УДК 532.546

О.Ю. Динариев

НЕКОТОРЫЕ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВЫТЕСНЕНИЯ ПРИ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗОКОНДЕНСАТНОЙ СМЕСИ

При разработке газоконденсатных месторождений в настоящее время широко используется режим с поддержанием пластового давления, когда для предотвращения выпадения углеводородов в жидкую фазу вследствие явления ретроградной конденсации [1,2] применяется закачка газа в пласт. При этом давление в пластовой смеси сохраняется близким (выше или немного ниже) к давлению начала конденсации. Для расчета показателей разработки желательно иметь решение соответствующих модельных задач вытеснения. Такие задачи рассматривались в ряде работ (см. обзор [3]), однако до сих пор ощущается недостаток адекватных точных результатов по проблеме вытеснения с фазовыми переходами.

В настоящей работе получены точные решения (в квадратурах) одномерной задачи многокомпонентной двухфазной фильтрации с фазовыми переходами. Особое внимание уделено процессу вытеснения газом двухфазной газожидкостной смеси.

Рассмотрим одномерную нестационарную фильтрацию многокомпонентной двухфазной смеси с фазовыми переходами в однородной изотропной пористой среде. При этом должны быть выполнены законы сохранения

$$\frac{\partial}{\partial t}[m((1-s)n_{ig} + sn_{il})] + \frac{\partial}{\partial x}J_i = 0,\ i = 1,\dots,N, \tag{1}$$

где t — время; x — декартова координата; N — число компонентов ($N > 1$); m — пористость; s — насыщенность порового пространства жидкой фазой; n_{ig} — плотность молекул i-го компонента в газовой фазе; n_{il} — плотность молекул i-го компонента в жидкой фазе; J_i — поток молекул i-го компонента. Для J_i используем выражение

$$J_i = -k(n_{ig} f_g \mu_g^{-1} + n_{il} f_l \mu_l^{-1}) \frac{\partial p}{\partial x}. \tag{2}$$

Здесь k — проницаемость; f_g — фазовая проницаемость газовой фазы; f_l — фазовая проницаемость жидкой фазы; μ_g — вязкость газа; μ_l — вязкость жидкости; p — давление. Капиллярными силами будем пренебрегать.

Динамические уравнения (1), (2) необходимо дополнить условиями фазового равновесия

$$\varkappa_{ig} = \varkappa_{il},\ i = 1,\dots,N. \tag{3}$$

Задача (1)—(3) становится замкнутой, если задать уравнение состояния

$$p = p(T,n_i); \tag{4}$$

выражения для химических потенциалов

$$\varkappa_i = \varkappa_i(T,n_j); \tag{5}$$

вязкостей

$$\mu_g = \mu_g(T,n_{ig}),\ \mu_l = \mu_l(T,n_{il}); \tag{6}$$

фазовых проницаемостей

$$f_g = f_g(s),\ f_l = f_l(s).$$

В формулах (4)—(6) T — температура, которую будем считать постоянной. Отметим также, что в выражении (2) $p = p(T, n_{ig}) = p(T, n_{il})$, а в уравнении (3) $\varkappa_{ig} = \varkappa_i(T, n_{jg})$, $\varkappa_{il} = \varkappa_i(T, n_{jl})$.

Будем искать решения, зависящие только от параметра $\xi = x - Vt$, $V = \mathrm{const}$. Тогда из (1) и (2) получаем

$$(7) \quad \frac{d}{d\xi}\left(n_{ig}\left(kf_g\mu_g^{-1}\frac{dp}{d\xi} + m(1-s)V\right) + n_{il}\left(kf_l\mu_l^{-1}\frac{dp}{d\xi} + msV\right)\right) = 0, \; i = 1,\ldots,N.$$

Введем обозначения: $n_g = \sum\limits_{i=1}^{N} n_{ig}$ — плотность молекул в газовой фазе, $n_l = \sum\limits_{i=1}^{N} n_{il}$ — плотность молекул в жидкой фазе, $c_{ig} = n_{ig}/n_g$ — мольная доля молекул в газовой фазе, $c_{il} = n_{il}/n_l$ — мольная доля молекул в жидкой фазе. Как легко видеть, уравнения (7) имеют первые интегралы

$$(8) \quad Gc_{ig} + Lc_{il} = q_i, \; i = 1,\ldots,N,$$

$$G = n_g\left(kf_g\mu_g^{-1}\frac{dp}{d\xi} + m(1-s)V\right),$$

$$L = n_l\left(kf_l\mu_l^{-1}\frac{dp}{d\xi} + msV\right).$$

Обозначим $q = \sum\limits_{i=1}^{N} q_i$. Величина $(-q)$ имеет физический смысл полного потока молекул в движущейся системе отсчета. Из уравнений (8) вытекает уравнение

$$(9) \quad G + L = q.$$

Рассмотрим вначале случай, когда $q = 0$, но существуют величины q_i, отличные от нуля. Тогда $G = -L$ и уравнения (8) преобразуются к виду

$$(10) \quad G(c_{ig} - c_{il}) = q_i, \; i = 1,\ldots,N.$$

Поскольку нас интересует задача фильтрации, будем считать чисто термодинамическую задачу о фазовом равновесии для многокомпонентной смеси решенной на основе эксперимента или расчета по полуэмпирическим уравнениям состояния [2,4,5]. Тогда систему уравнений (10) следует интерпретировать как задачу отыскания двухфазного состояния, в котором вектор $a_i = c_{ig} - c_{il}$ при известной связи c_{ig} и c_{il} коллинеарен заданному вектору q_i. Такая задача может: а) не иметь решения, б) иметь единственное решение, в) иметь неединственное решение. В последних двух случаях можно найти функции $G = \nu(p)$, $c_{ig} = c_{ig}(p)$, $c_{il} = c_{il}(p)$, удовлетворяющие системе (10). Тогда из уравнения $G = \nu$ и (9) следует обыкновенное дифференциальное уравнение для $p = p(\xi)$:

$$(11) \quad \frac{dp}{d\xi} = -mVk^{-1}((1-s)n_g + sn_l)(f_g n_g \mu_g^{-1} + f_l n_l \mu_l^{-1}),$$

а также уравнение для определения насыщенности s, как функции p:

$$(12) \quad (n_g f_g \mu_g^{-1} + n_l f_l \mu_l^{-1})\nu + n_g n_l mV(sf_g\mu_g^{-1} - (1-s)f_l\mu_l^{-1}) = 0.$$

При подстановке решения уравнения (12) в правую часть (11) получается автономное уравнение вида $\frac{dp}{d\xi} = F(p)$, которое стандартным образом решается в квадратурах.

Пусть теперь все парциальные потоки равны нулю: $q_i = 0$. Тогда $G = L = 0$ и опять получаем уравнение (11) с уравнением для определения s:

(13) $$\mu_g(1 - s)f_l - \mu_l s f_g = 0.$$

Анализ показывает, что в реальных ситуациях уравнение (13) может не иметь нетривиальных решений. Так, полагая $f_l = s$, $f_g = 1 - s$, $\mu_g = \mathrm{const}$, $\mu_l = \mathrm{const}$ ($\mu_l > \mu_g$), видим, что (13) удовлетворяется только при $s = 0{,}1$.

Обратимся теперь к случаю, когда $q \neq 0$. Обозначим $\eta_i = q_i/q$, $g = G/q$, $l = L/q$. Из системы (8) вытекает

(14) $$gc_{ig} + lc_{il} = \eta_i,\ i = 1,\ldots,N.$$

Параметры g и l связаны соотношением

(15) $$g + l = 1.$$

Пусть имеется пара составов c_{ig}, c_{il}, связанных условиями фазового равновесия (3) при заданном давлении p. Тогда левая часть уравнения (14) с учетом соотношения (15) задает одномерное подпространство в N-мерном аффинном пространстве. Упорядоченный набор чисел η_i может принадлежать или не принадлежать этому подпространству. В первом случае параметры g и l определяются однозначно.

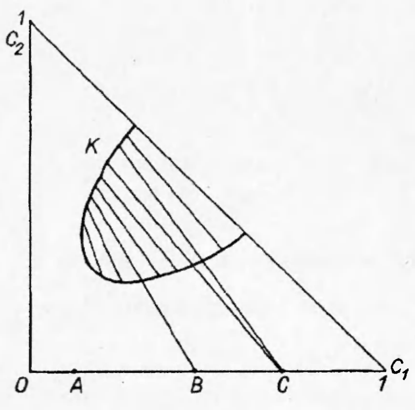
Таким образом, задача сводится к отысканию такого двухфазного состояния при заданном давлении p, что пара векторов $(c_{ig} - \eta_i)$, $(c_{il} - \eta_i)$ коллинеарна, т.е. к чисто термодинамической проблеме. Возможны ситуации, когда: 1) решения нет, 2) решение существует и единственно, 3) решение есть, но неединственно. В случаях 2 и 3 существуют некоторые зависимости $c_{ig} = c_{ig}(p)$, $c_{il} = c_{il}(p)$, $l = F(p)$, $g = 1 - F(p)$, которые удовлетворяют соотношениям (3), (14). Отсюда и из уравнения (9) получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для давления:

(16) $$\frac{dp}{d\xi} = k^{-1}(q - mV((1 - s)n_g + sn_l))(f_g n_g \mu_g^{-1} + f_l n_l \mu_l^{-1}),$$

а также уравнение для определения насыщенности:

(17) $$q(1 - F)n_l f_l \mu_l^{-1} - qFn_g f_g \mu_g^{-1} = n_g n_l mV((1 - s)f_l \mu_l^{-1} - sf_g \mu_g^{-1}).$$

Обсудим более подробно случаи, когда решение уравнений (10) (или (14)) неединственно. Тогда существуют решения $c_{ig} = c_{ig}(p)$, $c_{il} = c_{il}(p)$, $G = \nu(p)$ (или $l = F(p)$) с разрывами. Соответствующее течение в пористой среде обладает скачками концентраций и насыщенности. Таким образом, скачки связаны с неединственностью решения чисто термодинамической задачи и могут быть обнаружены при анализе фазовых диаграмм в пространстве концентраций. Для примера рассмотрим трехкомпонентную систему (см. рисунок), в которой есть область двухфазных состояний, ограниченная бинодалью K. Пусть вектор η_i соответствует вектору концентраций смеси, в которой $c_2 = 0$. Для точки A двухфазных решений системы (14) нет, для точки B есть единственное двухфазное состояние, а для точки C двухфазное состояние неединственно. Для всех трех точек существует очевидное однофазное решение с $g = 1$,



$l = 0$. При этом случаи точек B, C можно интерпретировать как вытеснение некоторой двухфазной смеси однофазной смесью (газом или жидкостью). Действительно, для точек B, C можно построить решение с разрывом при $\xi = 0$, для которого $V > 0$, причем при $\xi < 0$ реализуется однофазное течение, а при $\xi > 0$ — двухфазное.

Из рассмотренного примера видно, что в общем случае, когда при некотором давлении p_{*} система (14) обладает однофазным и двухфазным решениями, можно построить решение фильтрационной задачи со скачком при давлении p_{*}. На скачке будет происходить переход от однофазного течения к двухфазному.

Для нахождения конкретного аналитического вида $p = p(\xi)$ необходимо решить уравнения (16), (17). Если фазовые проницаемости линейно зависят от насыщенности и известны зависимости F, n_g, n_l, μ_g, μ_l от p, то квадратное относительно насыщенности s уравнение (17) решается в явном виде и можно выписать формальное неявное решение

$$\xi = \int dp/\Phi(p),$$

где $\Phi = \Phi(p)$ — явное выражение для правой части уравнения (16). При нелинейной зависимости f_l, f_g от s задача (16), (17) может решаться численными методами.

Полученные решения могут использоваться для описания процессов в газоконденсатных и газонефтяных месторождениях при их разработке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 5. Статистическая физика. Ч. 1. — М.: Наука, 1976.
2. Гуревич Г.Р., Брусиловский А.И. Справочное пособие по расчету фазового состояния и свойств газоконденсатных смесей. — М.: Недра, 1984.
3. Басниев К.С., Бедриковецкий П.Г. Многофазное вытеснение смешивающихся жидкостей из пористых сред // Итоги науки и техники. Сер. Комплексные и специальные разделы механики. Т. 3. — М.: ВИНИТИ, 1988.
4. Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей. — Л.: Химия, 1982.
5. Уэйлес С. Фазовые равновесия в химической технологии. В 2 частях. — М.: Мир, 1989.

г. Москва *Поступила 7/V 1993 г.*

УДК 532.546

А.М. Аметов

НАПОРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В ТРЕЩИНОВАТО-ПОРИСТОМ ПЛАСТЕ

Основные положения теории нестационарной фильтрации в трещиновато-пористой среде изложены в [1]. В настоящей работе приводится общее решение первой и второй краевых задач о фильтрации в трещинах.

1. Предположим, что в трещиновато-пористой среде, занимающей полупространство $x \geqslant 0$, давление равно нулю. С момента $t = 0$ на границе $x = 0$ давление начинает изменяться по закону $p_1(t,0) = f(t)$. Распределение давления в трещинах определяется из решения задачи [1]