

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОДЖИГА И РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛАМЕНИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ

М. А. Андреев, А. М. Степанов
(Ленинград)

Если известна кинетика горения газовой смеси, задача о распространении нестационарного ламинарного пламени, т. е. определение скорости и структуры его фронта, в настоящее время не вызывает особых затруднений ни в постановке, ни в численном решении. В случае же, когда пламя распространяется по турбулизированной смеси, пусть даже с заданными характеристиками турбулентности и простой кинетикой, трудности возникают уже при выборе физической модели и ее математическом описании [1]. Эквивалентной заменой системы уравнений тепло- и массопереноса теории ламинарного пламени может стать уравнение для одноточечной плотности распределения вероятности (ПРВ) температуры и концентрации реагентов. В случае подобия полей концентраций всех компонентов и температуры, а также постоянства давления в смеси достаточно рассмотреть одно случайное скалярное поле $n(x_i, t)$, например поле массовой доли одного из реагирующих компонентов. Само поле $n(x_i, t)$ описывается уравнением переноса компонента

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla n = D \nabla^2 n + k(n), \quad (1)$$

а его ПРВ — соответствующим эволюционным уравнением [2]

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \langle \vec{u} \cdot \nabla \mathcal{P} \rangle = - \frac{\partial}{\partial c} [D(c) \langle \nabla^2 c \cdot \mathcal{P} \rangle] - \frac{\partial}{\partial c} [k(c) P]. \quad (2)$$

Здесь $\vec{u}(x_i, t)$ — случайное векторное поле скорости движения газа; $k(n)$ — скорость химической реакции, которая считается одностадийной; произведение плотности смеси $\rho(n)$ на коэффициент молекулярной диффузии $D(n)$ полагается постоянным; $\mathcal{P}(c, x_i, t) = \delta[n(x_i, t) - c]$ — так называемая тонкодисперсная плотность случайного поля $n(x_i, t)$; δ — дельта-функция Дирака; важно следующее: $\mathcal{P}(c, x_i, t)dc$ равно вероятности того, что в точке x_i и в момент времени t величина n окажется в диапазоне значений от c до $c + dc$. Искомая плотность вероятности $P(c, x_i, t)$ является просто статистическим средним тонкодисперсной плотности: $P = \langle \mathcal{P}(c, x_i, t) \rangle$, где среднее берется по всем реализациям случайной функции $n(x_i, t)$. Для каждой реализации $\mathcal{P}$ обладает всеми свойствами, требуемыми для ПРВ, включая и нормировку.

Источниковый член в правой части уравнения (2), учитывающий образование рассматриваемого компонента в химической реакции, замкнут; в этом и заключается главное преимущество применения метода ПРВ для исследования задач турбулентного горения. Незамкнутыми, однако, оказываются два других члена (2), описывающие молекулярную диффузию и конвективный перенос турбулентным полем скорости. Выращивание конвективного члена $\langle \vec{u} \cdot \nabla \mathcal{P} \rangle$ не замкнуто, поскольку содержит тонкодисперсную плотность, а не безусловную ПРВ P . Если же для замыкания этого выражения привлечь еще и поле скоростей $\vec{u}(x_i, t)$, то

уравнение для совместной ПРВ (см. [2]), полученное с использованием уравнений Навье — Стокса, также окажется незамкнутым, так как члены, содержащие давление, не будут выражены через искомую ПРВ. Но аналогичная ситуация имеет место и при моментном описании переноса скаляра $n(x_i, t)$ турбулентным полем скоростей; конвективный член $\langle \vec{u} \cdot \nabla n \rangle$ приходится моделировать. Чаще всего используется модель коэффициента турбулентного переноса (диффузии или теплопроводности). Из обзора способов замыкания О' Брайен [2] заключает, что пока наиболее распространенным способом выражения $\langle \vec{u} \cdot \nabla \mathcal{P} \rangle$ через P является также прямое использование концепции коэффициента турбулентной диффузии [3]. Действительно, если $u_i = \tilde{u}_i + u_i''$ и $\mathcal{P} = \langle \mathcal{P} \rangle + \mathcal{P}'' = P + \mathcal{P}''$, то

$$\langle \vec{u} \cdot \nabla \mathcal{P} \rangle = \left\langle \tilde{u}_i \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x_i} \right\rangle = \tilde{u}_i \frac{\partial P}{\partial x_i} + \left\langle \tilde{u}_i'' \frac{\partial \mathcal{P}''}{\partial x_i} \right\rangle.$$

В случае однородной и изотропной турбулентности $\frac{\partial u_i''}{\partial x_i} = 0$. Поэтому имеем

$$\langle \vec{u} \cdot \nabla \mathcal{P} \rangle = \tilde{u}_i \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \langle u_i'' \mathcal{P}'' \rangle = \tilde{u}_i \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} D_T \frac{\partial P}{\partial x_i}. \quad (3)$$

Здесь $\tilde{u}_i = \frac{\langle \rho u_i \rangle}{\langle \rho \rangle}$ — среднемассовые компоненты скорости; два штриха используются для обозначения пульсации относительно средней величины; D_T — коэффициент турбулентной диффузии.

Незамкнутость члена уравнения (2), учитывающего молекулярную диффузию, становится очевидной, если его записать в форме Ландгрена [4]

$$\langle \nabla_x^2 c \cdot \mathcal{P} \rangle = \lim_{x' \rightarrow x} \nabla_{x'}^2 \int_0^1 c' P(c, c', x, x', t) dc', \quad (4)$$

где $P = \langle \delta[n(x', t) - c'] \delta[n(x, t) - c] \rangle$ — плотность вероятности того, что в момент времени t в точке x величина концентрации n равна значению c , а в точке x' — значению c' . Через диффузионный член (4) в уравнение для искомой одноточечной ПРВ $P(c, x, t)$ войдет еще и двухточечная ПРВ; ясно, что этот член надо смоделировать и тем точнее, чем сильнее исследуемый процесс горения зависит от турбулентного смешения компонентов на расстояниях порядка микромасштаба. В работах [5—7] использовано интегральное представление диффузионного члена. Форма представления, предлагаемая в каждой из работ, разная, и из расчетов не ясно, насколько хорошо она может служить способом замыкания в других задачах турбулентного горения. В настоящее время более универсален и имеет понятную физическую трактовку метод, развитый в работе [8]. Согласно этому методу, выражение (4) приводится к виду

$$\langle \nabla_x^2 c \cdot \mathcal{P} \rangle = \lim_{x' \rightarrow x} \nabla_{x'}^2 E(c'/c; \xi, t) P(c, x, t), \quad (5)$$

где E — среднее значение c' в точке x' при условии, что в этой точке $n = c$; $\xi = |x' - x|$. Величина $E(c'/c)$ является, очевидно, наилучшим приближением c' при использовании метода наименьших квадратов, поэтому ее можно считать средней квадратической регрессией величины c' на величину c . В [8] фактически сделано предположение о линейной зависимости таковой регрессии

$$E(c'/c) = \langle c' \rangle + R_c \frac{\sigma_{c'}}{\sigma_c} (c - \langle c \rangle). \quad (6)$$

Здесь $R_c = R_c(\xi, t)$ — коэффициент корреляции величин c' и c ; σ — их дисперсия, т. е. пульсации величины n в точках x' и x . Обоснованием

предположения (6) в какой-то мере может служить следующий известный факт: в случае нормального закона распределения двумерной случайной величины (c, c') средняя квадратическая регрессия c' на c есть линейная функция c . По-видимому, он и послужил причиной того, что метод замыкания [8] получил название — условно гауссово приближение.

Подставим теперь (6) в (5). Положим также, что микромасштабная турбулентность квазиоднородна, т. е. средние пульсации концентрации слабо меняются на расстояниях микромасштаба $\lambda_c \left(-\frac{\partial^2 R_c}{\partial \xi^2} \Big|_{\xi=0} = \frac{2}{\lambda_c^2} \right)$.

В этом случае получим выражение

$$\langle \nabla^2 c \cdot \mathcal{P} \rangle = \left[\nabla^2 \langle c \rangle - \frac{6}{\lambda_c^2} (c - \langle c \rangle) \right] P(c, x, t). \quad (7)$$

С учетом замыканий (3) и (7) уравнение (2) для ПРВ $P(c, x, t)$ примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial t} + \tilde{u}_i \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_i \frac{\partial P}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial c} (\Psi P), \\ \Psi = \frac{6D}{\lambda_c^2} (c - \langle c \rangle) - D \nabla^2 \langle c \rangle - k(c). \end{aligned} \quad (8)$$

Такого же вида уравнение (при постоянной плотности ρ) получено в [5], однако формулировалось оно не на основе закона сохранения (1), а из предположения о том, что изменение концентрации в турбулентном потоке описывается уравнением типа Ланжевена

$$\frac{dc}{dt} = -\beta(c - \langle c \rangle) + k(c),$$

где $1/\beta = \tau_c$ — характерное время выравнивания отклонения концентрации c от среднего значения $\langle c \rangle$. Естественно, вместо коэффициента $6D/\lambda_c^2$ в (8) в уравнение для ПРВ в [5] вошел коэффициент β . Легко показать, что их можно считать одинаковыми. В случае изотропной турбулентности динамическое уравнение для коэффициента двойной корреляции $R_c(\xi, t)$ при $\xi \rightarrow 0$ принимает вид [9]

$$-\frac{1}{\sigma_c} \frac{d\sigma_c}{dt} = \frac{6D}{\lambda_c^2}. \quad (9)$$

Видно, что вырождение интенсивности пульсаций концентрации обусловлено в конечном счете молекулярной диффузией; характерное время вырождения $\tau_c = \lambda_c^2/6D$.

С другой стороны, вырождение энергии турбулентности $\frac{3}{2} u'^2$ обусловлено вязкостью [9]

$$-\frac{1}{u'^2} \frac{du'^2}{dt} = \frac{10\nu}{\lambda^2}. \quad (10)$$

При числе Шмидта $Sc = \nu/D = 1$ тейлоровский микромасштаб λ и микромасштаб λ_c примерно одинаковы, т. е. можно считать характерное время диссипации энергии турбулентности $\lambda^2/10\nu = \tau_c$. Спектральные области диссипации энергии и концентрации в этом случае также совпадают. В спектре волновых чисел k имеется область значений, для которых частоты вихрей $u'k$ совпадают с относительной скоростью диссипации полной энергии. Основной вклад в полную энергию обеспечивают «энергосодержащие» вихри, поэтому их частота

$$u'k_e = -\frac{1}{u'^2} \frac{du'^2}{dt} \text{ или } u'k_e = \frac{1}{\tau_c}.$$

Величину $1/k_e$ можно считать, очевидно, средним размером энергосодержащих вихрей или же величиной интегрального масштаба l . Микромас-

штаб времени смешения в таком случае определяется так:

$$\tau_c = l/u'. \quad (11)$$

Это же соотношение (с точностью до множителя, близкого к 1) принято и в работах [5, 10].

Коротко рассмотрим вопрос об определении коэффициента турбулентной диффузии D_t , введенного при градиентном замыкании (3) для конвективного члена уравнения (2). Умножив обе части уравнения (8) на c и интегрируя его по всему диапазону изменения $c \in [0, 1]$, получим

$$\frac{\partial \langle c \rangle}{\partial t} + \tilde{u}_i \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_t \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_i} \right) + c \Psi P \Big|_0^1 - \langle \Psi \rangle$$

или

$$\frac{\partial \langle c \rangle}{\partial t} + \tilde{u}_i \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_i} = (D_t + D) \nabla^2 \langle c \rangle + \langle k(c) \rangle. \quad (12)$$

Получилось обычное уравнение массопереноса с источниковым и диффузионным членами в правой части. Коэффициент турбулентной диффузии может войти в это уравнение только через градиентное замыкание конвективного члена $\langle u \cdot \nabla c \rangle$

$$\langle u_i'' c'' \rangle = -D_t \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial x_i}.$$

Поэтому для определения D_t , как и τ_c (или β), в общем случае надо воспользоваться одной из моделей турбулентности; при изотропной турбулентности, как известно [9], можно принять

$$D_t = u' l. \quad (13)$$

В настоящее время уравнения для ПРВ используются, как правило, при численном решении стационарных задач, чаще всего о турбулентном диффузионном пламени и значительно реже о распространении пламени в предварительно перемешанной горючей смеси [10, 11]. В [1] рассматриваются также режимы горения, когда вид функции ПРВ не принципиален с точки зрения расчета средней скорости реакции $\langle k(c) \rangle$, а поэтому может задаваться априори.

На наш взгляд, применение метода ПРВ для описания пульсирующих параметров состояния горючей смеси наиболее целесообразно и эффективно как раз при решении нестационарных задач, в частности при моделировании поджига, формирования и последующего распространения турбулентного пламени. Действительно, в установившемся режиме распространение пламени определяется в большей степени турбулентным перемешиванием (гидродинамикой) смеси, тогда как при ее воспламенении и потухании одинаково важны и турбулентность, и химическая кинетика (источник тепла). Определенная с помощью (8) ПРВ $P(c, x_i, t)$ позволяет установить статистическую связь между этими процессами и наиболее точно найти среднюю скорость реагирования смеси (выделения в ней тепла). Далее, метод уравнения для ПРВ не связан с каким-либо одним режимом турбулентного горения, например поверхностного или объемного [12]; поэтому с его помощью можно моделировать распространение пламени в широком диапазоне изменения характеристик турбулентности, вплоть до ламинарного пламени.

Естественно, что при таких сугубо нестационарных явлениях, как поджиг смеси, вид функции ПРВ существенно меняется и метод его априорного задания [1] вряд ли применим.

Ниже предпринята попытка использовать уравнение (8) для моделирования поджига неограниченной однородной турбулизированной газовой смеси малым сферическим объемом горячих продуктов сгорания. Исследуется влияние характеристик турбулентности на образование и распространение фронта горения; обратное влияние горения на турбулентность не учитывается.

Модель

Рассматривается турбулентное горение заранее подготовленной газовой смеси, поджигаемой в момент времени $t=0$ сферическим очагом, заполненным продуктами адиабатического сгорания. В условиях подобия полей всех концентраций и температуры и постоянства давления состав и термодинамическое состояние среды в любой момент зависят от распределения лишь одного компонента. Будем считать, что этим компонентом являются продукты реакции; их массовая доля $c=0$ в свежей смеси и $c=1$ в продуктах сгорания. Температура и плотность смеси определяются из соотношений

$$T(c) = T_0 + c(T_r - T_0), \quad \rho(c) = p/RT(c),$$

T_0 и T_r — соответственно начальная и конечная (при адиабатическом сгорании) температуры смеси; p — давление.

При однородной и изотропной турбулентности полагаем, что ПРВ величины c сферически симметрична; уравнение (8) в этом случае примет вид

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \tilde{u} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 D_T \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial c} (\Psi P), \quad (14)$$

где

$$\Psi = \frac{c - \langle c \rangle}{\tau_c} - D \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \langle c \rangle}{\partial r} \right) - k(\dot{c});$$

$$\langle c \rangle = \int_0^1 c P(c, r, t) dc; \quad \langle \rho \rangle = \int_0^1 \rho(c) P(c, r, t) dc.$$

Среднемассовая скорость $\tilde{u}$ определяется из уравнения неразрывности

$$\frac{\partial \langle \rho \rangle}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \langle \rho \rangle \tilde{u}) = 0. \quad (15)$$

Скорость химической реакции задается в виде аррениусовской зависимости (для стехиометрической смеси)

$$k(c) = k^* \rho(c) (1-c)^2 \exp[-E/RT(c)].$$

Здесь E — энергия активации; k^* — предэкспонент, вычисляемый из условия

$$u_{\pi}^2 = \frac{2D(1)\rho(1)}{\rho^2(0)} \int_0^1 \rho(c) k(c) dc \text{ — известная (из экспериментов для}$$

данной смеси) нормальная скорость ламинарного пламени u_{π} равна скорости, рассчитанной по формуле Зельдовича [13]. Граничные условия для системы (14), (15) следующие:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial r} \right|_{r=0, r_{\infty}} = 0, \quad \tilde{u}|_{r=0} = 0, \quad P|_{\substack{c \leq 0 \\ c \geq 1}} = 0, \quad (16)$$

r_{∞} — радиус границы, достаточно далеко удаленной от источника зажигания. В начальный момент времени $t=0$

$$P = \begin{cases} \delta(c), & r > r_0, \\ \frac{\delta(c) + \delta(c-1)}{2}, & r = r_0, \\ \delta(c-1), & r < r_0, \end{cases} \quad (17)$$

r_0 — радиус очага, от которого зависит энергия инициирования горения

$$E_{\pi} = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \rho(1) c_p (T_r - T_0).$$

Для численного интегрирования задачи (14) — (17) применялся явный конечно-разностный метод [14], разработанный для решения задач о нестационарном распространении ламинарного пламени со сложной

кинетикой. По концентрации c взято 12 внутренних узлов и 2 узла при $c = 0$ и $c = 1$; выделение двух крайних узлов продиктовано методикой разностной аппроксимации в них члена $\frac{\partial}{\partial c}(\Psi P)$, описывающего перенос ПРВ в пространстве концентраций со скоростью Ψ . Точность вычислений контролировалась по сохранению вероятности в каждой точке r ; разность $\int_0^1 P(c, r, t) dc - 1$ не превышала в расчетах 3%.

Скорость турбулентного горения

Проведена серия расчетов, в которых менялись характеристики турбулентности τ_c , D_t и энергия инициирования. Температура сгорания $T_r = 2500$ К, энергия активации $E = 30$ ккал/моль, начальные параметры среды $T_0 = 300$ К, $p = 10^5$ Н/м²; скорость ламинарного пламени в большинстве расчетов составляла 0,4 м/с, в некоторых — 1,2 м/с.

Если энергия инициирования достаточно велика, от источника зажигания начинает распространяться сферический фронт горения. Сначала вследствие турбулентной диффузии объемы холодного и горячего газа проникают друг в друга. Затем следует турбулентное смешение, которому помогает молекулярная диффузия. Наконец, образуются промежуточные концентрации, при которых становится возможным заметное реагирование. В результате химической реакции «центр тяжести» функции $P(c, r, t)$ смещается к значению $c = 1$. Когда турбулентное разбрасывание продуктов сгорания уравнивается процессом их образования в химической реакции, формируется более или менее стационарный фронт горения, распространяющийся от центра. Скорость движения этого фронта относительно свежей смеси определялась в расчетах по массовой скорости выгорания

$$u_f = \frac{\rho(1)}{\rho(0)} \frac{dr_f}{dt}, \quad r_f(t) = \left(\frac{3}{\rho(1)} \int_0^t \langle \rho c \rangle r^2 dr \right)^{1/3}.$$

Здесь $r_f(t)$ — эквивалентный радиус объема, заполненного всеми имеющимися в момент времени t продуктами сгорания, однако взятыми при плотности $\rho(1)$.

Как и следовало ожидать, с течением времени u_f не перестает изменяться даже после формирования фронта пламени; она медленно возрастает. Причина понятна: когда выпуклая сторона сферического пламени направлена в сторону свежей смеси, относительный отток тепла из зоны горения будет уменьшаться по мере распространения пламени. В теории ламинарного пламени относительный отток тепла в свежую смесь характеризуется, как известно [12], критерием деформации (Карловица)

$$\eta = 2\rho(0)/\rho(1) \cdot b/r_f$$

— относительным приростом поверхности пламени для двух положений фронта, отстоящих друг от друга на расстоянии характерной длины, т. е. ширины пламени b . Проще всего предположить линейную зависимость u_f от η

$$u_f = u_\infty (1 - A\eta). \quad (18)$$

Действительно, обработка результатов расчетов подтвердила это предположение: на больших расстояниях от очага инициирования оказалось возможным описать скорость горения формулой (18) с константой $A = 0,02$. Из нее следует, что величина u_∞ есть скорость плоского турбулентного пламени, зависящая только от свойств смеси и характеристик турбулентности, но не от условий инициирования.

Интересно было сравнить расчетные значения u_∞ с имеющимися в литературе экспериментальными данными. Модель использует две характеристики турбулентности: τ_c и D_t или u' и l ; разумно поэтому сопо-

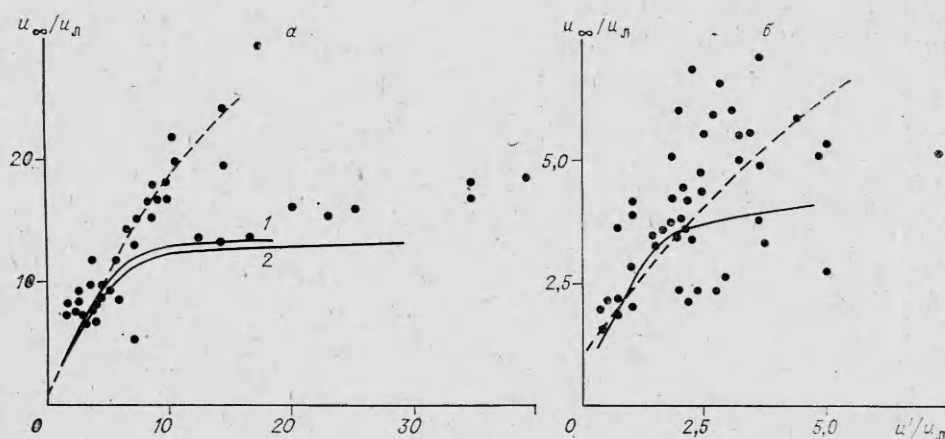


Рис. 1. Зависимость скорости горения от интенсивности пульсаций.

а) $Re = 1300$, $D_T = 200 \text{ см}^2/\text{с}$; б) $Re = 130$, $D_T = 20 \text{ см}^2/\text{с}$. u_L , м/с: 1 — 1,2, 2 — 0,4.

ставлять результаты численного эксперимента с двухпараметрической корреляцией опытных данных. В [15, 16] предложено, например, рассматривать скорость турбулентного пламени как функцию интенсивности пульсаций u' и турбулентного числа Рейнольдса $Re = u'l/\nu$. Из соотношений (11) и (13) очевидна связь $Re = D_T/\nu$, $u' = \sqrt{D_T/\tau_c}$.

На рис. 1 представлены расчетные зависимости $u_\infty(u')$. Точками отмечены опытные данные различных авторов, обобщенные в [16] для двух диапазонов чисел Рейнольдса, близких к расчетным: $Re = 1000 \div 1500$ (а), $100 \div 150$ (б). Разброс отдельных экспериментальных точек достаточно большой, прежде всего он связан с неопределенностью параметров турбулентности, используемых авторами при обработке опытов. Другие возможные причины разброса обсуждаются в обзоре [1]. Штриховые кривые на рис. 1 — вид эмпирической зависимости, предложенной в [16]. Как численный, так и физический эксперимент отражают (первый более четко) две характерные особенности хода зависимости $u_\infty(u', Re)$: линейность $u_\infty(u')$ при малых u' и выполаживание ее при больших u' . При малых значениях Re «насыщение» зависимости $u_\infty(u')$ наступает раньше, чем при больших (см. рис. 1, а, б), поэтому при больших числах Рейнольдса достигаются и большие скорости турбулентного горения.

На линейном участке наклон $u_\infty(u')$ не зависит от числа Re (см. рис. 1). Следовательно, для таких режимов

$$u_\infty \sim u' = \sqrt{D_T/\tau_c} \quad (19)$$

и не зависит от интегрального масштаба турбулентности. На участке насыщения $u_\infty(u')$ скорость горения не зависит от интенсивности пульсаций u' , а является функцией только числа Re . По результатам расчетов получается, что

$$u_\infty \sim \sqrt{Re} = \sqrt{D_T/\nu}. \quad (20)$$

Важное свойство турбулентного пламени, установленное численным экспериментом, состоит в простой связи ширины фронта горения с характеристиками турбулентности

$$b = (15 \div 20) \sqrt{D_T \tau_c} = (15 \div 20) l. \quad (21)$$

Величина b определялась как расстояние между точками фронта с концентрациями $\langle c \rangle = 0,1$ и $\langle c \rangle = 0,95$.

Зависимости (19) и (21) совпадают с выводами так называемой модели дробления вихрей, предложенной Сполдингом [17, 18]. Согласно этой модели, турбулентное пламя состоит из перемежающихся объемов

продуктов сгорания и свежей смеси, разделенных узкими зонами горения (в классификации [12] — поверхностная модель турбулентного горения). Пламя такой структуры может распространяться, если полная поверхность раздела достаточна для поддержания химической реакции. В свою очередь, достаточно развитая поверхность может быть обеспечена только путем дробления крупных объемов газа под действием турбулентных деформаций на все более мелкие и мелкие. Следовательно, скорость дробления вихрей лимитирует скорость реакции, иначе говоря, источник член $\langle k \rangle$ в уравнении (12) должен быть пропорционален скорости дробления. Для определения последней Сполдинг использовал аналогию с распадом энергосодержащих вихрей

$$\langle k \rangle \sim \sigma_c \left(-\frac{1}{u'^2} \frac{du'^2}{dt} \right).$$

Отсюда с учетом (10) имеем

$$\langle k \rangle \sim \sigma_c / \tau_c. \quad (22)$$

Такое же по структуре турбулентное пламя анализировалось в [1] методом априорного задания вида функции ПРВ. В случае больших пульсаций концентрации ($\sigma_c \rightarrow 1$) или малой перемежаемости в структуре пламени вероятность промежуточных значений $c \in (0, 1) \rightarrow 0$ и ПРВ может быть составлена из двух дельта-функций $\delta(c)$ и $\delta(1-c)$. В результате анализа в [1] удалось показать, что при $Re = u'l/\nu \gg 1$ средняя скорость реакции пропорциональна диссипации пульсаций концентрации:

$$\langle k \rangle \sim -\frac{d\sigma_c}{dt}. \quad \text{С учетом (9) это выражение принимает вид, аналогичный (22).}$$

Итак, исследуемый режим распространения турбулентного пламени описывается уравнением диффузии (12) (при $D_\tau \gg D$) с источником членом (22). Скорость фронта горения в таком случае определяется, как и в теории ламинарного пламени, соотношением $u_\infty \sim \sqrt{D_\tau \langle k \rangle}$ или $u_\infty \sim \sqrt{\sigma_c \cdot D_\tau / \tau_c}$, которое при $\sigma_c \rightarrow 1$ совпадает с результатом численного счета (19). Ширину фронта можно оценить, очевидно, отношением D_τ / u_∞ , т. е. $b \sim \sqrt{D_\tau \tau_c / \sigma_c}$, что при $\sigma_c \rightarrow 1$ совпадает с другим результатом счета (21).

Рассмотренный режим горения определяется лишь характеристиками турбулентности, точнее, только турбулентным смешением, а не химической кинетикой. Ясно, что такой режим должен реализоваться при больших временах смешения, когда $\tau_c k_{\max} \gg 1$. Действительно, результат (19) относится к линейному участку кривых $u_\infty(u')$ при $Re = \text{const}$ (см. рис. 1), т. е. он справедлив, если при малых пульсациях u' число $Re = u'l/\nu \gg 1$. Но это условие и означает, что обеспечены большие значения $\tau_c = l/u'$.

Соотношение (20) формально совпадает с результатами так называемой модели растянутого ламинарного пламени [17] (в классификации [12] — модель объемного турбулентного горения). Такая модель тем вероятнее, чем мельче масштаб турбулентности, больше ее интенсивность и чем меньше скорость химической реакции. Прежде всего, это означает, что характерное время турбулентности должно быть мало по сравнению с продолжительностью реакции: $\tau_c k_{\max} \ll 1$. Действительно, насыщение зависимости $u_\infty(u')$ при $Re = \text{const}$ (когда выполняется соотношение (20)) наступает тем раньше, чем меньше время τ_c . При условии $\tau_c k_{\max} \ll 1$ функция ПРВ стремится, очевидно, к $\delta(c - \langle c \rangle)$. Если теперь проделать те же операции, что и при выводе уравнения (12), получится также уравнение турбулентной диффузии ($D_\tau \gg D$), но с источником членом $k(\langle c \rangle)$. К рассматриваемому режиму горения приложима, следовательно, теория ламинарного пламени с заменой D на D_τ , например, $u_\infty \sim \sqrt{D_\tau}$ и зависит от кинетики реакции.

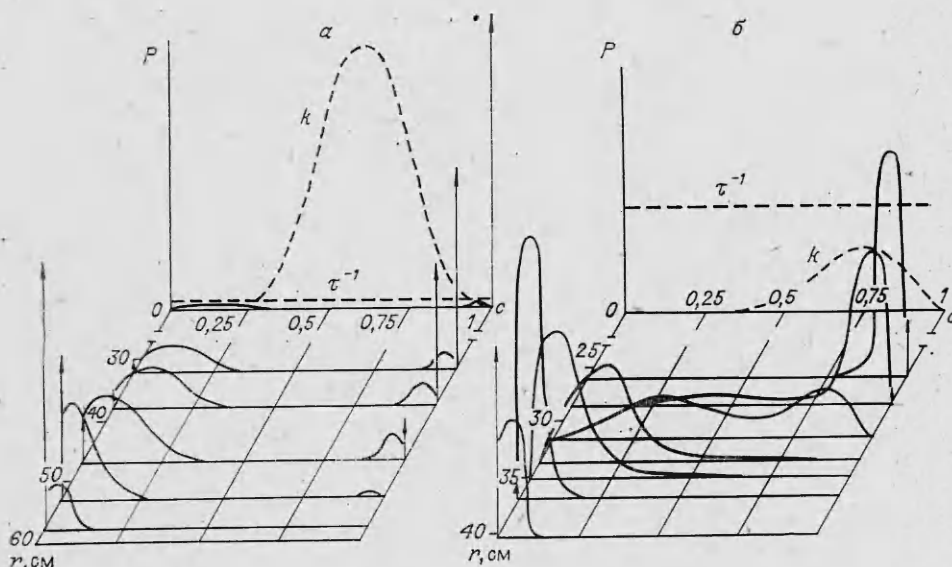


Рис. 2. Плотность распределения вероятности P при $Re = 1300$, $u_{\text{л}} = 0,4$ м/с.
а) $u'/u_{\text{л}} = 2,5$ ($\tau_c = 20$ мс); б) $u'/u_{\text{л}} = 22,5$ ($\tau_c = 0,25$ мс).

Соотношение (24) неплохо выполняется на участке выполаживания кривых $u_{\infty}(u')$ (см. рис. 1), когда $\tau_c k_{\text{max}} \sim 1$; с ростом u' скорость горения медленно возрастает, а ширина фронта уменьшается. При $\tau_c k_{\text{max}} \ll 1$ обе характеристики перестают меняться, $b \rightarrow \sqrt{D_T/k_{\text{max}}}$. Однако насыщение по скорости наступает гораздо раньше (при меньших u'), чем по ширине фронта.

Интересно проследить за структурой фронта пламени, соответствующей двум рассмотренным выше режимам. На рис. 2 представлены зависимости ПРВ от концентрации и расстояния до очага поджига для двух характерных точек на кривой 2 рис. 1, а. В первом случае (рис. 2, а) имеет место «черно-белое» смешение, почти вся плотность вероятности $P(c)$ сосредоточена вблизи точек $c = 0$ и $c = 1$, а в области заметной химической реакции она практически равна нулю. Естественно, средняя скорость выделения тепла реакции лимитируется турбулентным смешением. С ростом u' (или уменьшением τ_c) интенсифицируется процесс смешения находящихся рядом объемов продуктов сгорания и свежей смеси; образуются объемы газа с промежуточными концентрациями, которые благодаря быстрой химической реакции фактически мгновенно превращаются в продукты сгорания. В результате ПРВ, находящаяся вблизи $c = 0$, с ростом u' «исчерпывается» быстрее, ширина фронта пламени уменьшается, а его скорость увеличивается.

При достаточно больших u' (см. рис. 2, б) картина принципиально меняется. Свежая смесь и продукты реакции уже не соприкасаются рядом, а при промежуточных значениях c ПРВ не везде обращается в нуль. Следует обратить внимание на то, что у переднего края фронта пламени с большой вероятностью можно обнаружить объемы газа с заметной концентрацией. Они не могли быть заброшены сюда турбулентной диффузией, поскольку таких «соседей» нет. Остается, следовательно, другой путь — моль с продуктами сгорания, оказавшийся в свежей смеси, почти мгновенно «растворяется» в ней ($\tau_c = 0,25$ мс) и образуется подогретый газ, температура которого все же низка для воспламенения. Конечно, с течением времени состояние этого газа смещается в сторону увеличения c , но интенсивное турбулентное смешение удерживает его от реагирования ($\tau_c k < |c - \langle c \rangle|$); чем меньше τ_c , тем острее максимум ПРВ для подогретой смеси. Как только этот максимум смещается в область, где $\tau_c k(c) \sim |c - \langle c \rangle|$, накопившаяся смесь сгорает вся сразу и в очень узкой зоне; небольшой максимум ПРВ образуется еще вблизи $c = 1$.

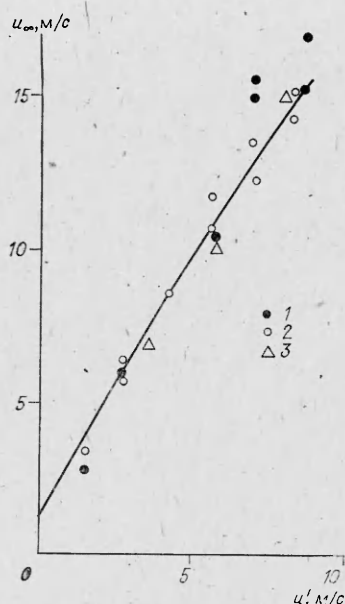


Рис. 3. Зависимость скорости горения от интенсивности пульсаций при $u_d = 1,2$ м/с. Точки — опытные данные [19] для смесей различного состава. u_d , м/с: 1 — 0,8, 2 — 1,4, 3 — 0,7.

С увеличением u' (уменьшением τ_c) зона предварительного подогрева сужается, но, с другой стороны, сужается и зона заметной химической реакции. Этим обстоятельством, по-видимому, и объясняется упомянутый выше результат расчета: уменьшение ширины фронта пламени на начальном участке насыщения зависимости $u_\infty(u')$ при $Re = \text{const}$. Из-за сужения ширины фронта на этом участке $u_\infty(u')$ начинает сказываться влияние молекулярной диффузии. Именно поэтому кривая 1 на рис. 1, а лежит выше кривой 2. При $u' \rightarrow 0$ ($Re = \text{const}$), напротив, молекулярный эффект исчезает, а предел u_∞ отличен от u_d . В действительности же такой случай соответствует $l \rightarrow \infty$ и из-за ограни-

ченности размеров экспериментальных установок никогда не реализуется.

Представление скорости турбулентного горения u_∞ как функции u' при $Re = \text{const}$ не традиционно. Во многих работах экспериментальные данные представлены в виде зависимости $u_\infty(u')$ без указания величины масштаба турбулентности и не ясно, менялся ли он или оставался постоянным при изменении интенсивности пульсаций u' . На рис. 3 показано сопоставление результатов расчета с опытными данными по распространению сферического турбулентного пламени в бомбе [19]. Сопоставление проведено в предположении, что масштаб l с ростом u' не менялся; для определенности выбрано значение $l = 4$ мм, принятое авторами [15] при обработке результатов [19]. Следует учесть, что данные рис. 3 хорошо описываются линейной зависимостью $u_\infty(u')$ и, как выше установлено, не зависят от выбора масштаба турбулентности. Сравнение расчета с экспериментом выполнено только для одной температуры $T_r = 2500$ К; при более низких ее значениях $T_r \leq 2150$ К имеет место выполаживание и даже снижение экспериментальных кривых $u_\infty(u')$ и выбор расчетного значения l становится принципиальным.

Из рис. 3 видно, что при $u' \rightarrow 0$, т. е. при одновременном стремлении $D_r \rightarrow 0$ и $\tau_c \rightarrow \infty$, скорость горения стремится к своему значению в ламинарном режиме $u_d = 1,2$ м/с. При увеличении u' , как и прежде (см. рис. 1), происходит смена режимов турбулентного горения, однако гораздо медленнее. Получается и выполаживание кривых $u_\infty(u')$ (но не насыщение!), если «ослабить» кинетику реакции, например разбавив смесь.

При выводе уравнения (8) использовалась гипотеза о градиентном замыкании (3) члена, учитывающего турбулентный перенос ПРВ. В то же время из соотношения (21) видно, что исследовались такие режимы распространения пламени, в которых его ширина много больше интегрального масштаба турбулентности, т. е. с точки зрения соотношения пространственных масштабов введение коэффициента турбулентной диффузии вполне обосновано. Однако данная гипотеза, равно как и гипотеза о турбулентном смешении (7), справедлива, строго говоря, если при фиксированном s характерное время турбулентных пульсаций $\tau_c = l/u'$ меньше времени химического превращения $1/k(c)$. На рис. 2, а, б в плоскости (P , c) проведено сравнение этих времен. Видно, что при больших τ_c неравенство $\tau_c k(c) < 1$ для некоторого интервала значений c не выполняется. Однако вероятность таких значений концентраций практически равна нулю.

Критическая энергия инициирования

В результате параметрического исследования задачи установлено, что для каждой пары фиксированных D_T и τ_c (или u' и l) существует минимальная энергия зажигания E_{π} , ниже которой турбулентное пламя не формируется. Так, при $D_T = 200 \text{ см}^2/\text{с}$ и $\tau_c = 0,25 \div 10 \text{ мс}$ необходимая для инициирования энергия соответственно меняется от 1 до 10 Дж; при $\tau_c \rightarrow \infty$ энергия неограниченно возрастала. Казалось бы, этот эффект объясняется очень просто: турбулентная диффузия «разбрасывает» продукты сгорания из источника по всему объему, а турбулентное смешение не успевает перемешать их со свежей смесью до концентраций, при которых возможно воспламенение. На самом же деле в пределе $\tau_c \rightarrow \infty$ ($D_T = \text{const}$) должно образовываться искривленное ламинарное пламя и энергия его инициирования не должна быть велика. Вместо этого в численном эксперименте происходит следующее. В момент зажигания ламинарный фронт едва только успеет сформироваться, как оказывается неустойчивым и разрушается под действием турбулентной диффузии; последняя быстро снижает градиент средней концентрации, который в начальный момент достаточно велик. После этого действие молекулярного смешения вообще перестает сказываться. Таким образом, при очень больших τ_c , но конечных D_T сформулированная выше модель не описывает реального пламени.

Гораздо больший интерес представляет наличие критических условий зажигания при увеличении интенсивности турбулентности. Рассмотрим ситуацию, когда $l = \text{const}$, а u' увеличивается. Так, в численном эксперименте для $u_{\pi} = 0,4 \text{ м/с}$, $l = 6 \text{ мм}$, $u' = 0,3 \text{ м/с}$ смесь воспламенялась при $E_{\pi} = 10$ и 1 Дж, однако в случае увеличения u' до 3 м/с фронт пламени образовывался только при $E_{\pi} = 10$ Дж. Аналогичный эффект установлен экспериментально при искровом поджиге турбулизированной смеси в сферической бомбе [19] и в изотропном потоке [20]. В [19] зарегистрировано, что при достижении некоторого большого значения u' пламя уже не заполняет всего объема сферы, в отдельных ее зонах оно затухает.

Объяснение затухания пламени подобно тому, которое дано для режимов горения, свойственных участку насыщения кривых $u_{\infty}(u')$ при $Re = \text{const}$. Большая интенсивность турбулентного смешения также препятствует развитию химической реакции. Продукты горения успевают так хорошо перемешаться со свежей смесью, что устанавливается температура, слишком низкая для последующего воспламенения. Если размеры очага малы, в центр сферы из-за турбулентной диффузии проникает относительно большое количество свежей смеси, что и позволяет затем турбулентному смешению быстро растворить в ней исходные продукты сгорания.

Рис. 4 иллюстрирует распределение вероятности в пламени свежей смеси и продуктов сгорания в последовательные моменты времени. При $E_{\pi} = 1$ Дж свежая смесь с большой вероятностью проникает в центр очага, а продукты реакции здесь быстро исчезают. При $E_{\pi} = 10$ Дж в первоначальном очаге уже меньше свежей смеси, вероятность нахождения продуктов сгорания вначале также снижается, однако, поскольку в образовавшихся из-за смешения очагах остается теперь более горячая смесь, химическая реакция не затухает. Далее вероятность продуктов сгорания в центре сферы начинает расти, формируется фронт пламени. Расчеты ПРВ в очаге зажигания находятся в качественном согласии с шпирен-фотографиями [19] очага вблизи предела зажигания.

Величина пульсаций скорости u' , при которой начинают сказываться критические явления (затухание очага), зависит, как оказалось, от соотношения между временными масштабами турбулентного смешения и химической реакции. Чем слабее кинетика ($\tau_c k_{\max} < 1$), тем раньше (при меньших u') начинается срыв турбулентного горения. Этот вывод также находится в полном соответствии с результатами [19]: при

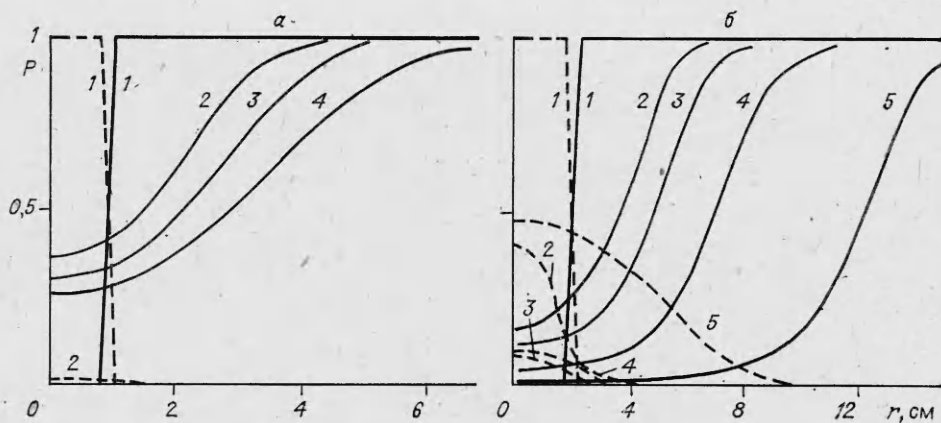


Рис. 4. Распределения вероятности P в пламени свежей смеси (сплошные кривые) и продуктов сгорания (штриховые).

а) $E_{II} = 1$ Дж, t , мс: 1 — 0, 2 — 0,75, 3 — 1,5, 4 — 3; б) $E_{II} = 10$ Дж, t , мс: 1 — 0, 2 — 0,8, 3 — 1,6, 4 — 3,2, 5 — 6,4.

разбавлении реагирующей смеси инертными газами критические явления, а вместе с ними и резкое снижение кривой зависимости $u_{\infty}(u')$ наблюдаются для меньших u' .

Поступила в редакцию 18/V 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Н. К. Брей. — В кн.: Турбулентные течения реагирующих газов. М.: Мир, 1983.
2. Е. Е. О'Брайен. — Там же.
3. В. Р. Кузнецов, В. А. Фрост. Изв. АН СССР. МЖГ, 1973, 2.
4. T. S. Lundgren. Phys. Fluids, 1967, 10, 969.
5. В. А. Фрост. Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1973, 6.
6. S. B. Pope. Comb. Flame, 1976, 27, 299.
7. C. Dorazo. Phys. Fluids, 1979, 22, 20.
8. C. Dorazo, E. E. O'Brien. Comb. Sci. Technol., 1976, 13, 99.
9. И. О. Хинце. Турбулентность, ее механизм и теория. М.: Физматгиз, 1963.
10. В. А. Фрост. — В кн.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1977.
11. S. B. Pope. 18-th Symp. (Intern.) on Combustion. Pittsburgh, 1981.
12. Е. С. Щетинков. Физика горения газов. М.: Наука, 1965.
13. Я. Б. Зельдович и др. Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
14. R. D. Reitz. 18-th Symp. (Intern.) on Combustion. Pittsburgh, 1981.
15. R. G. Abdel-Gayed, D. Bradley. 16-th Symp. (Intern.) on Combustion. Pittsburgh, 1977.
16. R. G. Abdel-Gayed, D. Bradley. Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1981, A301, 1457.
17. D. B. Spalding. 13-th Symp. (Intern.) on Combustion. Pittsburgh, 1971.
18. D. B. Spalding. Chem. Eng. Sci., 1971, 26, 96.
19. А. С. Соколик, В. П. Карпов, Е. С. Семенов. ФГВ, 1967, 3, 1.
20. D. R. Ballal, A. M. Lefebvre. Proc. Roy. Soc. London, 1977, A357, 163.

ОСОБЕННОСТИ ПУЗЫРЬКОВОГО ВОСПЛАМЕНЕНИЯ И ГОРЕНИЯ С ОБРАЗОВАНИЕМ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ПРОДУКТОВ

А. Д. Лебедев, А. С. Соколов
(Ленинград)

Погружное горение широко используется в химической технологии и металлургии [1, 2]. Для выяснения основных закономерностей подобного типа горения и возможности управления техническими устройствами, использующими его, необходимо исследовать процессы, происходя-