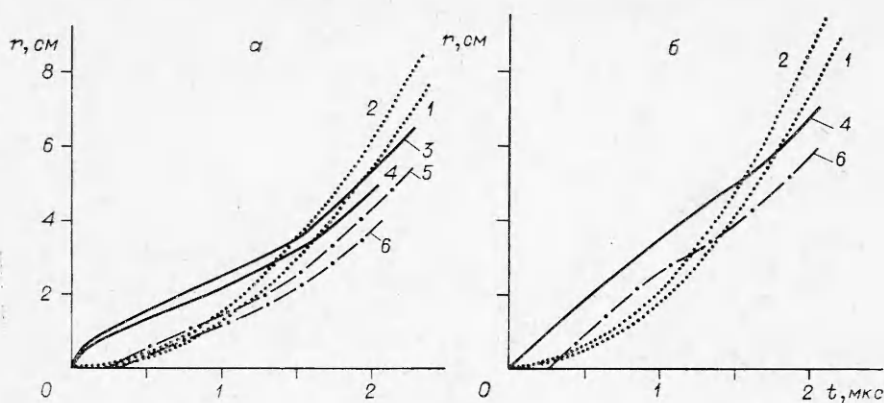




Ф и г. 3

ного сечения, и происходит абляция изолятора, поэтому сопоставление расчета с экспериментом здесь неправомерно, так как константа магнитного давления C зависит в этом случае от времени.

Авторы выражают благодарность В. С. Имшеннику за полезное обсуждение работы.

Поступила 5 VI 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Леонтович М. А., Осовец С. М. О механизме сжатия тока при быстром и мощном газовом разряде. — Атомная энергия, 1956, т. 1, № 3.
2. Крашенинникова Н. Л. О неустановившемся движении газа, вытесняемого поршнем. — Изв. АН СССР. ОТН, 1955, № 8.
3. Кочина Н. Н., Мельникова Н. С. О неустановившемся движении газа, вытесняемого поршнем, без учета противодействия. — ПММ, 1958, т. 22.
4. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М., Наука, 1967.
5. Комельков В. С., Модзольский В. П. Коаксальный ускоритель плотной плазмы. — Физика плазмы, 1977, т. 3, вып. 5.
6. Кролл Н., Трайвеллис А. Основы физики плазмы. М., Мир, 1975.
7. Дьяченко В. Ф., Имшенник В. С. Сходящаяся цилиндрическая ударная волна в плазме с учетом структуры фронта. — ЖВМ МФ, 1963, т. 3, № 5.

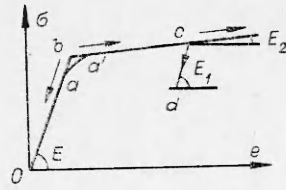
УДК 624.074.4

РАЗВИТИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ФОРМ ВЫПУЧИВАНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ ПРИ ИНТЕНСИВНОМ НАГРУЖЕНИИ

В. М. Корнев, А. В. Маркин, И. В. Яковлев

(Новосибирск)

1. Рассматривается стержень двутаврового сечения. В начальный момент к стержню внезапно приложена интенсивная продольная постоянная нагрузка, при теоретическом анализе не принимаются во внимание продольные колебания. Интенсивная сжимающая нагрузка существенно больше нагрузки Эйлера [1]. Допустим, что этой сжимающей нагрузке соответствуют напряжения, превосходящие предел упругости. Предпола-



Ф и г. 1

гается, что изгиб происходит в плоскости стенки, а изгибающий момент воспринимается только полками двутавра. Изучается развитие во времени форм неупругого выпучивания стержней при малых нормальных прогибах w . Приравнивая сумму моментов внутренних сил относительно нейтральной линии внешнему моменту, находим уравнение изогнутой оси двутавра [2]

$$(1.1) \quad TIw_{xxxx} + Nw_{xx} + \rho Sw_{tt} = -N(w_{0xx} + w_{1xx}).$$

Так как до нагружения шарнирно-опертый стержень находился в покое, то начальные и краевые условия имеют вид

$$(1.2) \quad \begin{aligned} w = w_t = 0, \quad t = 0, \quad 0 \leq x \leq L; \\ w = w_{xx} = 0, \quad x = 0, L, \quad t \geq 0, \end{aligned}$$

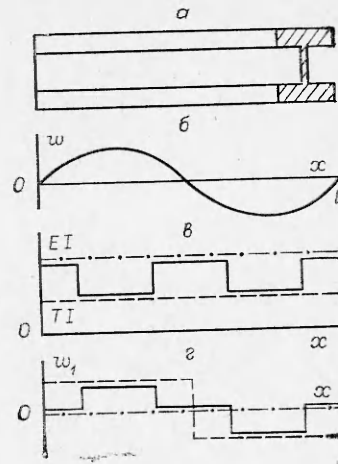
где w — дополнительный нормальный прогиб; x и t — продольная координата и время; N — интенсивная продольная нагрузка; $T = 2E_1E_2/(E_1 + E_2)$ — приведенный модуль (фиг. 1); $E = E_1$ — модули упругости и разгрузки; E_2 — касательный модуль; w_0 и w_1 — начальные неправомерности стержня и смещение нейтральной линии для сечений стержня; S и I — постоянные площадь и момент инерции поперечного сечения; L — длина стержня.

Функцию $w_1(x)$, характеризующую смещение нейтральной линии, предстоит определить. При определении w_1 используется идеализированная диаграмма $\sigma - \epsilon$ фиг. 1 и предположение $N = \text{const}$. На фиг. 2, а показан стержень двутаврового поперечного сечения, полки двутавра соединены тонкой стенкой. Рассматриваются три случая нагружения стержней в начальный момент времени ($t = 0$): 1) стержень остается упругим; 2) напряжения в стержне существенно превосходят предел упругости (на идеализированной диаграмме фиг. 1 точка c); 3) напряжения совпадают с пределом упругости (на идеализированной диаграмме точка b). Распределение жесткостей на фиг. 2, б и смещение нейтральной линии на фиг. 2, в представлены штрихпунктирными, штриховыми и сплошными кривыми соответственно для первого, второго и третьего случаев (аналогичные обозначения и на фиг. 3).

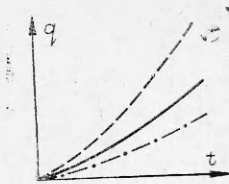
Максимум функции смещения нейтральной линии находится из условия равенства нулю результирующих усилий при изгибе (фиг. 2, в)

$$(1.3) \quad \max |w_1| = h(E_1 - E_2)/2(E_1 + E_2),$$

где h — расстояние между центрами тяжести полок стержня. Смещение w_1 определяется соотношением между модулем разгрузки и касательным модулем. Для реальных стержней, изготовленных из конструк-



Ф и г. 2



Ф и г. 3

ционных стале, величина начального смещения такова, что $\max |w_1| \gg \max |w_0|$, когда стержни получены механической обработкой заготовок.

Полученная задача (1.1), (1.2) с учетом соотношения (1.3) почти совпадает с аналогичной задачей для упругого стержня [1]. Далее проводится анализ движений в системах с одной степенью свободы, схематически рост амплитуд прогибов в упрощенных системах представлен на фиг. 3. Этой степени свободы соответствует форма с номером m_* . Определение номера m_* ничем не отличается от [1], так как уравнение упомянутой работы и уравнение (1.1) имеют постоянные коэффициенты. Итак, имеем $w(x, t) = q(t) \sin m_* \pi x / L$. Аппроксимация исходной системы системой с одной степенью свободы согласуется с экспериментальными результатами, приведенными ниже, когда имеет место простая программа нагружения.

После соответствующих преобразований задача (1.1), (1.2) сводится к следующей простой задаче для $q(t)$:

$$q'' - \alpha^2 q = F, \quad q = q' = 0 \quad (t = 0),$$

$$\alpha^2 = \frac{\pi^4 T I}{\rho S L^2} m_*^2 (\eta^2 - m_*^2), \quad \eta^2 = \frac{N}{N_e}, \quad N_e = \frac{\pi^2 T I}{L^2}, \quad F = c_1^{(0)} + c_1^{(1)},$$

где η — параметр интенсивности нагружения; N_e — нагрузка Эйлера; $c_1^{(0)}$ и $c_1^{(1)}$ — постоянные, пропорциональные коэффициенту Фурье функций w_0 и w_1 . Номеру m_* соответствует движение, описывающее выпучивание упругопластического стержня, $q = F \alpha^{-2} (\operatorname{ch} \alpha t - 1)$. Окончательно для дополнительного прогиба имеем $w = F \alpha^{-2} (\operatorname{ch} \alpha t - 1) \sin m_* \pi x / L$. Заметим, что темп роста амплитуды дополнительного прогиба в неупругом случае значительно выше, чем в упругом, так как $|c_1^{(1)}| \gg |c_1^{(0)}|$.

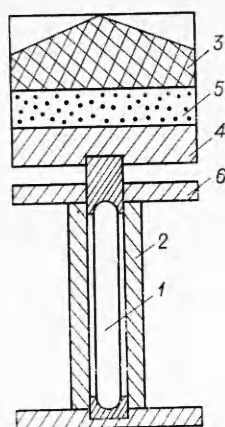
В момент времени $t = t_1$ постоянная сжимающая сила снимается. Пусть далее стержень деформируется упруго. Поведение стержня в период времени $t > t_1$ описывается уравнением (1.1) при $N = 0$ и $E = E_1 = E_2$ ($w_1 = 0$). По-прежнему считаем, что форма дополнительного прогиба совпадает с определяющей формой выпучивания. Движение стержня при $t > t_1$ становится колебательным $q_1 = A \cos \alpha_1 (t - t_1) + B \sin \alpha_1 (t - t_1)$. Для дополнительного прогиба w_2 получим

$$(1.4) \quad w_2 = [F \alpha^{-2} (\operatorname{ch} \alpha t_1 - 1) \cos \alpha_1 (t - t_1) + F \alpha^{-1} \operatorname{sh} \alpha t_1 \sin \alpha_1 (t - t_1)] \sin (m_* \pi x / L).$$

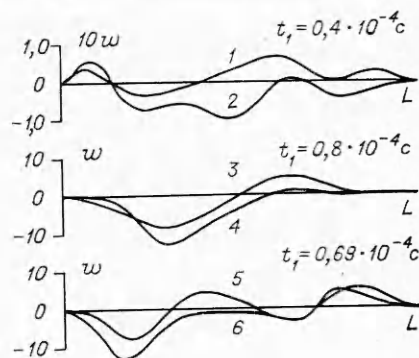
Отметим, что построенное выше выражение (1.4) для дополнительного прогиба w_2 описывает поведение упругопластического стержня как системы с одной степенью свободы и является оценкой, близкой к верхней оценке величины прогиба.

2. Интенсивное нагружение стержней осуществлялось в специальной установке, схема которой приведена на фиг. 4. Выделение плоскости деформирования стержня 1 обеспечивали боковые стенки 2 сборки. Время действия давления продуктов взрыва при подрыве взрывчатого вещества 3 обычно мало, для увеличения этого времени использовался между зарядом ВВ и ударником 4 слой пористого металлического материала 5. В качестве ВВ применялся аммонит 6ЖВ. Величина перемещения ударника варьировалась изменением исходного расстояния между ударником и отсекающей пластиной 6.

Было проведено две серии экспериментов, из них в первой подбирались опытным путем навеска ВВ и толщины пористого материала. Во второй серии экспериментов высота слоя ВВ (без генератора плоской ударной волны) была 50 мм, а толщина слоя (80 мм) металлического пористого ма-



Фиг. 4



Фиг. 5

териала обеспечила продолжительность действия нагрузки ~ 35 т на боек порядка 10^{-5} с (точнее, от 10^{-5} до 10^{-4} с) с учетом отношения масс ударника и сжимаемого стержня. Во второй серии продольные смещения установки в первых четырех опытах отличались от последующих двух, так как в первых опытах установку со стержнем устанавливали на стол из металлической дробы, а в пятом и шестом экспериментах установка находилась на массивном стальном столе. Тем самым с первого до четвертого эксперимента выполнена простая программа нагружения: при $0 \leq t \leq t_1$ нагрузка близка к постоянной, а затем — снималась. В двух последних экспериментах программа была более сложной; при первом пробеге неупругой волны нагрузка близка к постоянной, а при отражении от опоры продольная нагрузка возрастает из-за большой жесткости стола (при расчетах принималось, что после отражения нагрузка возрастала в 1,75 раза [31]). Именно во второй серии экспериментов было обнаружено частичное разрушение образцов.

Двутапковые стержни для испытаний изготавливались из квадратного прутка ГОСТ 2591-71 с предельными отклонениями размеров 0,5 мм и последующим фрезерованием канавок. Длина образца $L = 200$ мм, сторона квадрата 10 мм, ширина канавки 4 мм, толщина тонкой стенки 1,5 мм. Материал прутка сталь 9ХС ГОСТ 5950-63 в состоянии поставки. Зависимость напряжений от деформации при сжатии для образцов из данного материала представлена на фиг. 1. Модуль упругости E_1 и касательный модуль E_2 равны $E_1 = 2,35 \cdot 10^6$ кгс/см², $E_2 = 7,4 \cdot 10^4$ кгс/см² [4].

На фиг. 5 показана проекция профиля стержня после испытаний на плоскость изгиба, нагружаемый торец слева. Измерение образцов проводилось на универсальном инструментальном микроскопе УИМ-21, точность измерений один микрон. Для выяснения правомерности предположения о том, что поведение сложной неупругой системы можно описать движением системы с одной степенью свободы, анализируются остаточные прогибы стержней. Эти прогибы были представлены в виде рядов Фурье. Результаты гармонического анализа экспериментальных результатов сведены в табл. 1, где в первой строке указаны номера стержней, а по вертикали расположены первые четыре коэффициента ряда Фурье для шести испытанных образцов.

Напомним, что при интенсивном нагружении упругих стержней на конечном отрезке времени [5] выделяется либо одна, либо две формы движения, когда этот отрезок не очень мал. В п. 1 получены простые соотношения для остаточных прогибов неупругих стержней при одной определенной форме движения.

Т а б л и ц а 1

	1	2	3	4	5	6
$q_1(t_1)$	0,11	-0,54	-1,28	-4,65	-0,14	-1,89
$q_2(t_1)$	-0,22	0,02	4,48	4,56	0,9	3,13
$q_3(t_1)$	0,15	0,22	-0,94	-0,35	-0,89	-1,52
$q_4(t_1)$	0,19	0,19	-2,6	-2,45	3,4	3,17

В экспериментах (см. табл. 1) для образцов 2, 3, 5 это соответственно первая, вторая, четвертая формы. У образцов 1, 4, 6 по две определяющих формы движения соответственно: вторая и третья, первая и вторая, вторая и четвертая. Из табл. 1 видно, что определяющей формой движения при упругопластическом выпучивании является вторая форма $m_* = 2$ для первых четырех образцов.

Оценку остаточных прогибов проведем по формуле

$$(2.1) \quad q = c_1^{(1)} \alpha^{-2} (\operatorname{ch} \alpha t_1 - 1),$$

где постоянная $c_1^{(1)}$ соответствует смещению нейтральной оси в неупругом стержне $\max |u_1| = 3,3$ мм. Замеренные начальные неправильности до испытаний стержней таковы, что $\max |u_0| = 0,1$ мм. Напомним, что для упругого стержня или для неупругого, если следовать методике из [2], постоянная в формуле (2.1) заменяется на $c_1^{(0)}$ ($|c_1^{(1)}| \gg c_1^{(0)}$).

Время нагружения в экспериментах регулировалось величиной перемещения l ударника и ориентировочно подсчитывалось по формулам

$$(2.2) \quad t_1 = l(T\rho)^{1/2} \sigma^{-1};$$

$$(2.3) \quad t_1 = l(E\rho)^{1/2} \sigma^{-1},$$

где σ — напряжение сжатия в стержне. В табл. 2 (столбцы 1, 2) приведены оценки амплитуд определяющей формы движения по предлагаемому методу и методике [2]. В столбце 3 приведены амплитуды выпучивания первого, третьего и шестого стержней. В табл. 2 числитель — время нагружения по формуле (2.2) и соответствующая амплитуда (2.1), знаменатель — аналогичные характеристики по формулам (2.3), (2.1).

В эксперименте на 5—6 образцах установка располагалась на жесткой плите. По данным работы [3] напряжения в стержне возрастают

Т а б л и ц а 2

$t_1 \cdot 10^4, \text{ с}$	$ q_{m_*} $			$\sum_{m=1}^4 q_m $
	1	2	3	
$\frac{0,1}{0,4}$	$\frac{0,11}{1,97}$	$\frac{0,002}{0,06}$	0,22	0,67; 0,97
$\frac{0,2}{0,8}$	$\frac{0,46}{10,2}$	$\frac{0,009}{0,3}$	4,48	9,3; 12,0
$\frac{0,17}{0,69}$	$\frac{0,18}{8,86}$	$\frac{0,005}{0,27}$	3,13	5,33; 9,71

в среднем в 1,75 раза, что и привело к разрушению образца 6. Теоретическая определяющая форма движения ($m_* = 2$, $m_* = 3$) в экспериментах на образцах 5, 6 не реализовалась из-за сложной программы нагружения. В последнем столбце табл. 2 приведены оценки сверху для полученных амплитуд прогибов соответственно первого и второго, третьего и четвертого, пятого и шестого стержней.

Как видим, полученная оценка величины остаточного прогиба дает удовлетворительные совпадения с экспериментом. Наилучшее совпадение получено на третьем образце, где значительно выделилась вторая форма движения. На образцах 1, 2 зафиксирована начальная стадия движения, формы выпучивания равноправны, прогибы малы. Отметим большую чувствительность процесса выпучивания стержня к изменению времени действия нагрузки. Увеличение времени нагружения в 2 раза приводит к возрастанию прогибов на порядок.

Поступила 29 VI 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М. А., Ишлинский А. Ю. Динамические формы потери устойчивости упругих систем. — ДАН СССР, 1949, т. 64, № 6.
2. Вольмир А. С. Устойчивость упругих систем. М., Физматгиз, 1963.
3. Вольмир А. С. Устойчивость деформируемых систем. М., Наука, 1967.
4. Механические свойства инструментальных сталей. Сборник под ред. А. П. Гуляева. ЦБТИ ЭНИМС, 1958.
5. Корнев В. М. Развитие динамических форм потери устойчивости упругих систем при интенсивном нагружении на конечном отрезке времени. — ПМТФ, 1972, № 4.

УДК 539.3

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОТСКОКА ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СТЕРЖНЕЙ ОТ ТВЕРДОЙ ПРЕГРАДЫ

А. И. Гулидов, В. М. Фомин

(Новосибирск)

Явления распространения и взаимодействия волн нагрузки и разгрузки особенно в одномерном и двумерном приближениях исследовались в целом ряде работ (см. например, [1—6]). Анализ процесса отскока стержней в настоящее время рассмотрен только в одномерном приближении [7—10].

В данной работе численно моделируется процесс отскока деформируемых стержней конечной длины от абсолютно жесткой преграды в двумерной постановке.

Будем рассматривать класс задач, связанных с соударением твердых деформируемых тел с различными скоростями в двумерной постановке. Так как объемные силы, теплопроводность и источники тепла отсутствуют, то уравнения движения, описывающие напряженно-деформированное состояние такой среды в лагранжевых координатах, имеют вид [11, 12]

$$\begin{aligned}\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= \left[\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} + \alpha \frac{u}{r} \right], \\ \rho \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial S_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial S_{rz}}{\partial z} + \alpha \frac{S_{rr} - S_{\theta\theta}}{r} - \frac{\partial p}{\partial r}, \\ \rho \frac{\partial w}{\partial t} &= \frac{\partial S_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial S_{zz}}{\partial z} + \alpha \frac{S_{rz}}{r} - \frac{\partial p}{\partial z},\end{aligned}$$