

**К РАСЧЕТУ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗОНЕ ВЛИЯНИЯ ОЧИСТНОГО ЗАБОЯ  
В РАМКАХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГРАДИЕНТНОГО ТИПА**

**Д. С. Журкина, С. В. Лавриков**

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,  
E-mail: lvk64@mail.ru, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

На основе модели градиентного типа решена краевая задача о перераспределении напряжений в массиве при прохождении горной выработки. Использована упругопластическая модель горной породы с учетом локальной неоднородности. При описании кинематики условие гладкости поля перемещений существенно ослаблено — вместо одного гладкого поля смещений в плоском случае кинематика описывается двумя независимыми гладкими полями. Как следствие, модель содержит структурный параметр, включающий размерность длины и описывающий локальные изгибы элементарных объемов. Даны примеры расчетов развития пластических деформаций в приконтурной зоне массива, определены области повышенной концентрации напряжений. Показано, что учет локальных изгибов приводит, с одной стороны, к уменьшению пластических сдвигов в приконтурной зоне, с другой — к более глубокому распространению вглубь массива областей высокой концентрации напряжений.

*Породный массив, очистной забой, математическая модель, нелокальное поведение, изгиб, упругость, пластические сдвиги, расчет, концентрация напряжений*

DOI: 10.15372/FTPRPI20240303

EDN: DDLMZJ

Современные представления о массиве горных пород базируются на предположении об иерархической природе его внутренней структуры [1–5]. Наличие зерен и блоков различных масштабов проявляется в виде таких фундаментальных свойств массива, как внутреннее трение, дилатансия, сцепление, анизотропия, и приводит к появлению отдельных областей, в которых сосредоточены внутренние самоуравновешенные напряжения. Данные области представляют собой потенциальные источники энергии. Проведение очистных работ в зоне влияния этих областей может спровоцировать нарушение равновесного состояния и вызвать динамическое высвобождение накопленной в массиве упругой энергии. Как следствие, это может привести к скачкообразному росту нагрузки вблизи выработанного пространства [6–11]. Таким образом, блочно-зеренное строение горной породы является одним из существенных факторов, которые необходимо учитывать при построении адекватных математических моделей и проведении на их основе численных расчетов по деформированию и анализу устойчивости породных массивов.

В современной механике деформируемого твердого тела развивается несколько различных подходов к построению моделей, учитывающих внутреннюю структуру среды. Так, в [12–15] для учета внутренней структуры вводятся дополнительные внутренние переменные, которые описывают те или иные свойства структурных элементов — пластические сдвиги, трение, разупрочнение, самоуравновешенные напряжения и др. Для построения определяющих соотношений используется традиционный континуальный подход, в рамках которого внутри бесконечно малого элементарного объема среды поле перемещений предполагается аффинным, а деформации однородными — гипотеза о диффеоморфизме [16]. В [17, 18] представлен подход, основанный на использовании методов неархимедова анализа. Здесь структурой наделяется само арифметическое пространство, в котором разыгрываются процессы деформирования массива. В [19–22] строятся модели градиентного типа. Для описания внутренней структуры среды вводятся параметры, содержащие размерность длины. Такие модели приспособлены для анализа концентрации напряжений в среде в окрестности зон ослабления (отверстия, трещины и т. д.).

В [23] предложена плоская математическая модель структурно-неоднородного массива горных пород с учетом локальной неоднородности. В качестве структурных элементов рассматриваются упругие частицы (зерна), имеющие конечный линейный размер. Деформации внутри частиц предполагаются неоднородными. Взаимодействие зерен определяется дополнительными условиями на их границах. Таким образом, предположение о гладкости поля перемещений, которое встречается при классическом континуальном описании, здесь существенно ослаблено. Это приводит к появлению в определяющих соотношениях структурного параметра, который содержит размерность длины. Введенный параметр описывает локальные изгибы зерен. В целом построенная модель относится к моделям градиентного типа. В [24] данная модель обобщена на пространственный случай, рассмотрен вклад локальных изгибов в деформации и повороты на макроуровне, получены кинематические условия совместности, исследована постановка краевых задач, обеспечивающих единственность решения. В [25] на основе упругой версии модели проведен численный расчет зон повышенной концентрации напряжений в целике породного массива.

Учет проскальзываний между частицами позволяет предоставить широкий спектр свойств горной породы, например нелинейные пластические сдвиги, внутреннее трение, сцепление, дилатансию. В настоящей работе на границах между частицами вводятся в рассмотрение пластические сдвиги, развивающиеся по нелинейному закону. Такая модель описывает упругопластическое поведение среды с учетом локальной неоднородности. На ее основе проводится численный анализ концентрации напряжений в окрестности фронта очистного забоя.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Предположим, что расчетная область (деформация плоская) разбита дискретной сеткой на квадратные ячейки — частицы (рис. 1). Обозначим через  $2r$  линейный размер частиц. Для анализа деформирования горного массива используем подход, представленный в [23]. Система уравнений записывается в виде конечно-разностной схемы:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}(A_i) + \sigma_{yx}(B_i) - \sigma_{xx}(C_i) - \sigma_{yx}(D_i) + X(O_i) &= 0, \\ \sigma_{yy}(B_i) + \sigma_{xy}(A_i) - \sigma_{yy}(D_i) - \sigma_{xy}(C_i) + Y(O_i) &= 0, \\ \sigma_{xy}(A_i) + \sigma_{xy}(C_i) - \sigma_{yx}(B_i) - \sigma_{yx}(D_i) &= 0,\end{aligned}\tag{1}$$

$$\frac{u_x(A_i) - u_x(C_i)}{2r} = \frac{1}{E} \left( \frac{\sigma_{xx}(A_i) + \sigma_{xx}(C_i)}{2} - \nu \frac{\sigma_{yy}(B_i) + \sigma_{yy}(D_i)}{2} \right),$$

$$\frac{u_y(B_i) - u_y(D_i)}{2r} = \frac{1}{E} \left( \frac{\sigma_{yy}(B_i) + \sigma_{yy}(D_i)}{2} - \nu \frac{\sigma_{xx}(A_i) + \sigma_{xx}(C_i)}{2} \right), \quad (2)$$

$$\frac{u_y(A_i) - u_y(C_i)}{2r} + \frac{u_x(B_i) - u_x(D_i)}{2r} = \frac{1+\nu}{E} \left( \frac{\sigma_{xy}(A_i) + \sigma_{xy}(C_i)}{2} + \frac{\sigma_{yx}(B_i) + \sigma_{yx}(D_i)}{2} \right),$$

$$\frac{u_x(A_i) + u_x(C_i)}{2} - \frac{u_x(B_i) + u_x(D_i)}{2} = \xi \left( \frac{\sigma_{xx}(A_i) - \sigma_{xx}(C_i)}{2r} - \frac{\sigma_{yx}(B_i) - \sigma_{yx}(D_i)}{2r} \right),$$

$$-\frac{u_y(A_i) + u_y(C_i)}{2} + \frac{u_y(B_i) + u_y(D_i)}{2} = \xi \left( -\frac{\sigma_{xy}(A_i) - \sigma_{xy}(C_{ij})}{2r} + \frac{\sigma_{yy}(B_i) - \sigma_{yy}(D_i)}{2r} \right),$$

где  $i = \overline{1, N}$ ,  $N$  — количество частиц в расчетной области;  $u_x(A_i), \dots, u_y(D_i)$  — компоненты вектора смещений на каждой из четырех граней  $i$ -частицы;  $\sigma_{xx}(A_i), \dots, \sigma_{yy}(D_i)$  — компоненты тензора напряжений на этих гранях (рис. 1б);  $X(O_i), Y(O_i)$  — массовые силы (приложены в центре частицы);  $E, \nu$  — упругие модуль Юнга и коэффициент Пуассона;  $\xi$  — структурный параметр.

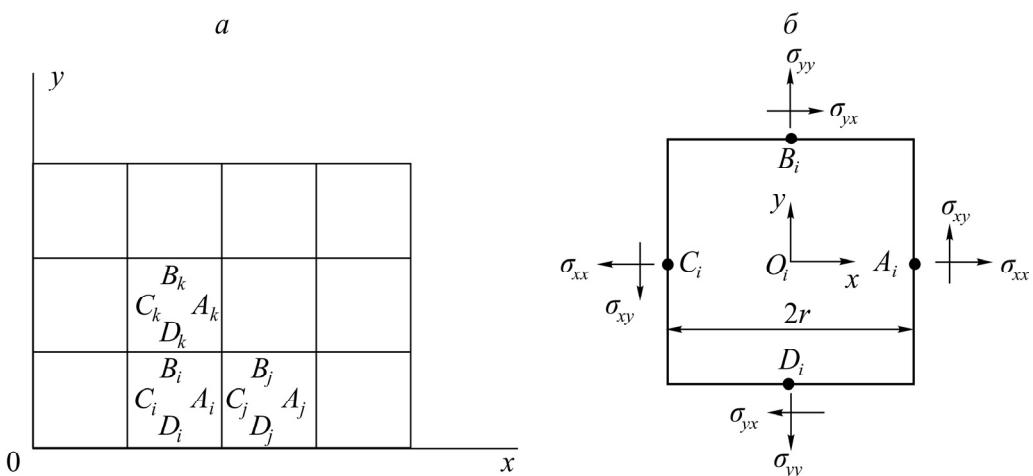


Рис. 1. Модель сплошного массива со структурой: *a* — дискретная система частиц; *b* — направления усилий и точки их приложения для одной частицы с линейным размером  $2r$

Уравнения (1) представляют собой систему уравнений равновесия, (2) — дискретный аналог закона Гука, соотношения (3) описывают неоднородность деформаций внутри частиц (рис. 2). В классической теории упругости соотношения (3) явно не формулируются. Они неявно содержатся в предположении о гладкости поля перемещений, т. е. в постулате о диффеоморфизме. Требование гладкости поля смещений означает, что левые части соотношений (3) тождественно равны нулю и, следовательно, структурный параметр  $\xi = 0$ . Таким образом, описанная модель при отсутствии межзеренных проскальзываний и при  $\xi \rightarrow 0$  допускает предельный переход к модели линейно-упругого тела. Условие  $\xi \neq 0$  существенно ослабляет требование гладкости поля смещений. Фактически условие  $\xi \neq 0$  в уравнениях (3) означает, что для описания кинематики вместо одного гладкого поля смещений введено два гладких по-

ля: одно — на левой и правой границах частицы в точках  $A_i, C_i$ , другое — на верхней и нижней границах в точках  $B_i, D_i$ . В результате соотношения (3) описывают локальный изгиб частицы, а модель в целом относится к типу нелокальных моделей с учетом локальных изгибов.

Для замыкания уравнений (1)–(3) необходимо сформулировать условия на контактах между частицами и краевые условия рассматриваемой задачи. Для напряжений на контактах должно выполняться условие непрерывности нормальной и касательной компонент:

$$\sigma_{xx}(A_i) = \sigma_{xx}(C_j), \quad \sigma_{xy}(A_i) = \sigma_{xy}(C_j), \quad \sigma_{yx}(B_i) = \sigma_{yx}(D_k), \quad \sigma_{yy}(B_i) = \sigma_{yy}(D_k). \quad (4)$$

Здесь  $j$  — номер частицы, расположенной правее;  $k$  — номер частицы, расположенной выше;  $i$  — частицы (рис. 1а).

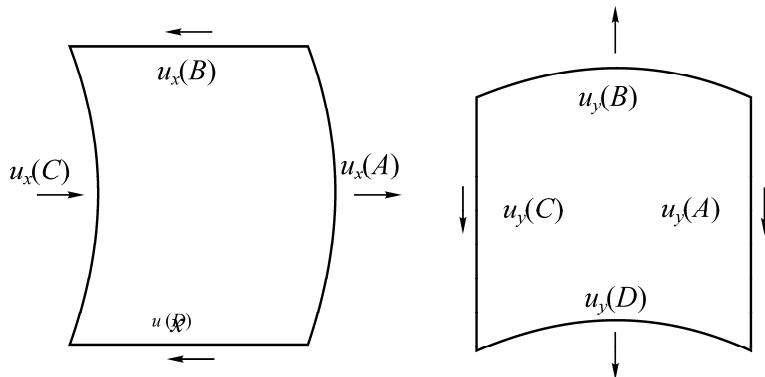


Рис. 2. Локальные изгибы частицы с линейным размером  $2r$

Для смещений выберем следующие условия на контактах. Для нормальной компоненты примем условие непрерывности, что соответствует отсутствию дилатансии среды:

$$u_x(C_j) = u_x(A_i), \quad u_y(D_k) = u_y(B_i). \quad (5)$$

Предположим далее, что на контактах между частицами реализуются пластические сдвиги, развивающиеся по нелинейному закону (рис. 3, жирная сплошная линия).

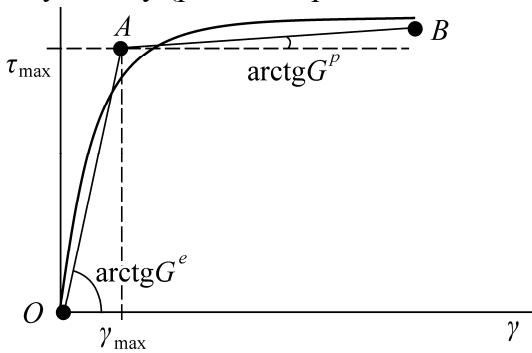


Рис. 3. Нелинейная диаграмма пластических сдвигов на контактах между частицами

Аппроксимируем ее кусочно-линейной диаграммой  $OAB$ . Тогда условия разрыва касательной компоненты смещений можно записать в виде следующих соотношений в приращениях:

$$\frac{\Delta u_x(D_k) - \Delta u_x(B_i)}{2r} = \frac{\Delta \sigma_{yx}(B_i)}{G^s},$$

$$\frac{\Delta u_y(C_j) - \Delta u_y(A_i)}{2r} = \frac{\Delta \sigma_{xy}(A_i)}{G^s}, \quad (6)$$

где модуль контактного взаимодействия  $G^s = \begin{cases} G^e, & \gamma < \gamma_{\max} \\ G^p, & \gamma \geq \gamma_{\max} \end{cases}$ . При  $G^s \rightarrow \infty$  соотношения (6)

соответствуют условию непрерывности касательных смещений, т. е. отсутствию проскальзываний.

Учет нелинейности диаграммы контактного взаимодействия частиц приводит к необходимости записи всех уравнений модели (1)–(6) в приращениях и к рассмотрению задачи в квазистатической постановке по шагам нагружения. Решение будем строить в виде итерационного процесса:

$$u_x(A_i) = \sum_{m=1}^L \Delta u_x^m(A_i); \dots; \sigma_{yy}(D_i) = \sigma_{yy}^0(D_i) + \sum_{m=1}^L \Delta \sigma_{yy}^m(D_i), \quad i = \overline{1, N}, \quad (7)$$

где  $m$  — номер итерации (шага нагружения);  $L$  — число шагов нагружения, величины напряжений с верхним индексом “0” — начальные значения соответствующих компонент тензора напряжений.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим ближнюю зону породного массива в окрестности фронта очистного забоя. Пусть отрабатывается угольный пласт (или рудное тело в форме пласта) мощностью  $h$  (рис. 4). Здесь  $L_1, L_2$  — размеры учитываемой в расчетах ближней (приконтурной) зоны массива. Положим, что в исходном состоянии массив находится в условиях гравитационного и тектонического сжатия. Начальные напряжения примем в виде линейной зависимости от веса вышележащих слоев массива:

$$\sigma_{yy}^0 = -\gamma(H - y), \quad \sigma_{xx}^0 = -\lambda\gamma(H - y), \quad \sigma_{xy}^0 = 0. \quad (8)$$

$\gamma$  — удельный вес пород;  $H$  — глубина залегания пласта полезного ископаемого;  $\lambda$  — коэффициент бокового распора.

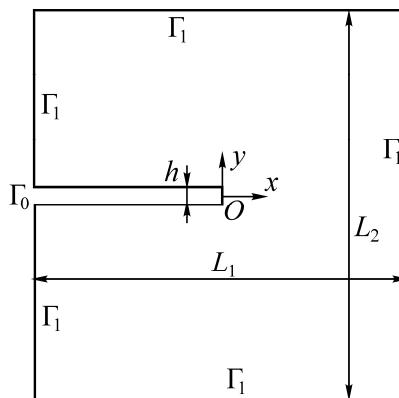


Рис. 4. Расчетная область — ближняя зона массива в окрестности очистного забоя

Предположим, что на очередном этапе отработки порода (полезное ископаемое), находящаяся внутри контура  $\Gamma_0$  (рис. 4), подлежит извлечению. В нетронутом массиве заменим ее реакцию на сжатие со стороны окружающих (вмещающих) пород на равновеликий отпор крепи. Очевидно, что окружающий массив при этом останется в исходном равновесном состоянии (8). Нагружение будем осуществлять путем последовательного снижения отпора крепи на контуре выработанного пространства  $\Gamma_0$  вплоть до полной его разгрузки. Это приведет к перераспределению

делению напряжений в приконтурной зоне массива и развитию пластических сдвигов на межзеренных контактах. Описанные условия нагружения соответствуют заданию следующих краевых условий (в приращениях) на контуре выработки  $\Gamma_0$ :

$$\Delta\sigma_n^k\Big|_{\Gamma_0} = -\Delta d^k \sigma_n^0, \quad \Delta\tau_n^k\Big|_{\Gamma_0} = -\Delta d^k \tau_n^0, \quad (9)$$

где  $\sigma_n^0, \tau_n^0$  — начальные значения нормальных и касательных напряжений на контуре;  $\Delta\sigma_n^k, \Delta\tau_n^k$  — соответствующие их приращения на  $k$ -шаге нагружения;  $0 \leq \Delta d^k \leq 1$  — приращение безразмерного параметра нагружения — доля начального напряжения, снимаемого на  $k$ -шаге нагружения; условие  $d = \sum_k \Delta d^k = 1$  соответствует полной разгрузке контура.

Внешнюю границу расчетной области  $\Gamma_1$  будем считать достаточно удаленной от контура выработки, поэтому на ней примем условия

$$\Delta\sigma_n^k\Big|_{\Gamma_1} = 0, \quad \Delta\tau_n^k\Big|_{\Gamma_1} = 0. \quad (10)$$

Система уравнений (1)–(6) совместно с начальными и краевыми условиями (8)–(10) является замкнутой и представляет собой систему алгебраических уравнений высокого порядка относительно неизвестных приращений смещений и напряжений на границах частиц. Порядок системы удается понизить, если, используя (1)–(3), выразить компоненты напряжений через компоненты смещений для всех частиц расчетной области. При этом задача сводится к системе алгебраических уравнений относительно неизвестных приращений смещений. Ее решение будем искать методом Гаусса с выбором главного элемента по строке.

Схема построения решения предполагает учет изменяющихся свойств массива в процессе нагружения. На каждом шаге нагружения в процессе решения определяются приращения всех компонентов смещений и напряжений на контактах между частицами. Далее проверяется выполнение условия выхода диаграммы межзеренного скольжения в область пластических сдвигов, и если на каком-либо контакте касательное напряжение достигает критического значения  $\tau_{\max}$  (рис. 3), то модуль контактного взаимодействия на данном участке меняется с упругого  $G^s = G^e$  на пластический  $G^s = G^p$ . Матрица жесткости перестраивается и осуществляется следующий шаг нагружения массива уже с измененными свойствами. В соответствии с итерационным процессом (7) строится решение упругопластической задачи.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Выберем следующие значения параметров задачи: глубина залегания пласта полезного ископаемого  $H = 500$  м, средний удельный вес пород  $\gamma = 2700$  кг / м<sup>3</sup>, коэффициент бокового распора в массиве  $\lambda = 0.4$ , мощность пласта  $h = 3$  м. Размеры расчетной области массива положим  $L_1 = 33$ ,  $L_2 = 28$  м, средний размер зерен (блоков) структуры  $r = 0.3$  м. Для описания упругих свойств выберем осредненные значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона пласта полезного ископаемого и вмещающих пород в виде  $E = 1.8 \cdot 10^{10}$  Па,  $\nu = 0.25$ . Пластический сдвиг на межблочных контактах будем моделировать заданием предельного касательного усилия  $\tau_{\max}$  и критического сдвига  $\gamma_{\max}$ , по достижении которых реакция массива становится существенно неупругой, т. е. наступает стадия собственно пластических деформаций. Положим

$\gamma_{\max} = 0.67 \cdot 10^{-6}$ , что составляет десятые доли процента от характерных деформаций массива на рассматриваемой глубине, т. е. на стадии упругого деформирования соответствует полному отсутствию проскальзываний. Значение  $\tau_{\max}$  в расчетах будем варьировать. При заданных значениях параметров характерное давление массива на глубине залегания пласта  $\gamma H$  составляет  $p = \gamma H = 13.5$  МПа.

Отнесем все параметры размерности длины к мощности пласта  $h$ , а параметры размерности напряжений — к характерному давлению  $p$ , тогда безразмерные значения заданных величин будут  $p = 1$ ,  $E = 1300$ ,  $h = 1$ ,  $L_1 = 11$ ,  $L_2 = 9.33$ ,  $r = 0.098$ . Введенный структурный параметр  $\xi$  имеет размерность  $[\text{м}^2 / \text{Па}]$ , он будет отнесен к величине  $h^2 / p$ . Значение  $\xi$  в численных расчетах будем варьировать.

*Упругое решение с учетом локальных изгибов.* Сначала рассмотрим задачу без учета пластических сдвигов, т. е. положим  $\tau_{\max} \rightarrow \infty$ , а значит, и  $G^e \rightarrow \infty$ , что соответствует ситуации, когда проскальзывания между частицами отсутствуют. В этом случае свойства массива в процессе нагружения не меняются, задача является линейной и ее решение до полной разгрузки контура выработки строится за один шаг нагружения. В качестве меры напряженного состояния массива выберем максимальное касательное напряжение  $\tau = 0.5\sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2}$ . Здесь  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xy}$  определяются в центрах частиц как средние значения напряжений на их границах:  $\sigma_{xx} = (\sigma_{xx}(A_i) + \sigma_{xx}(C_i)) / 2$ ,  $\sigma_{yy} = (\sigma_{yy}(B_i) + \sigma_{yy}(D_i)) / 2$ ,  $\sigma_{xy} = (\sigma_{xy}(A_i) + \sigma_{xy}(B_i) + \sigma_{xy}(C_i) + \sigma_{xy}(D_i)) / 4$ .

Вначале рассмотрим решение задачи при  $\xi \rightarrow 0$  (в расчетах полагаем  $\xi = 10^{-15}$ ). В этом случае локальная неоднородность среды не проявляется, а модель дает предельный переход к классической линейной теории упругости. Результаты расчета представлены на рис. 5а. Видно, что максимальная концентрация  $\tau$  достигается в угловых точках выработанного пространства.

Последовательное увеличение значения структурного параметра  $\xi$ , т. е. повышение роли структуры среды и ее влияния на НДС массива приводит к заметному отличию распределения напряжений в приконтурной зоне по сравнению с упругим решением (рис. 5б–г). Области повышенной концентрации напряжений  $\tau$  по мере увеличения значения структурного параметра распространяются на большую площадь и проникают дальше вглубь массива от контура выработанного пространства. Можно предположить, что повышение роли структуры приводит к формированию в среде более длинных силовых цепочек, передающих нагрузку от контура выработки вглубь массива. При этом максимальная концентрация напряжения  $\tau$  несколько снижается. Ниже приведена зависимость максимального значения  $\tau$  от  $\xi$ :

$\xi$	$10^{-15}$	$10^{-11}$	$10^{-9}$	$10^{-8}$
$\tau$	1.15	1.10	0.80	0.575

Расчеты показывают, что дальнейшее увеличение  $\xi$  приводит к менее выраженному его влиянию на формирование областей повышенной концентрации напряжений в исследуемой области.

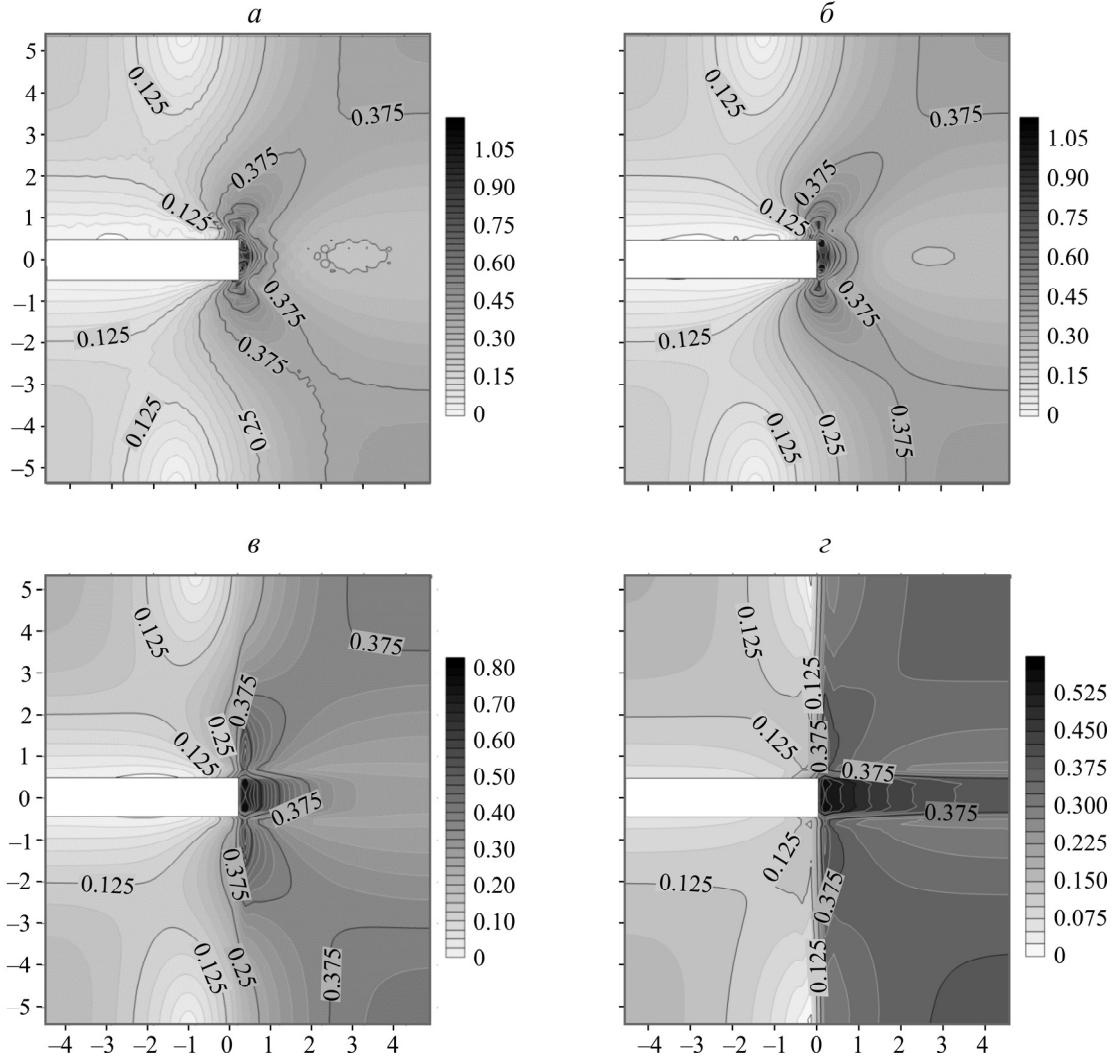


Рис. 5. Изолинии  $\tau$ :  $a — \xi = 10^{-15}$ ;  $\delta — \xi = 10^{-11}$ ;  $\epsilon — \xi = 10^{-9}$ ;  $\varepsilon — \xi = 10^{-8}$

*Упругопластическое решение с учетом локальных изгибов.* Рассмотрим теперь задачу с учетом пластических сдвигов между частицами и зададим безразмерный предел упругости на межзеренных контактах  $\tau_{\max} = 0.151$ . Как и ранее в численных расчетах, будем варьировать значение структурного параметра.

На рис. 6. показаны результаты расчета в случае  $\xi \rightarrow 0$ , когда локальная неоднородность среды не учитывается. Такая постановка задачи соответствует обычному упругопластическому поведению. По мере снижения отпора крепи на контуре выработанного пространства значение максимального касательного напряжения растет и зона повышенной концентрации напряжений развивается от груди забоя. В момент полной разгрузки контура (рис. 6 $\varepsilon$ ) максимальная концентрация касательного напряжения составляет  $\tau = 0.7$ .

На рис. 7. темным цветом показаны области, где сдвиги на межзеренных контактах к моменту полной разгрузки контура  $d = 1$  достигли стадии пластичности, т. е.  $\gamma \geq \gamma_{\max}$  (рис. 3). Видно, что пластические сдвиги также развиваются от груди забоя, распространяясь вглубь массива преимущественно в направлениях действия гравитационного и тектонического напряжений.

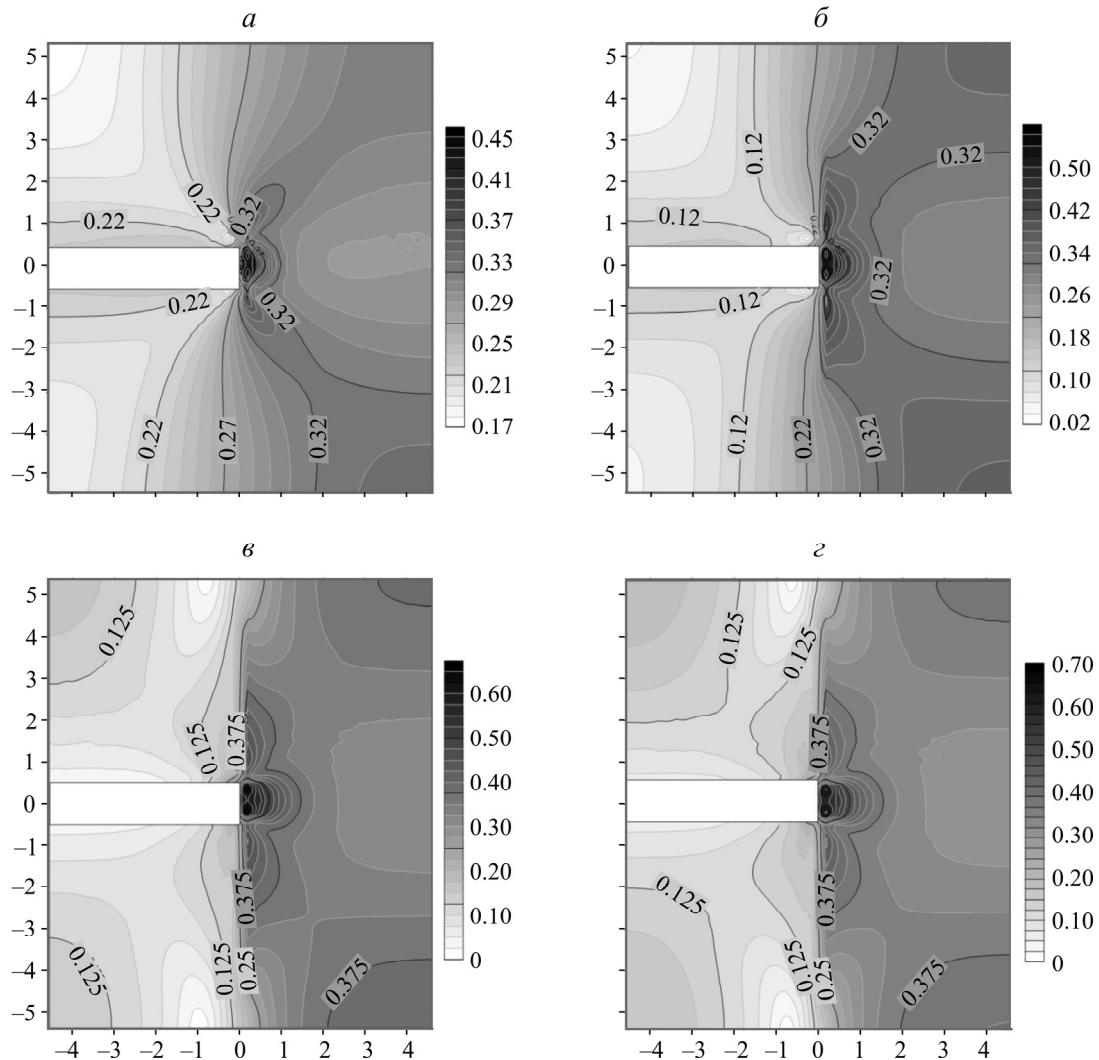


Рис. 6. Изолинии  $\tau$  при  $\xi \rightarrow 0$ :  $a$  — разгрузка контура 22 % ( $d = 0.22$ );  $\delta$  — разгрузка контура 49 % ( $d = 0.49$ );  $\varepsilon$  — разгрузка контура 93 % ( $d = 0.93$ );  $\varepsilon$  — полная разгрузка контура ( $d = 1$ )

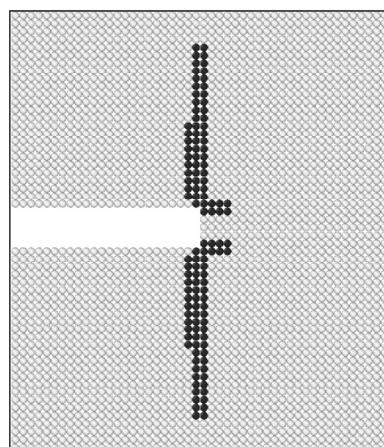


Рис. 7. Развитие пластических деформаций при  $\xi \rightarrow 0$  в момент полной разгрузки контура выработки  $d = 1$

Будем последовательно увеличивать роль локальных изгибов частиц, т.е. увеличивать значение  $\xi$ . Установлено, что учет локальных изгибов оказывает существенное влияние на конфигурацию зон повышенной концентрации напряжений и развитие пластических деформаций. На рис. 8 приведены результаты трех различных расчетов, соответствующих моменту полной разгрузки контура выработки ( $d = 1$ ) при различных значениях структурного параметра. Как и в упругом решении, увеличение значения  $\xi$  приводит к определенному снижению максимальной концентрации напряжений  $\tau$ , однако область повышенной концентрации  $\tau$  распространяется на значительно большую площадь вглубь массива. Снижение максимальной концентрации напряжений при заданных параметрах составило  $\sim 20\%$  от значения  $\tau = 0.7$  ( $\xi = 10^{-15}$ ) до значения  $\tau = 0.56$  ( $\xi = 10^{-8}$ ).

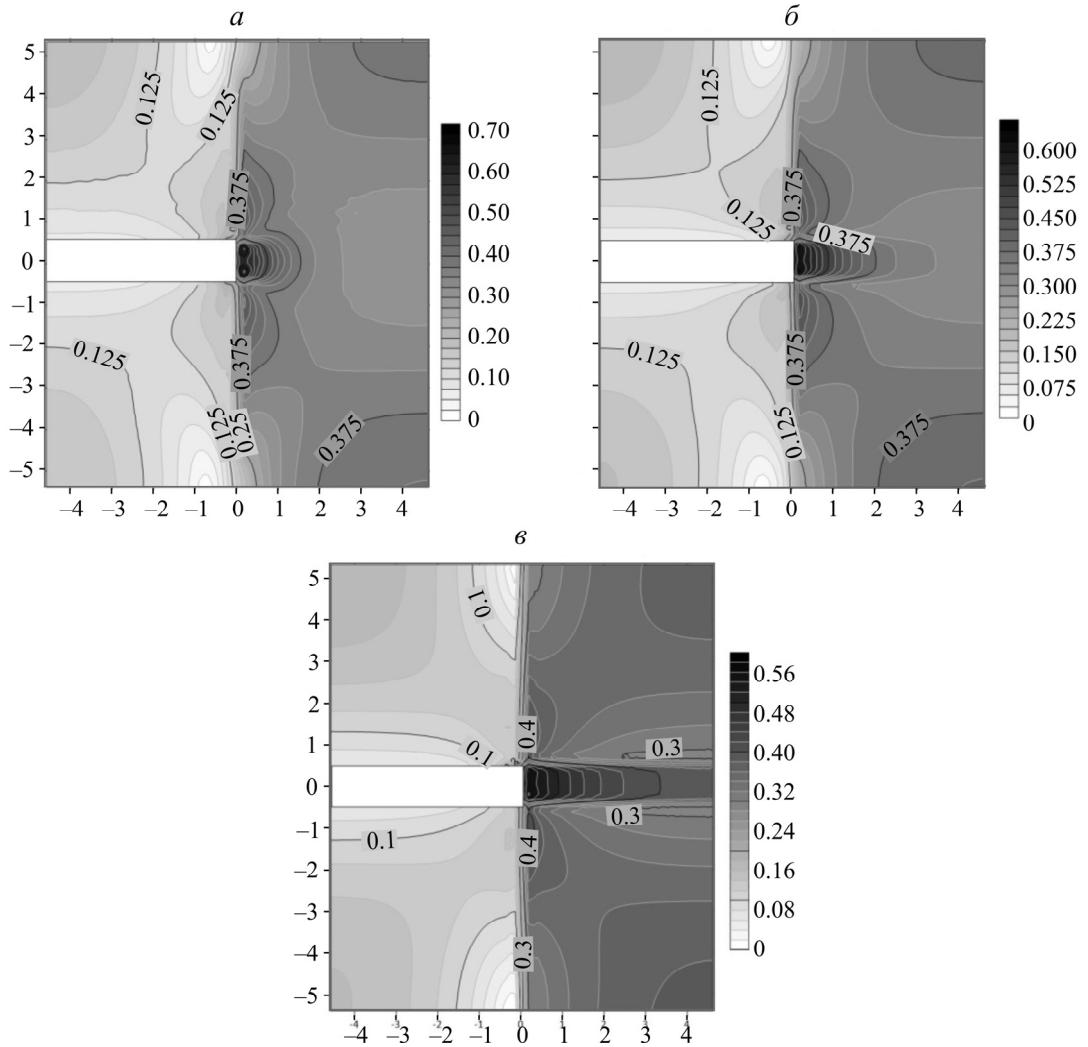


Рис. 8. Изолинии  $\tau$  при  $d = 1$ :  $a — \xi = 10^{-15}$ ;  $\bar{b} — \xi = 10^{-9}$ ;  $c — \xi = 10^{-8}$

Анализ проскальзываний на межзеренных границах показывает, что область распространения пластических деформаций по мере увеличения  $\xi$ , наоборот, уменьшается. Если при  $\xi = 10^{-15}$  в момент полной разгрузки контура выработки ( $d = 1$ ) область пластических сдвигов имеет вид, представленный на рис. 7, то при  $\xi = 10^{-9}$  эта область приобретает контуры, показанные на рис. 9. Начиная со значения  $\xi = 10^{-8}$  и выше сдвиги на контактах между частицами нигде в расчетной области не достигают стадии пластического деформирования.

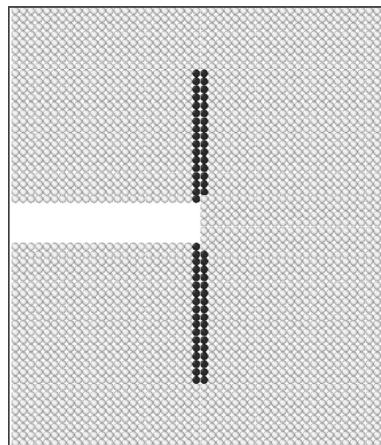


Рис. 9. Развитие пластических деформаций при  $\xi = 10^{-9}$  в момент полной разгрузки контура выработки  $d = 1$

Полученные результаты позволяют заключить, что совместный учет влияния локальных изгибов и межзеренных пластических проскальзываний приводит к следующим эффектам. При отсутствии изгибов частиц основная часть сдвиговой нагрузки, возникающей из-за снижения отпора крепи на контуре выработки, воспринимается межзеренными контактами. Как следствие, происходит интенсивное развитие пластических деформаций в приконтурной зоне массива. Увеличение структурного параметра приводит к тому, что часть нагрузки перераспределяется на сами частицы, вызывая их изгиб, что приводит к снижению интенсивности сдвигов на контактах и, соответственно, к уменьшению пластических деформаций. По мере роста структурного параметра, по-видимому за счет формирования в структуре среды длинных силовых цепочек, наблюдается более глубокое распространение зоны высокой концентрации нагрузки вглубь массива при определенном снижении (при заданных параметрах на  $\sim 20\%$ ) абсолютных значений напряжений.

## ВЫВОДЫ

Рассмотренная модель нелокального типа с учетом упругопластических сдвигов и локальных изгибов позволяет проводить анализ напряженно-деформированного состояния и определять характер распространения областей повышенной концентрации напряжений в окрестности выработанного пространства.

Увеличение роли структурной неоднородности среды приводит к тому, что зона высокой концентрации напряжений распространяется от контура выработанного пространства далеко вглубь массива при некотором снижении абсолютных значений максимальных касательных напряжений.

Авторы выражают благодарность д.ф.-м.н., проф. А. Ф. Ревуженко за ценные обсуждения работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Садовский М. А., Болховитинов Л. Г., Писаренко В. Ф. О свойстве дискретности горных пород // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1982. — № 12.

2. Шемякин Е. И. О свободном разрушении твёрдых тел // ДАН СССР. — 1988. — Т. 300. — № 5.
3. Журков С. Н., Куксенко В. С., Петров В. А., Савельев В. Н., Султанов У. О. О прогнозировании разрушения горных пород // Изв. АН СССР. Физика Земли. — 1977. — № 6. — С. 11–18.
4. Кочарян Г. Г., Спивак А. А. Динамика деформирования блочных массивов горных пород. — М.: ИКЦ “Академкнига”, 2003.
5. Zhang P. H., Yang T. H., Yu Q. L., Xu T., Zhu W. C., Liu H. L., Zhou J. R. and Zhao Y. C. Microseismicity induced by fault activation during the fracture process of a crown pillar, J. Rock Mechanics and Rock Eng., 2015, Vol. 48, Iss. 4. — P. 1673–1682.
6. Пономарев В. С. Проблемы изучения энергетически активной геологической среды // Геотектоника. — 2011. — № 2. — С. 66–75.
7. Адушкин В. В., Кочарян Г. Г., Остапчук А. А. О параметрах, определяющих долю энергии, излучаемой при динамической разгрузке участка массива горных пород // Докл. АН. — 2016. — Т. 467. — № 1. — С. 86–90.
8. Тажибаев К. Т., Тажибаев Д. К. Остаточные напряжения — фактор неоднородности напряженного состояния сейсмоактивных участков массива горных пород // Геомеханика в горном деле: докл. Всерос. науч.-техн. конф. с междунар. участием, Екатеринбург, 04–05 июня 2014. — С. 17–27.
9. Косых В. П., Микенина О. А. Формирование временных структур в процессе периодических сдвигов сыпучей среды: численное моделирование и эксперимент // ФТПРПИ. — 2023. — № 5. — С. 32–39.
10. Ким А. С., Шпади Ю. Р., Литвинов Ю. Г. Математическое моделирование нестационарных процессов в сейсмоактивной зоне // Динамические процессы в геосферах. — 2022. — Т. 14. — № 1. — С. 69–84.
11. Лавриков С. В., Ревуженко А. Ф. Математическое моделирование неустойчивого режима деформирования породного массива с учетом внутренних самоуравновешенных напряжений // ФТПРПИ. — 2020. — № 6. — С. 12–29.
12. Новожилов В. В., Кадашевич Ю. И. Микронапряжения в конструкционных материалах. — Л.: Машиностроение, 1990. — 223 с.
13. Kolymbas D., Herle I., and von Wolffersdorff P. A. Hypoplastic constitutive equation with internal variables, Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., 1995, Vol. 19. — P. 415–436.
14. Wu W., Lin J., and Wang X. A basic hypoplastic constitutive model for sand, Acta Geotechnica. 2017, Vol. 12, Iss. 6. — P. 1373–1382.
15. Лавриков С. В. О расчете напряженно-деформированного состояния разупрочняющегося блочного массива вблизи выработки // Физ. мезомеханика. — 2010. — Т. 13. — № 4. — С. 53–63.
16. Трусов П. В. Некоторые вопросы нелинейной механики деформируемого тела (в порядке обсуждения) // Математическое моделирование систем и процессов. — 2009. — Т. 17. — С. 85–95.
17. Ревуженко А. Ф. О приложениях неархимедова анализа в механике блочно-иерархической геосреды // ФТПРПИ. — 2016. — № 5. — С. 14–22.
18. Лавриков С. В., Микенина О. А., Ревуженко А. Ф., Шемякин Е. И. Концепция неархимедова многомасштабного пространства и модели пластических сред со структурой // Физ. мезомеханика. — 2008. — Т. 11. — № 3. — С. 45–60.

19. **Truesdell C. A. and Toupin R. A.** The classical field theories, Handbuch der Physik, Ed. by S. Flugge, Band 3, Teil 1, Berlin: Springer-Verlag, 1960. — P. 226–793.
20. **Кунин И. А.** Теория упругих сред с микроструктурой. — М.: Наука, 1975. — 416 с.
21. **Эринген А. К.** Теория микрополярной упругости. — М.: Мир, 1975. — Т. 2. — С. 646–752.
22. **Смолин И. Ю.** Использование микрополярных моделей для описания пластического деформирования на мезоуровне // Моделирование систем и процессов. — 2006. — Т. 14. — С. 189–205.
23. **Ревуженко А. Ф., Микенина О. А.** Упругопластическая модель горной породы с линейным структурным параметром // ПМТФ. — 2018. — № 2. — С. 167–176.
24. **Ревуженко А. Ф.** Трехмерная модель линейно упругого тела со структурой // Физ. мезомеханика. — 2021. — Т. 24. — № 3. — С. 26–35.
25. **Алтухов В. И., Лавриков С. В., Ревуженко А. Ф.** Анализ концентрации напряжений в целиках горной породы в рамках нелокальной упругой модели со структурным параметром // Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук. — 2019. — Т. 1. — № 6. — С. 39–45.

*Поступила в редакцию 06/III 2024*

*После доработки 11/IV 2024*

*Принята к публикации 17/V 2024*