

# ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ В МИКРООБЛАСТЯХ ПОЛИКРИСТАЛЛОВ ПРИ ПОМОЩИ ФОТОУПРУГИХ ПОКРЫТИЙ

А. Я. Александров, Л. А. Краснов, В. А. Кушнеров

(Новосибирск)

Метод фотоупругих покрытий благодаря ряду достоинств (весьма малая база измерений, удобство замеров и возможность регистрации всего деформированного поля, надежность как при упругом, так и при пластическом деформировании и др.) нашел широкое применение для определения деформаций в различных элементах конструкций [1-4]. Был выполнен также ряд работ [3-9], посвященных исследованию при помощи этого метода полей деформаций в зернах металлов (по другой терминологии — «микрорелеформаций»).

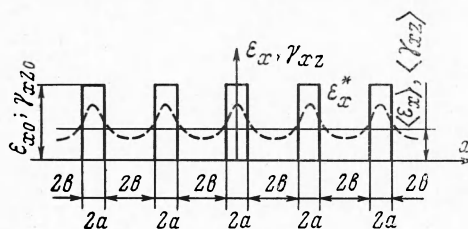
Однако попытка количественного определения деформаций в этом случае наталкивается на вопросы о разрешающей способности и погрешностях метода, определяющие для каких областей (по размерам и характеру деформирования) результаты замеров можно считать достаточно достоверными.

Ниже рассматриваются эти и некоторые другие вопросы, связанные с применением метода фотоупругих покрытий для количественных измерений деформаций в микрообластях поликристаллов. Излагаются вопросы методики и техники эксперимента. Для увеличения чувствительности предлагается компенсационный способ измерения оптической разности хода лучей в покрытии с фотографической регистрацией результатов. Приводятся некоторые результаты исследования деформаций по полю зерен металлов. Размеры областей, в которых надежно определялись деформации в 0.1%, имели порядок  $10^{-2}$  мм. Описываются методика и результаты исследования остаточных напряжений в зернах после макрооднородной пластической деформации образцов.

1. О разрешающей способности метода. Выбор толщины фотоупругого покрытия. Деформации по толщине покрытия в общем случае распределены неравномерно, и их осредненные значения, измеряемые при нормальном просвечивании покрытия, не равны деформациям на поверхности образца.

Связанная с этим погрешность при уменьшении толщины покрытия уменьшается, а разрешающая способность метода соответственно возрастает.

Однако возможность уменьшать толщину слоя ограничивается чувствительностью аппаратуры, измеряющей оптическую разность хода. Поэтому, если приходится применять покрытия, толщина которых превышает размеры областей, где имеет место концентрация деформаций, то прежде всего надо выяснить — можно ли различить эти



Фиг. 1

области, т. е. вопрос о разрешающей способности метода. Если разрешающая способность достаточна, то можно оценить величину погрешности, используя известные способы [10,11]. Можно считать, что эта погрешность сравнительно невелика, если толщина покрытия не превышает размера участка образца, где деформация постоянна или изменяется линейно, и замер производится на расстоянии, не меньшем толщины покрытия, от края участка.

Рассмотрим вопрос об определении разрешающей способности в случае, когда распределение деформаций вдоль оси  $x$ , лежащей в плоскости образца, характеризуется П-образным графиком, показанным сплошной линией на фиг. 1. Такое распределение может иметь место, если деформирование происходит за счет развития полос скольжения шириной  $2a$  с шагом  $2l$  (ось  $x$  перпендикулярна к направлению полос, ось  $z$  — параллельна им,  $\gamma_{xz}$  — деформации сдвига,  $l = a + b$ ). Такой же график распределения деформаций может иметь место при растяжении в направлении оси  $x$  образца с системой нормальных к этой оси трещин шириной  $2a$  с шагом  $2l$ . Приведем решение для образца с трещинами.

Примем, что образец и покрытие работают в условиях плоского деформированного состояния, а поверхность образца, на которую приклеено покрытие, не искривляется. Граничные условия для покрытия имеют вид: при  $y = c$   $\sigma_y = 0$ ,  $\tau_{xy} = 0$ , при  $y = 0$   $V = \text{const}$ ,  $\epsilon_x = \epsilon_{x0}$  (на участках  $2a$ ), при  $y = 0$   $\epsilon_x = 0$  (на участках  $2b$ ). Здесь  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  — компоненты напряжения в покрытии,  $c$  — толщина покрытия,  $V$  — смещение по оси  $y$ , ось  $y$  направлена по нормали к плоскости приклейки.

Используя известное решение плоской задачи теории упругости в рядах, найдем деформацию  $\epsilon_x(xy)$  в покрытии.

При просвечивании покрытия по направлению оси  $y$  измеряется средняя по толщине покрытия деформация

$$\varepsilon_x^* = \frac{1}{c} \int_0^c \varepsilon_x dy \quad (1.1)$$

Введем найденное выражение  $\varepsilon_x$  в (1.1) и получим

$$\varepsilon_x^* = \varepsilon_{x0} \left[ \varphi + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{k_n}{n} \sin n\pi(1-\beta) + \cos n\pi \frac{x}{l} \right] \quad (1.2)$$

$$k_n = \frac{2}{u} \left\{ \frac{(1-u^2)(2u + \operatorname{sh} 2u) + 2m(1+m)u \operatorname{ch} u - 2m(1+m) \operatorname{ch} u}{[4 - (1-m)^2] \operatorname{ch} 2u + 2(1+m)^2 u^2 + (1-m)^2 + 4} \right\}$$

$$\beta = \frac{b}{l}, \quad \varphi = \frac{a}{l}, \quad \gamma = \frac{c}{l}, \quad m = \frac{\mu}{1-\mu}, \quad l = a + b, \quad u = n\pi \frac{c}{l}$$

Здесь  $\mu$  — коэффициент Пуассона материала покрытия.

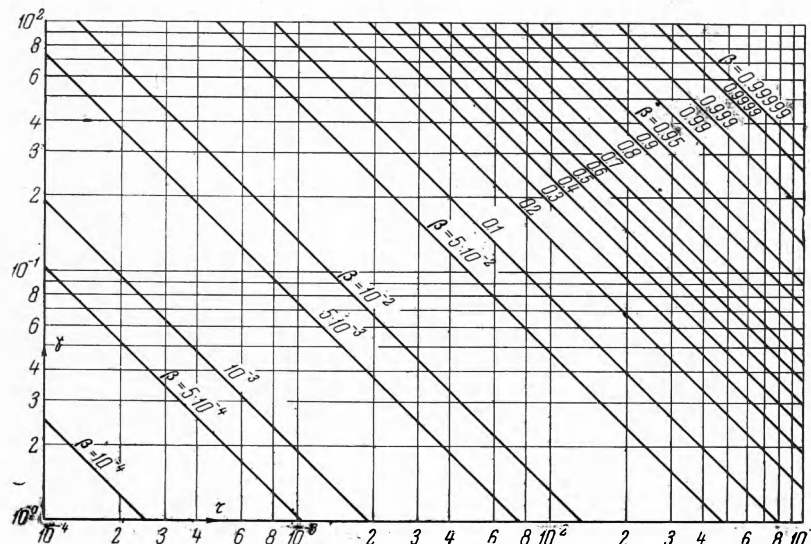
При увеличении толщины покрытия значение измеряемой деформации  $\varepsilon_x^*$  приближается к средней величине  $\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon_{x0} \varphi$ . С уменьшением толщины покрытия значение  $\varepsilon_x^*$  (пунктир на фиг. 1) приближается к величине деформации  $\varepsilon_x$  на поверхности образца. Будем считать, что покрытие обладает достаточной для рассматриваемого случая разрешающей способностью, если можно обнаружить неравномерность деформирования исследуемого образца, т. е.

$$\max \varepsilon_x^* - \min \varepsilon_x^* \geq R \Delta_0 \quad (1.3)$$

Здесь  $\max \varepsilon_x^*$ ,  $\min \varepsilon_x^*$  — максимальная и минимальная величина измеренных деформаций,  $R$  — оптико-механическая постоянная покрытия,  $\Delta_0$  — точность измерения оптической разности хода; при методе счета полос  $\Delta_0 = 0.5 \lambda$ , при использовании компенсаторов  $\Delta_0 \approx 0.01 \lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны используемого монохроматического света. Перепишем условие (1.3) в виде

$$\langle \varepsilon \rangle r \geq R \Delta_0 \quad [r = (\max \varepsilon_x^* - \min \varepsilon_x^*) / \langle \varepsilon \rangle] \quad (1.4)$$

Значения коэффициента разрешающей способности покрытия  $r$ , зависящие от толщины покрытия и характера деформирования образца, представлены на фиг. 2

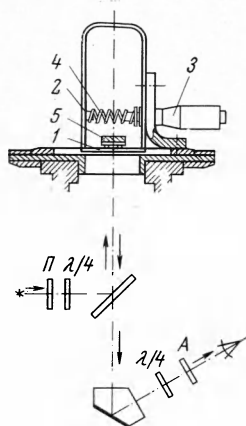


Фиг. 2

В том случае, когда распределение деформаций соответствует не пачке параллельных трещин, а одиночной трещине, аналогичные оценки и формулы записываются при помощи результатов работы [11]

**2. Техника эксперимента.** Установка для исследования (фиг. 3) была собрана на базе серийного металлографического микроскопа МИМ-5, в оптическую систему которого были добавлены поляризатор  $P$ , анализатор  $A$  и в необходимых случаях вводились слюдяные пластинки  $\lambda/4$ , дававшие оптическую разность хода в  $\lambda/4$  длины волны используемого монохроматического света. Растяжение образцов производилось на специальной разрывной машине с пружинным силоизмерителем.

Для измерения оптической разности хода лучей в покрытии был разработан специальный механический иммерсионный компенсатор, рабочей частью которого является чувствительная пластинка 1, выполненная из оптически активного материала. Эта пластинка приклеивается концами к стальной скобе 2 и растягивается при помощи микрометричного винта 3, шкала которого служит мерилем оптической разности хода. Пружина 4 обеспечивает увеличение хода винта. Шкала такого компенсатора почти строго линейна, что упрощает тарировку и работу с прибором. Компенсатор закрепляется таким образом, чтобы чувствительная пластинка перекрывала все рабочее поле образца и прилегал к покрытию. В зазор между этой пластинкой и покрытием вводится иммерсионная жидкость, устраняющая мешающий фон [12].



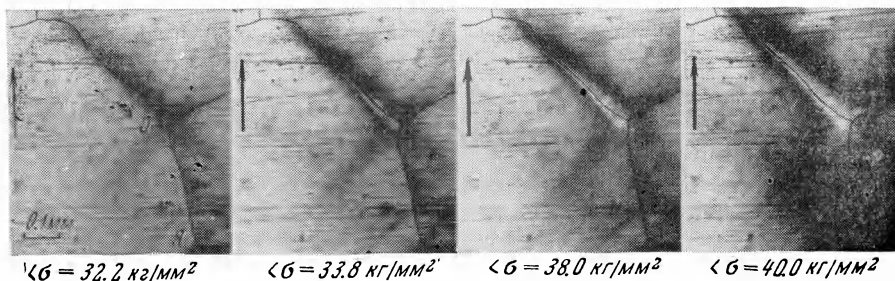
Фиг. 3

Поворотное устройство, устанавливаемое на столе микроскопа, позволяет поворачивать все нагрузочное устройство с образцом 5 (на фиг. 3 показано его поперечное сечение) и компенсатором относительно микроскопа для определения параметра изоклин и дополнительно поворачивать компенсатор относительно образца при измерении оптической разности хода. Порядок полос интерференции в установке, собранной по схеме фиг. 3, зависит как от величины оптической разности хода лучей в модели и компенсаторе, так и от взаимной ориентации оптических осей компенсатора и покрытия. Если оси компенсатора совпадают с направлением главных деформаций в покрытии и, кроме того, составляют угол  $45^\circ$  с осью поляризатора, то действительный порядок полосы  $n$  в покрытии может быть вычислен по формуле

$$n = n^* \pm \delta / \lambda \quad (2.1)$$

Здесь  $n^*$  — порядок полосы, которая регистрируется на фотопластинке при одновременном просвечивании покрытия и компенсатора,  $\delta$  — оптическая разность хода, которую свет получает в компенсаторе,  $\lambda$  — длина волны света. Знак «плюс» в формуле следует удерживать в том случае, если компенсатор работал «на вычитание», т. е. совпадали разноименные оси компенсатора и образца.

В установке, где компенсация ведется сразу по всему полю модели, выполнение условий, при которых справедлива формула (2.1), возможно только в отдельных точках, лежащих на изоклине одного параметра. Воспользовавшись результатами работы [13], где рассматривался случай измерения при несовпадении осей компенсатора и модели, можно показать, что если угол разориентировки не превышает  $10^\circ$ , погрешность измерений будет меньше 6%. Это дает возможность с приемлемой точностью производить

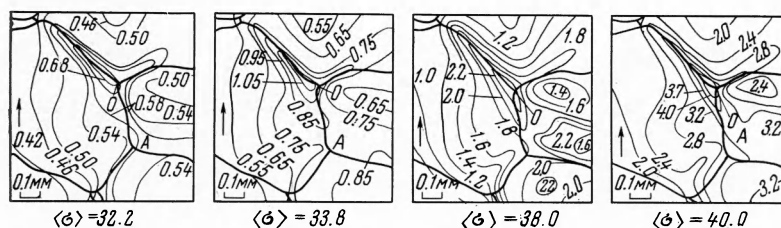


Фиг. 4

компенсацию одновременно для целой области модели, где параметры изоклин не отличаются более чем на  $20^\circ$ . Результаты компенсации регистрируются на фотопластинке, для чего последовательно выполняется несколько снимков при различных отсчетах по компенсатору, оси которого устанавливаются в соответствии со средним параметром изоклины для исследуемой области. Действительный (дробный) порядок полос в покрытии с точностью, указанной выше, подсчитывается по формуле (2.1). Примеры картин полос, полученных с применением компенсации по полю, показаны на фиг. 4.

Для изготовления покрытия на отполированную и обезжиренную поверхность образца наносилась композиция из смолы ЭД-6, отвердителя (малеиновый ангидрид,

33% от веса смолы) и пластификатора (дибутилфталат, 12% от веса смолы). В некоторых случаях предварительно проводилось легкое травление поверхности образца для выявления структуры. Для того чтобы получить покрытие требуемой толщины, образец прижимался к прокладкам из калиброванной проволоки, лежащим на шлифованном стекле. Для предотвращения прилипания смолы стекло предварительно несколько раз поливалось 0.5%-ным раствором триацетата целлюлозы в хлористом метиле и просушивалось в защищенной от пыли камере термостата сначала при комнатной температуре, а затем при 50—60° С. Полимеризация смолы велась при 140° С в течение 6 час, после чего образец с покрытием отделялся от стекла. Таким способом получались покрытия толщиной от 0.01 до 0.05 мм с отклонением от этих размеров не более 0.001 мм. Оптико-механическая постоянная для покрытия измерялась при испытании тех же образцов в пределах упругости. Для тарировки при больших деформациях в тех же условиях изготавливались специальные образцы для исследований как на просвет, так и в отраженном свете.



Фиг. 5

Для выбора толщины фотоупругого покрытия, с точки зрения обеспечения необходимой разрешающей способности, по данным предварительных исследований аналогичных образцов приближенно намечались минимальные размеры областей концентрации деформаций и расстояний между этими областями, которые могут иметь место. Далее, в первом приближении принималось, что распределение этих деформаций изображается П-образным графиком. Затем по формуле (1.2) определялась максимально допустимая толщина покрытия, при которой такие области можно будет обнаружить. В действительности, в описываемых ниже экспериментах толщина покрытия принималась меньше найденной указанным путем. После выполнения экспериментов в некоторых случаях производилась оценка погрешностей, связанных с влиянием толщины покрытия.

**3. Исследование микродеформаций образцов из сталей Э3А и У7 при растяжении.** На описанной установке испытывались на растяжение плоские образцы (с сечением в рабочей части  $4.0 \times 1.2$  мм) из сталей Э3А и У7. Заготовки для получения крупного зерна отжигались при 1200° С в течение 5 час. После отжига характеристики сталей были такими: средний размер зерна 0.7 и 0.5 мм соответственно, предел пропорциональности 34.4 и 49.0 кг/мм<sup>2</sup>, условный предел текучести 38.9 и 62.9 кг/мм<sup>2</sup>.

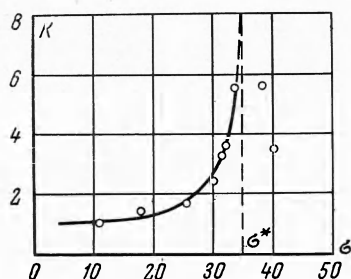
Исследовалось распределение деформаций в рабочей части образца при нескольких ступенях нагружения, соответствовавших упругому и упруго-пластическому деформированию. На каждой ступени нагружения делалось до семи фотоснимков при различных отсчетах по шкале компенсатора, что позволило получить деформации для всего рабочего поля образца.

В качестве примера на фиг. 4 приведены такие снимки для образца из стали Э3А, полученные при средних растягивающих напряжениях в сечении 32,2 кг/мм<sup>2</sup>, 33.8 кг/мм<sup>2</sup>, 38.0 кг/мм<sup>2</sup>, 40.0 кг/мм<sup>2</sup> и при отсчетах по шкале компенсатора соответственно 0.15, 0.22, 0.48, 0.86 длины волны применяемого света. На этих снимках видны полосы интерференции (темные участки) и границы зерен (последние для четкости отретушированы). Направление растяжения отмечено стрелкой. После обработки таких снимков были получены величины разности главных деформаций по рабочему полю образца при всех нагрузках. В качестве примера на фиг. 5 показаны линии  $\epsilon_1 - \epsilon_2 = \text{const}$ , характеризующие распределение разности главных деформаций в процентах для элемента рабочей части образца при указанных выше четырех этапах нагружения. Здесь показаны также границы зерен. Неоднородность деформирования в микрообластях оценивалась коэффициентом концентрации деформаций

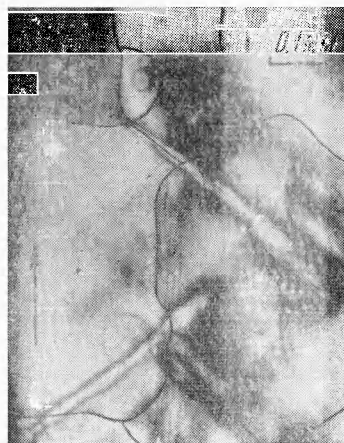
$$k = \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)_{\max}}{\langle \epsilon_1 - \epsilon_2 \rangle} \quad (3.1)$$

Здесь  $(\epsilon_1 - \epsilon_2)_{\max}$  — наибольшее измеренное и  $\langle \epsilon_1 - \epsilon_2 \rangle$  — среднее значение разности главных деформаций на поверхности образца.

Неоднородность деформирования для образцов из стали Э3А становилась заметной при средних напряжениях в поперечном сечении, начиная с  $\langle \sigma \rangle = 17.6 \text{ кг/мм}^2$  и выше. Например, при среднем значении  $\langle \sigma \rangle = 17.6 \text{ кг/мм}^2$  коэффициент концентрации, вычисленный по формуле (3.1) в точке  $O$ , где встречаются границы трех зерен (см. фиг. 5), оказался равным 1.32. При увеличении нагрузки он продолжал расти (фиг. 6), причем до напряжений  $\langle \sigma \rangle = 40 \text{ кг/мм}^2$  участки интенсивного деформирования располагались у границ зерен и, чаще всего, не пересекали самого зерна. На фиг. 6 и далее  $\sigma^*$  — предел пропорциональности. В отдельных случаях и при меньших напряжениях были заметны интерференционные линии, напоминавшие полосы скольжения, внутри зерен (см. зерно, расположенное слева от границы  $OA$  на фиг. 4).

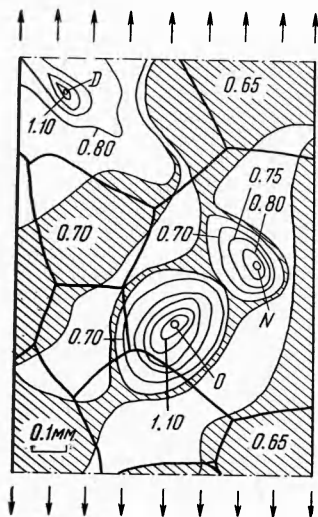


Фиг. 6



Фиг. 7

На более поздних этапах нагружения (при деформациях по границам зерен  $\varepsilon_1$  —  $\varepsilon_2 > 6.0\%$ ) участки интенсивного деформирования распространялись и на внутреннюю часть зерен. Например, на фиг. 7 видны полосы интерференции, соответствующие разности главных деформаций 6.6%. Слева здесь виден край образца. Заметим, что при деформациях больше 3.5% появлялась дополнительная погрешность измерения, связанная с релаксацией напряжений в покрытии. Однако влияние такой погрешности незначительно, если продолжительность эксперимента невелика.



Фиг. 8

У одного образца из стали Э3А, имевшего до испытания явно выраженные следы двойникования, при  $\langle \sigma \rangle = 19.8 \text{ кг/мм}^2$  была отмечена концентрация деформаций у границ двойникования, направление которых составляло с продольной осью образца угол, близкий к  $45^\circ$ . Границы двойников, имевшие существенно иную ориентацию, не оказывали заметного влияния на характер распределения деформаций, пока среднее напряжение в поперечном сечении образца было меньше предела пропорциональности.

При испытаниях образцов из стали У7 неоднородность деформирования становилась заметной, начиная от напряжений  $\langle \sigma \rangle = 40.0 \text{ кг/мм}^2$  и выше. На фиг. 8 для такого образца при  $\langle \sigma \rangle = 60.0 \text{ кг/мм}^2$ , показаны линии и заштрихованы области, где  $\varepsilon_1$  —  $\varepsilon_2 = \text{const}$ . Видимая здесь зона концентрации деформаций в точке  $O$  была отмечена при  $\langle \sigma \rangle = 40.0 \text{ кг/мм}^2$  и с ростом нагрузки распространилась по зерну в направлении, составившем с продольной осью образца угол, близкий к  $45^\circ$ . При на-

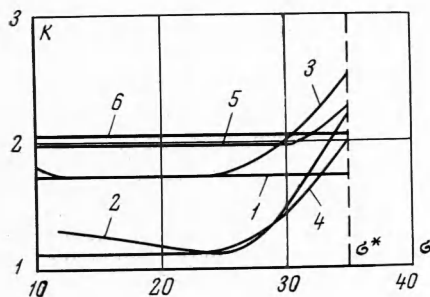
пряжении  $\langle \sigma \rangle = 53.0 \text{ кг/мм}^2$  появился центр концентрации в точке  $N$ , от которого зона концентрации распространялась в направлении к точке  $D$ .

Описанный характер деформирования сохранялся для большинства других образцов из этой стали. Однако некоторые образцы на ранних стадиях нагружения деформировались подобно стали Э3А, т. е. источником концентрации деформаций являлись благоприятно ориентированные границы зерен.

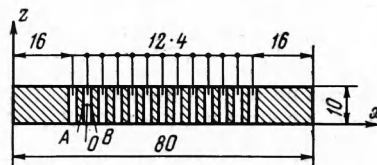
**4. Концентрация деформаций вблизи отверстия малого радиуса.** Известно, что структура реальных зернистых материалов влияет на коэффициенты концентрации напряжений или деформаций вблизи выкружек малого радиуса, соизмеримых с величиной зерен [14]. Было выполнено экспериментальное исследование концентрации деформаций при осевом растяжении образцов с круговым отверстием, выполненных из стали Э3А, характеристики которой приведены выше. Размеры образцов и расчетные значения коэффициента концентрации напряжений  $k_m$  (равного отношению наибольшего напряжения на контуре отверстия к среднему напряжению на бесконечности) для однородного изотропного упругого материала [15] приводятся ниже.

| Номер образца        | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    |
|----------------------|------|------|------|------|------|------|
| Ширина рабочей части | 6.94 | 3.94 | 8.98 | 9.04 | 8.96 | 8.85 |
| Диаметр отверстия    | 1.20 | 1.64 | 1.67 | 2.53 | 3.36 | 6.20 |
| Коэффициент $k_m$    | 3.04 | 3.79 | 3.05 | 3.25 | 3.54 | —    |

Аналогичные коэффициенты концентрации  $k$  по деформациям в точках контура отверстия, лежащих на диаметре, перпендикулярном к направлению растяжения, полученные экспериментально для разных уровней нагружения ( $\langle \sigma \rangle \leq \sigma^*$ ), приведены на фиг. 9. По горизонтальной оси отложено среднее напряжение в ослабленном сечении в  $\text{кг/мм}^2$ , цифры на кривых соответствуют номерам образцов. При средних напряжениях в ослабленном сечении около  $16 \text{ кг/мм}^2$  была отмечена концентрация деформаций и в других точках у контура отверстия, там, где на этот контур выходили границы зерен, составлявшие с продольной осью образца угол, близкий к  $45^\circ$ . Увеличение нагрузки до напряжения  $\text{кг/мм}^2$ , как правило, приводило к интенсивному деформированию у всех границ зерен независимо от наличия отверстия, и рост коэффициентов концентрации деформаций на контуре отверстия для образцов 2, 3, 4, 5 при больших нагрузках (фиг. 9) может быть объяснен влиянием ближайших границ зерен.

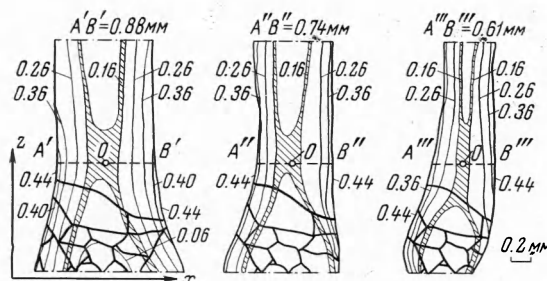


Фиг. 9



Фиг. 10

**5. Исследование остаточных напряжений в зернах стали после ее предварительной пластической деформации.** Проводилось исследование остаточного напряженного состояния в зернах металла методом разрезки образца с фотоупругим покрытием на



Фиг. 11

полоски. На образцы размерами  $10 \times 80 \times 0.3 \text{ мм}$  из листовой стали Э3А в состоянии поставки (имевшей крупнозернистую структуру) после предварительного пластического растяжения на разрывной машине наносилось покрытие толщиной  $0.14 \text{ мкм}$  (часть образцов не деформировалась и использовалась в последующем для сравнения). Для получения более однородного состояния по толщине, близкого к состоянию поверхностного слоя металла, каждый образец стравливался до толщины  $0.15\text{--}0.20 \text{ мм}$ , и после этого для снятия остаточных напряжений травлением разрезался на 10—14 полосок, соединенных покрытием. В дальнейшем ширина полосок травлением же



уменьшалась до 0.5—0.7 мм. Разметка поверхности образца для травления показана на фиг. 10, где штриховкой отмечены стравливаемые участки. Участки, не подлежащие травлению, покрывались защитным слоем (нитролаком). Процесс травления периодически прерывался для восстановления защитного покрытия.

На фиг. 11 приводятся поля деформаций, возникающих в одной из полосок при разрезке образца, на трех этапах стравливания полоски по ширине. Эти деформации связаны с упругой частью остаточных напряжений в образце (считаем, что разгрузка происходит упруго). Величина деформации на линиях  $\varepsilon_1$  —  $\varepsilon_2 = \text{const}$  приведена в процентах, жирными линиями показаны границы зерен. Ширина АВ полоски ориентирована вдоль оси растянутого образца, из которого вырезана полоска. Деформации на фиг. 11 даются по результатам измерений оптической разности хода в покрытии без поправок на погрешности, имеющие место при замерах вблизи кромки элемента ввиду неравномерного деформирования покрытия по толщине, а также вследствие температурных напряжений, возникающих при полимеризации (вследствие различия в коэффициентах температурного расширения покрытия и образца). Последняя погрешность не существенна, если измерения выполняются на расстоянии не менее четырех толщин покрытия от края элемента. Приближенная корректировка [10] результатов измерений производилась в предположении, что распределение действительных упругих остаточных деформаций вдоль АВ близко к равномерному. Погрешность, связанную с тем, что распределение деформаций в действительности не является равномерным, можно уменьшить дальнейшим стравливанием полоски по ширине и оценить эту погрешность, сопоставляя результаты на нескольких этапах стравливания.

Поступила 2 VIII 1966

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А. Я. Об одной возможной схеме применения метода фотоупругих покрытий к исследованию плоских упруго-пластических задач. Тр. Новосибирск. ин-та инж. ж.-д. транспорта, 1952, вып. 8.
2. Александров А. Я., Ахметзянов М. Х. Исследование упруго-пластических задач при помощи фотоупругих покрытий. ПМТФ, 1961, № 6.
3. Александров А. Я., Ахметзянов М. Х. Исследование плоских упруго-пластических задач методом фотоупругих покрытий. Тр. II Всесоюз. съезда по теор. и приклад. механике, Изд-во «Наука», 1966, вып. 3.
4. Александров А. Я., Ахметзянов М. Х., Краснов Л. А. Исследование упруго-пластических элементов методом фотоупругих покрытий. Методы и приборы тензометрии, вып. 5. Изд. Гос. ин-та н.-техн. информации, 1964.
5. Кузнецов Б. А. Поляризационный метод исследования малых пластических деформаций. Заводск. лаборатория, 1957, № 5.
6. Кавата К., Токата Н., Хасимото С. Исследование упруго-пластических деформаций крупнозернистых металлов методом оптически активных покрытий. Оyo Buturi, 1962, т. 31, № 10 (японск.).
7. Zandman F. Mesures photoélastiques des deformations cristallines dans les métaux. Rev. métallurg., 1956, № 8.
8. Полухин П. И., Железнов Ю. Д., Григорян Г. Г. Применение метода оптически чувствительных покрытий к изучению пластической деформации поликристаллических металлов. Физ. металлов и металловедение, 1963, т. 15, вып. 6.
9. Кузнецов Б. А. О начальной стадии пластической деформации поликристаллов. Докл. АН СССР, 1964, т. 159, № 1.
10. Краснов Л. А. О точности измерения с применением фотоупругих покрытий. Методы и приборы тензометрии, вып. 5. Изд. ГОСИНТИ, 1964.
11. Краснов Л. А. О точности измерения деформаций при исследованиях методом фотоупругих покрытий. Тр. Всесоюз. конф. по поляризационно-оптическому методу исследования напряжений (Ленинград, 1964). Изд. Ленинград. ун-та, 1966.
12. Краснов Л. А. Измерение оптической разности хода при исследованиях методом фотоупругих покрытий. Тр. Новосибирск. ин-та ж.-д. транспорта, 1961, вып. 24.
13. Александров А. Я., Краснов Л. А. Электрический компенсатор для измерения разности хода при исследованиях методом фотоупругости. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1959, № 1.
14. Нейбер Г. Концентрация напряжений (перев. с нем.). Гостехиздат, 1947.
15. Савин Г. Н. Концентрация напряжений около отверстий. Гостехиздат, 1951.