механики многофазных сред [1] исследуется течение смеси газа с мелкими и крупными частицами, когда взвесь газа и мелких частиц можно считать как односкоростную и однотемпературную сплошную среду со своими особыми теплофизическими свойствами (эффективный газ). Рассматриваются различные способы учета влияния мелких частиц на взаимодействие между эффективным газом и крупными частицами и приводится их сравнительный анализ. Обсуждаются некоторые результаты расчета структур ударных волн (УВ) в газовзвесях с мелкими и крупными частицами. Структура УВ в монодисперсной газовзвеси инертных частиц изучалась в [2], а в газокапельной смеси (в том числе и в полидисперсной) при наличии фазовых превращений — в [3, 4]. Влияние дробления капель на течение в релаксационной зоне УВ исследовалось в [5],

© Т. Р. Аманбаев, А. И. Ивандаев, 1993

а влияние осаждения мелких частиц на крупные капли — в [6]. Подробный обзор работ, посвященных изучению распространения УВ в газовзвесях, приведен в [7].

В рамках принятых допущений запись уравнений движения рассматриваемой газовзвеси не составляет особой трудности. Здесь приведем лишь уравнения состояния и законы взаимодействия фаз.

1. Уравнения состояния. Газ будем считать калорически совершенным, твердые фазы — несжимаемыми средами с постоянными теплоемкостями. Тогда уравнения состояния эффективного газа и крупных частиц запишем в форме

$$(1.1) \quad p = \rho_1^0 R_1 T_1, \quad e_1 = c_1 T_1, \quad e_2 = c_2 T_2, \\ \rho_{1p}^0, \rho_2^0, K_g, c_{gv}, c_{1p}, c_2 = \text{const},$$

где p , e_1 , e_2 , T_1 , T_2 — давление в газе, внутренние энергии и температуры эффективного газа и крупных частиц; ρ_1^0 , ρ_{1p}^0 , ρ_2^0 — истинные плотности эффективного газа, мелких и крупных частиц; R_g , c_{gv} , c_{1p} , c_2 — газовая постоянная, теплоемкости газа (при постоянном объеме), мелких и крупных частиц. Теплофизические свойства эффективного газа R_1 , c_1 и его истинную плотность ρ_1^0 можно определить из следующих соотношений:

$$R_1 = x_{lg} R_g, \quad c_1 = x_{lg} c_{gv} + x_{1p} c_{1p}, \quad x_{lg} + x_{1p} = 1, \\ x_{lg} = \rho_{lg}/\rho_1, \quad x_{1p} = \rho_{1p}/\rho_1, \quad \rho_1 = \rho_{lg} + \rho_{1p}, \quad \rho_1 = \alpha_1 \rho_1^0, \\ \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad \alpha_2 = \rho_2/\rho_2^0, \quad \alpha_1 = \alpha_{lg} + \alpha_{1p}.$$

Здесь ρ_1 , ρ_{lg} , ρ_{1p} , ρ_2 — приведенные плотности эффективного газа, его составляющих и крупных частиц; α_1 , α_{lg} , α_{1p} , α_2 — соответствующие объемные содержания составляющих смеси. Отметим, что при отсутствии фазовых переходов (x_{1p} , $x_{lg} = \text{const}$) и малом объемном содержании частиц ($\alpha_{1p} \ll 1$, $\alpha_2 \ll 1$) эффективный газ можно считать калорически совершенным [1].

2. Особенности конкретизации законов взаимодействия фаз при наличии мелких частиц. При определении силы, действующей на крупную частицу со стороны эффективного газа f , будем предполагать, что она складывается из двух частей: силы вязкого трения с газом f_μ и силы, связанной с обменом импульсом при столкновениях с мелкими частицами f_c , т. е.

$$(2.1) \quad f = f_\mu + f_c.$$

Силу взаимодействия крупной частицы с газом f_μ представим в виде [1, 7]

$$(2.2) \quad f_\mu = (\pi d^2/8) \rho_{lg}^0 C_d |v_1 - v_2| (v_1 - v_2), \\ C_d = 24/\text{Re}_{12} + 4,4/\text{Re}_{12}^{0,5} + 0,42, \quad \text{Re}_{12} = \rho_{lg}^0 d / \mu_{lg},$$

где d , C_d , Re_{12} — диаметр, коэффициент сопротивления и число Рейнольдса относительного обтекания частицы; v_1 , v_2 — скорости газа и крупных частиц; μ_{lg} — коэффициент динамической вязкости газа.

Силу взаимодействия между мелкими и крупными частицами аналогично [1] будем определять в предположении, что после столкновений мелкие частицы приобретают скорость крупной, т. е. при столкновениях частиц происходит обмен избыточным импульсом мелких частиц $m_p (v_1 - v_2)$ (m_p — масса мелкой частицы). Число столкновений частиц будем находить, исходя из элементарной схемы [1, 6, 8], введя при этом поправочный коэффициент η , показывающий долю мелких частиц, столкнувшихся с крупной (остальная доля 1 — η соответствует тем частицам, которые переместились вместе с газовым потоком в сторону от передней части крупной частицы и не столкнулись с ней). Тогда выражение для f_c запишем в форме

$$(2.3) \quad f_c = \eta (\pi d^2/4) \rho_{1p} |v_1 - v_2| (v_1 - v_2), \quad 0 \leq \eta \leq 1.$$

Эффективность столкновений частиц η в общем случае зависит от многих факторов (размеров и массовых содержаний мелких и крупных частиц, их относительной скорости, вязкости газа и т. п.). Обычно, когда размеры и

концентрация мелких частиц малы, коэффициент η зависит от безразмерного параметра $Stk = l_v/d$ — числа Стокса (l_v — характерная длина релаксации скорости мелких частиц в стоксовом режиме их обтекания). В [9] приведена простая эмпирическая зависимость

$$(2.4) \quad \eta(Stk) = Stk^2/(Stk + 0,125)^2, \quad Stk \geq 0,1.$$

В тех случаях, когда движение мелких частиц не подчиняется закону Стокса или их концентрация не мала (влиянием частиц на течение газа пренебречь нельзя), определение коэффициента η затруднительно (это является отдельной и достаточно сложной задачей).

Следует отметить, что иногда для грубого учета влияния мелких частиц на силовое взаимодействие фаз выражение для силы воздействия эффективного газа на крупную частицу берут аналогично (2.2) (введя вместо параметров газа эффективные параметры смеси газа с мелкими частицами) в виде

$$(2.5) \quad f^e = (\pi d^2/8) \rho_1^0 C_d^e |v_1 - v_2| (v_1 - v_2),$$

$$C_d^e = 24/\text{Re}_{12}^e + 4,4/\sqrt{\text{Re}_{12}^e} + 0,42, \quad \text{Re}_{12}^e = \rho_1^0 d |v_1 - v_2| / \mu_1$$

(μ_1 — коэффициент вязкости эффективного газа, который для не очень концентрированных взвесей можно принять равным коэффициенту динамической вязкости газа $\mu_1 \approx \mu_{1g}$). Сравнительный анализ сил f_μ , f_c и f^e дан ниже.

Интенсивность притока тепла к крупной частице со стороны несущей фазы представим в форме [1, 7]

$$(2.6) \quad q = \pi d \lambda_g \text{Nu}_{12} (T_1 - T_2),$$

$$\text{Nu}_{12} = 2 + 0,6 \text{Re}_{12}^{0.5} \text{Pr}_g^{0.3}, \quad \text{Pr}_g = c_{gp} \mu_{1g} / \lambda_g.$$

Здесь Nu_{12} , Pr_g — числа Нуссельта и Прандтля; c_{gp} , λ_g — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении и коэффициент его теплопроводности. Выражение (2.6) записано при допущении, что время контакта частиц при столкновениях (когда нет прилипания) достаточно мало по сравнению с характерным временем обмена теплом между ними, и поэтому влиянием мелких частиц на процесс теплообмена между газом и крупными частицами можно пренебречь.

3. Анализ силового воздействия эффективного газа на крупную частицу. Проведем сравнительный анализ сил, действующих на крупную частицу со стороны эффективного газа. При этом для упрощения оценок будем считать, что коэффициент эффективности столкновений $\eta = \text{const}$.

Из формул (2.2) и (2.3) нетрудно получить соотношение $f_c = (2\eta\rho_{1p}/\rho_{1g}^0 C_d) f_\mu$. Отсюда для случаев стоксова ($\text{Re}_{12} \ll 1$, $C_d = 24/\text{Re}_{12}$) и ньютона (始终坚持 $\text{Re}_{12} \gg 1$, $C_d \approx 0,5$) режимов обтекания крупной частицы не очень концентрированными взвесями газа с мелкими частицами ($m_{1p} \ll 1$, $\alpha_{1g} \approx 1$) имеем

$$\frac{f_c}{f_\mu} \approx \begin{cases} \eta m_{1p} \text{Re}_{12}/12, & \text{Re}_{12} \ll 1, \\ 4\eta m_{1p}, & \text{Re}_{12} \gg 1, \quad m_{1p} = \rho_{1p}/\rho_{1g} \end{cases}$$

(m_{1p} — относительное массовое содержание мелких частиц в эффективном газе). Видно, что в стоксовом режиме обтекания крупной частицы смесью газа с не очень большими массовыми содержаниями мелких частиц ($m_{1p} \leq 10$) можно полагать $f_c \ll f_\mu$, и в расчетах силой f_c пренебречь.

В случае, когда реализуется ньютонов режим обтекания, сравнение f_μ и f_c проиллюстрировано на рис. 1. Кривая a соответствует тем значениям m_{1p} и η , при которых силы f_c и f_μ равны: $f_c/f_\mu = 4\eta m_{1p} \equiv 1$. Линии a' и a'' показывают на плоскости (m_{1p}, η) границы области, внутри которой выполняется соотношение $0,1 \leq f_c/f_\mu \leq 10$. Косые прямые отвечают зависимостям f_c/f_μ от m_{1p} при различных значениях η . Видно, что в ньютоновом режиме обтекания крупной частицы условие $f_c \ll f_\mu$ (в отличие от стоксова режима) имеет место только при значениях m_{1p} и η , входящих в узкую область под линией a'' . При $\eta \geq 0,05$ и $m_{1p} \geq 0,5$ сила f_c становится сравнимой по величине с f_μ или намного превышает ее.

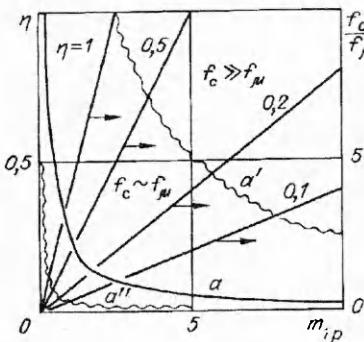


Рис. 1

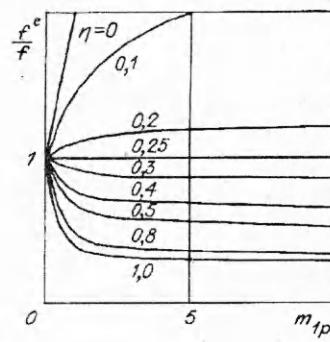


Рис. 2

Теперь сравним разные представления силы воздействия эффективного газа на крупную частицу $f = f_\mu + f_c$ и f^e . Из выражений (2.1) — (2.3) и (2.5) легко получить соотношение

$$(3.1) \quad f^e = f C_d \rho_1^0 / (2\eta \rho_{1p} + C_d \rho_{1g}^0).$$

Рассматривая отдельно стоксов ($Re_{12}, Re_{12}^e \ll 1$) и ньютонов ($Re_{12}, Re_{12}^e \gg 1$) режимы обтекания крупных частиц не очень концентрированными звездами мелких (когда можно считать, что $\alpha_{1p} \ll 1$, $\alpha_{1g} \approx 1$ и $\mu_1 \approx \mu_{1g}$), из (3.1) имеем

$$\frac{f^e}{f} \cong \begin{cases} 1 / \left(\frac{\eta}{12} m_{1p} Re_{12} + 1 \right), & Re_{12} \ll 1/(1+m_{1p}), \\ (1+m_{1p})/(1+4\eta m_{1p}), & Re_{12} \gg 1. \end{cases}$$

Отсюда следует, что при достаточно малых значениях числа Рейнольдса, когда $Re_{12} \ll 1/(m_{1p} + 1)$, практически всегда можно считать $f^e \equiv f$, т. е. разные представления силового воздействия эффективного газа на крупную частицу с помощью формул (2.1) и (2.5) дают примерно одинаковые значения.

Характер изменения отношения f^e/f в зависимости от массового содержания мелких частиц m_{1p} при $Re_{12} \gg 1$ показан на рис. 2. Видно, что при $\eta > 0,25$ формула (2.5), по которой вычисляется эффективная сила f^e , дает завышенные, а при $\eta < 0,25$, наоборот, заниженные значения по сравнению с формулой (2.1), где влияние мелких частиц на силовое воздействие эффективного газа на крупную частицу учтено более детально. Интересно, что при $\eta = 0,25$ f и f^e независимо от m_{1p} равны между собой: $f = f^e$.

Отметим, что существенное отличие (в 2 раза и более) значений f и f^e наблюдается в следующих диапазонах изменения параметров η и m_{1p} : $\eta \leq (m_{1p} - 1)/8m_{1p}$, $m_{1p} \geq 1$ и $\eta \geq (m_{1p} + 0,5)/2m_{1p}$, $m_{1p} \geq 0,5$.

В качестве примера, иллюстрирующего влияние взаимодействия мелких и крупных частиц на течение двухфракционной (с двумя различными размерами частиц) газовзвеси, рассмотрим задачу о структуре УВ.

4. Постановка задачи и некоторые результаты расчетов. Пусть в бесконечном пространстве, заполненном смесью газа с мелкими и крупными частицами, распространяется со скоростью v_{10} плоская стационарная УВ и $v_{10} > a_{10}^e$, a_0^e , где a_{10}^e , a_0^e — равновесные скорости звука перед волной в смеси газа с мелкими частицами и во всей газовзвеси в целом вместе с мелкими и крупными частицами ($a_0^e < a_{10}^e < a_{1g0}$ — скорость звука в газе без частиц). При этом УВ будет иметь впереди себя скачок, на котором параметры эффективного газа удовлетворяют соотношениям Ренкина — Гюгонио, а параметры крупных частиц практически не меняются. Параметры составляющих смеси за скачком определяют граничные условия в некоторой точке $x = x_f$, соответствующей положению скачка уплотнения, и позволяют рассчитать структуру зоны релаксации в области $x > x_f$.

Когда $a_0^e < v_{10} < a_{10}^e$, УВ не имеет впереди себя скачка, т. е. параметры смеси в волне уплотнения меняются непрерывно от равновесного состояния

перед волной до равновесного за ней. В этом случае для постановки граничных условий можно использовать линейное решение системы уравнений движения смеси в окрестности начального состояния перед волной. Для расчета структур непрерывных (размытых) УВ в [3, 4] использован метод пристрелки. Более подробно постановка задачи о структуре УВ в газовзвесях рассмотрена в [1, 7].

Анализ условий подобия структур УВ показал, что при наличии столкновений между мелкими и крупными частицами с постоянной эффективностью η основными критериями приближенного подобия течений в релаксационной зоне УВ будут следующие безразмерные параметры: показатель адиабаты газа γ_g , число Маха волны, вычисленное по скорости звука в газе, $M = v_{10}/a_{1g0}$, отношение теплоемкостей мелких частиц и газа $C_p = c_p/c_{gv}$, относительные массовые содержания мелких и крупных частиц перед волной $m_{1p} = \rho_{1p}/\rho_{1g0}$, $m_2 = \rho_{20}/\rho_{1g0}$, а также коэффициент эффективности η . В случае, когда η является переменной и зависит от Stk , в число критериев подобия вместо η войдет характерное значение числа Стокса (вычисленное по скорости звука в газе) $Stk_\infty = \rho_{1p}^0 d_p^2 a_{1g0} / 18 d \mu_{1g}$ (d_p — диаметр мелких частиц). Если в качестве зависимости η (Stk) принять выражение (2.4), то видно, что при $Stk \geq 1$ коэффициент $\eta \geq 0,8$ и от Stk зависит слабо. Поскольку $Stk = k Re_{12} / 18$ ($k = \rho_{1p}^0 d_p^2 / \rho_{1g}^0 d^2$), то в УВ, когда $Re_{12} \geq 10^3$ при не очень малых k (таких, что $k Re_{12} \geq 20$), можно приблизенно полагать $\eta \approx 0,8 \div 1$. При этом постоянство параметра Stk_∞ , требуемое для обеспечения приближенного подобия структур УВ, не является существенным.

Исследовалось влияние взаимодействия частиц, а также основных определяющих параметров на структуру УВ в смеси воздуха с мелкими и крупными частицами кварцевого песка. Считалось, что перед волной смесь находится в термодинамическом равновесии ($v_{10} = v_{20}$, $T_{10} = T_{20}$) при давлении 0,1 МПа. Уравнения движения газовзвеси с замыкающими соотношениями (1.1), (2.1) — (2.6) и соответствующими граничными условиями численно интегрировались модифицированным методом Эйлера. Точность вычислений контролировалась по выполнению первых интегралов массы, импульса и энергии. Расчеты проводились для волн с интенсивностями $M = v_{10}/a_{1g0} = 0,6 \div 2$.

Относительные массовые содержания мелких и крупных частиц m_{1p} , m_2 варьировались от 0,5 до 2. Диаметр крупных частиц d изменялся в диапазоне от 50 до 200 мкм. Коэффициент η считался постоянным и варьировался от 0 до 1 ($\eta = 0$ отвечает отсутствию взаимодействия частиц).

Некоторые результаты расчетов приведены на рис. 3 и 4. Влияние различных форм представления силы взаимодействия между эффективным газом и крупными частицами на структуру УВ проиллюстрировано на рис. 3 (здесь и далее $\bar{\rho}_i = \rho_i/\rho_{1g0}$, $\bar{v}_i = v_i/a_{1g0}$, $\bar{p} = p/p_0$, $\bar{T}_i = T_i/T_{10}$, $i = 1, 2$). Штри-

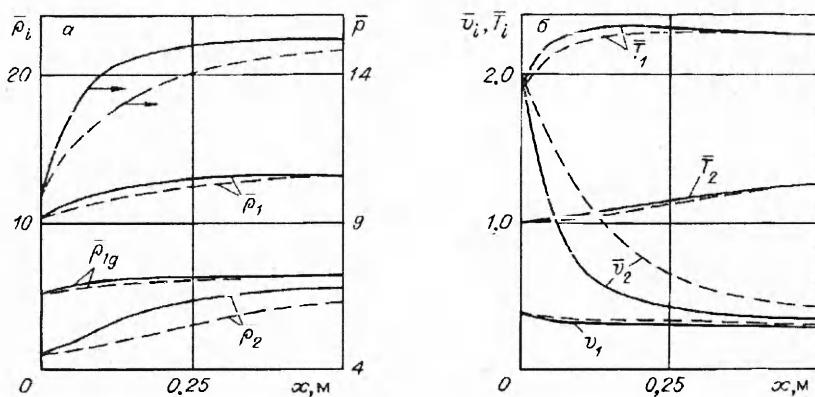


Рис. 3

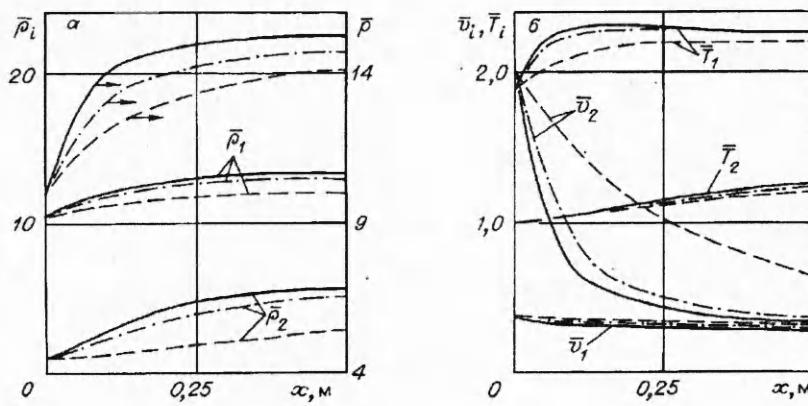


Рис. 4

ховые линии показывают поведение параметров фаз в случае, когда сила взаимодействия частиц вычислялась по формуле (2.5), а сплошные — по формуле (2.1). При этом $M = 2$, $m_{1p}, m_2 = 1$, $d = 200$ мкм, $\eta = 0,8$. Видно, что при указанных значениях определяющих параметров использование различных формул для f в основном влияет на плотность и скорость (рис. 3, а, б) крупных частиц, причем выражение (2.5) по сравнению с (2.1) дает завышенные по плотности и заниженные по скорости значения по всей длине релаксационной зоны. Это объясняется тем, что, как видно из рис. 2, при $Re_{12} \gg 1$ (что имеет место в УВ), $\eta = 0,8$ и $m_{1p} \geq 1$ между силами f и f' , вычисляемыми соответственно по формулам (2.1) и (2.5), выполняется приближенное соотношение $f'/f \leq 0,5$.

На рис. 4 показано влияние коэффициента эффективности столкновений мелких и крупных частиц η на распределение параметров фаз в зоне релаксации УВ интенсивности $M = 2$ при $m_{1p} = 1$, $m_2 = 1$ и $d = 200$ мкм. Штриховые, штрихпунктирные и сплошные кривые соответствуют $\eta = 0; 0,5$ и $0,8$. Увеличение η от 0 до 0,8 приводит к существенному уменьшению скорости \bar{v}_2 и увеличению плотности $\bar{\rho}_2$ крупных частиц. Это связано с тем, что при росте η увеличивается межфазовая сила взаимодействия за счет роста интенсивности столкновений мелких и крупных частиц. При этом крупные частицы за фронтом УВ тормозятся сильнее, а их концентрация растет. Что касается параметров эффективного газа, то они с увеличением η заметных изменений в релаксационной зоне УВ не претерпевают.

ЛИТЕРАТУРА

- Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред.— М.: Наука, 1987.— Ч. 1.
- Rudinger G. Some properties of shock relaxation zone in gas flows carrying small particles // Phys. Fluids.— 1964.— V. 7, N 5.
- Нигматулин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1967.— № 5.
- Нигматулин Р. И. Некоторые вопросы гидромеханики двухфазных полидисперсных сред // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1968.— № 3.
- Аманбаев Т. Р., Ивандаев А. И. Структура ударных волн в двухфазных смесях газа с каплями жидкости // ПМТФ.— 1988.— № 2.
- Аманбаев Т. Р., Ивандаев А. И. Распространение волн в трехфазных смесях газа с частицами и каплями // ПМТФ.— 1991.— № 4.
- Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Нигматулин Р. И. Газовая динамика многофазных сред // Итоги науки и техники. Сер. МЖГ.— М.: ВИНТИ, 1981.— Т. 16.
- Райст П. Аэрозоли.— М.: Мир, 1987.
- Ужов В. Н., Вальдберг А. Ю. Очистка газов мокрыми фильтрами.— М.: Химия, 1972.

г. Чимкент,
г. Тюмень

Поступила 18/VIII 1992 г.