3. **Бахтияров С. И.** Экспериментальное исследование динамики вытеснения жидкости из каверны.— В кн.: Теплофизика и физическая гидродинамика. Новосибирск, 1978.
4. **Cramer S. D., Marchello J. M.** Numerical evaluation of models describing non-Newtonian behavior.— A. I. Ch. E. J., 1968, vol. 14, N 6.
5. **Бурдэ Г. И., Ильясов Е. П., Терентьев Ю. Н., Файнбург Г. З.** Численное исследование движения неньютоновской жидкости в канале с углублением.— В кн.: Гидродинамика. Вып. 9. Пермь, 1976.
6. **Богатырев В. Я. и др.** Экспериментальное исследование течения в траншее.— ПМТФ, 1976, № 2.

УДК 532.529

РЕОЛОГИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ СЛАБОКОНЦЕНТРИРОВАННЫХ СУСПЕНЗИЙ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНЫХ ЧАСТИЦ

Куак Ван Донг, Ю. И. Шмаков

(*Киев*)

В [1] с позиций структурно-континуального подхода [2, 3] получены реологические уравнения состояния разбавленных суспензий деформируемых эллипсоидальных частиц, обладающих внутренней упругостью и вязкостью, с дисперсионной средой, являющейся ньютоновской жидкостью.

В данной работе эти результаты обобщаются на большие концентрации. Учет влияния гидродинамического взаимодействия взвешенных частиц на реологическое поведение суспензии проводится с помощью подхода Симха [4].

Как и в [1], будем моделировать взвешенные частицы эллипсоидом, обладающим внутренней линейной упругостью и линейной вязкостью (тело Фойгта), меняющим в процессе взаимодействия с дисперсионной средой свои размеры, но сохраняющим свой объем и остающимся по форме эллипсоидом вращения. Для установления реологических уравнений состояния рассматриваемых суспензий с помощью структурно-континуального подхода необходимо определить возмущения, вносимые в неоднородное течение дисперсионной среды взвешенной частицей, при этом для учета гидродинамического взаимодействия взвешенных частиц граничные условия «на бесконечности» в соответствии с [4] должны быть снесены на поверхность экранирующей частицу сферы с центром, совпадающим с центром частицы, и радиусом $R = (ab^2/\Phi)^{1/3}$, где $2a$ и b — длина оси вращения и экваториальный радиус частицы соответственно; Φ — объемная концентрация взвешенных частиц.

Решение настоящей гидродинамической задачи в приближении Стокса будем искать методом последовательных приближений [5]. В качестве первого приближения примем решение, полученное в [1] для случая, когда частица обтекается неограниченным потоком дисперсионной среды, но граничные условия «на бесконечности» снесены на поверхность сферы, радиус которой значительно превышает эффективный радиус частицы. В подвижной системе координат x_i с началом в центре частицы и осями, совпадающими по направлению с направлениями главных осей эллипсоидальной частицы, это решение имеет вид

$$(1)\qquad u_i = u_{0i} + \frac{\partial}{\partial x_i}(D_j\chi_j) - \varepsilon_{ijk}K_j\frac{\partial\chi_j}{\partial x_k} + c_{jk}x_j\frac{\partial^2\Omega}{\partial x_i\partial x_k} - $$

$$- c_{ij}\frac{\partial\Omega}{\partial x_j} - \frac{4}{3R^3}(c_{ki} - c_{ik})\,x_k + \frac{4x_i\psi}{R^5} + \frac{5(R^2 - r^2)}{R^5}\frac{\partial\psi}{\partial x_i},$$

$$p = p_0 + 2\mu c_{ij}\frac{\partial^2\Omega}{\partial x_i\partial x_j},$$

где u_i — скорость; p — давление; u_{0i}, p_0 — скорость и давление невозмущенного течения; r — модуль радиуса-вектора; μ — динамический коэффициент вязкости дисперсионной среды; Ω, χ_j, D_j, K_j — величины, определенные в [6]; c_{ij} — величины, определенные в [1]; $\psi = c_{ij}x_i x_j$; ε_{ijk} — кососимметричный символ Кронекера.

Первое приближение (1) не удовлетворяет граничным условиям на поверхности частицы, при этом расхождения не превышают величин порядка $O(R^{-3})$.

Второе приближение решения рассматриваемой задачи получим, добавляя к (1) частное решение задачи, удовлетворяющее следующим граничным условиям:

$$u_i|_w = \frac{4}{3R^3}(c_{ki} - c_{ik})\,x_k - \frac{5}{R^5}\frac{\partial\psi}{\partial x_i},$$

$$u_i \to 0 \text{ при } r \to \infty,$$

где $u_i|_w$ — скорость на поверхности частицы. Это частное решение имеет вид

$$u_i = \frac{\partial}{\partial x_i}(Q_j\chi_j) - \varepsilon_{ijk}H_j\frac{\partial\chi_j}{\partial x_k} + B_{jk}x_j\frac{\partial^2\Omega}{\partial x_i\partial x_k} - B_{ij}\frac{\partial\Omega}{\partial x_j}, \quad p = 2\mu B_{ij}\frac{\partial^2\Omega}{\partial x_i\partial x_j}, \tag{2}$$

где $Q_1 = -\dfrac{3d_{32}}{4R^3b^2\alpha_0'\beta_0'}$;

$$Q_2 = \frac{5}{2R^3B^2\beta_0'}\left[-(\alpha_0+\beta_0)\,d_{31} + (b^2-a^2)(\omega_{31}+\omega_2)\,\beta_0'\right];$$

$$Q_3 = -\frac{5}{2R^3B^2\beta_0'}\left[(\alpha_0+\beta_0)\,d_{21} + (a^2-b^2)(\omega_{12}+\omega_3)\,\beta_0'\right];$$

$$H_1 = 2(B_{22}-B_{33})\,b^2; \quad H_2 = 2(b^2B_{33}-a^2B_{11});$$

$$H_3 = 2(a^2B_{11}-b^2B_{22});$$

$$B_{11} = \frac{5d_{11}}{18\beta_0''^2R^3} + \frac{5}{12R^3\left[\alpha_0+2\beta_0-2\beta_0'(a^2+b^2)\right]}\frac{\dot a}{a\beta_0''};$$

$$B_{22} = \frac{5d_{22}}{8b^4\alpha_0'^2R^3} + \frac{5(\beta_0''-\alpha_0'')(2b^2\alpha_0'+3\beta_0'')}{72b^4\alpha_0'^2\beta_0''^2R^3}\,d_{11} +$$

$$+\frac{50\beta_0'a^2\left[2\beta_0'a^2-(\alpha_0+2\beta_0)\right]}{R^3(\alpha_0+2\beta_0)\left[\alpha_0+2\beta_0-2\beta_0'(a^2+b^2)\right]}\left[\frac{1}{24a^2\beta_0\beta_0''} - \frac{1}{\left[2\beta_0'a^2-(\alpha_0+2\beta_0)\right]a\beta_0''}\right]\dot a;$$

$$B_{33} = \frac{5d_{33}}{8b^4\alpha_0'^2R^3} + \frac{5(\beta_0''-\alpha_0'')(2b^2\alpha_0'+3\beta_0'')}{72b^4\alpha_0'^2\beta_0''^2R^3}\,d_{11} +$$

$$+\frac{50\beta_0'a^2\left[2\beta_0'a^2-(\alpha_0+2\beta_0)\right]}{R^3(\alpha_0+2\beta_0)\left[\alpha_0+2\beta_0-2\beta_0'(a^2+b^2)\right]}\left[\frac{1}{24a^2\beta_0\beta_0''} - \frac{1}{\left[2\beta_0'a^2-(\alpha_0+2\beta_0)\right]a\beta_0''}\right]\dot a;$$

$$B_{12} = \{[15\alpha_0(\alpha_0+\beta_0) - 4b^2\beta_0'(\beta_0-\alpha_0)]\,d_{12} + [4b^2(a^2+b^2)\,\beta_0'^2 -$$

$$-15(a^2-b^2)\,\alpha_0\beta_0'](\omega_{12}+\omega_3)\}\frac{1}{12\beta_0'^2B^2R^3};$$

$$B_{21} = \{[15\beta_0(\alpha_0+\beta_0) + 4a^2\beta_0'(\beta_0-\alpha_0)]\,d_{21} + [4a^2(a^2+b^2)\,\beta_0'^2 +$$

$$+15(a^2-b^2)\,\beta_0\beta_0'](\omega_{21}-\omega_3)\}\frac{1}{12\beta_0'^2B^2R^3};$$

$$B_{13} = \{[15\alpha_0(\alpha_0+\beta_0) - 4b^2\beta_0'(\beta_0-\alpha_0)]\,d_{13} + [4b^2(a^2+b^2)\beta_0'^2 - 15(a^2-b^2)\alpha_0\beta_0'](\omega_{13}-\omega_2)\}\frac{1}{12\beta_0'^2B^2R^3};$$

$$B_{31} = \{[15\beta_0(\alpha_0+\beta_0) + 4a^2\beta_0'(\beta_0-\alpha_0)]\,d_{31} + [4a^2(a^2+b^2)\beta_0'^2 + 15(a^2-b^2)\beta_0\beta_0'](\omega_{31}+\omega_2)\}\frac{1}{12\beta_0'^2B^2R^3};$$

$$B_{23} = \frac{15\beta_0^2d_{23} + 4b^4\alpha_0'^2(\omega_{23}+\omega_1)}{24b^4\alpha_0'^2\beta_0^2R^3};\quad B_{32} = \frac{15\beta_0^2d_{32} + 4b^4\alpha_0'^2(\omega_{32}-\omega_1)}{24b^4\alpha_0'^2\beta_0^2R^3};$$

d_{ij}, ω_{ij} — тензор скоростей деформации и тензор вихря скорости невозмущенного течения; ω_i — угловая скорость частицы; α_0, β_0, α_0', β_0', α_0'', β_0'' — величины, определенные в [6]; $B = a^2\alpha_0 + b^2\beta_0$.

Суммируя (1) и (2), получим решение рассматриваемой задачи, позволяющее определить характеристики суспензии с точностью до величин порядка $O(\Phi^2)$:

$$u_i = u_{0i} + \frac{\partial}{\partial x_i}[(D_j+Q_j)\chi_j] - \varepsilon_{ijk}\frac{\partial\chi_j}{\partial x_k}(K_j+H_j) + (c_{jk}+B_{jk})x_j\frac{\partial^2\Omega}{\partial x_i\partial x_k} - (c_{ij}+B_{ij})\frac{\partial\Omega}{\partial x_j} - \frac{4}{3R^3}(c_{ki}-c_{ik})x_k + \frac{4x_i\psi}{R^3} + \frac{5(R^2-r^2)}{R^5}\frac{\partial\psi}{\partial x_i}; \tag{3}$$

$$p = p_0 + 2\mu(c_{ij}+B_{ij})\frac{\partial^2\Omega}{\partial x_i\partial x_j} - \frac{42\mu}{R^5}\psi. \tag{4}$$

В качестве тензора напряжений в суспензии, следуя Ландау [7], примем осредненный по объему рассматриваемой ячейки суспензии тензор напряжений, возникающих в течении дисперсионной среды, возмущенном взвешенной частицей. Используя для дисперсионной среды обобщенный закон Ньютона, решение задачи о возмущениях, вызываемых в течении дисперсионной среды взвешенной частицей (3), (4), и переходя при осреднении от интегрирования по объему ячейки суспензии к интегрированию по ее поверхности, получим

$$\sigma_{ij} = -p_0\delta_{ij} + 2\mu d_{ij} + (8\mu\Phi/ab^2)(c_{ij}+B_{ij}). \tag{5}$$

Тензор напряжений суспензии (5) записан в подвижной системе координат, связанной с частицей.

Рассмотрим силы, действующие на взвешенную частицу со стороны дисперсионной среды. Используя обобщенный закон Ньютона и решение (3), (4), найдем гидродинамическую силу

$$p_i = -p_0gf_i + \frac{8\mu g}{ab^2}(c_{ij}+B_{ij})f_j - 4g\mu[\alpha_0(c_{11}+B_{11}) + \beta_0(c_{22}+B_{22}+c_{33}+B_{33})]f_i + \frac{10\mu g}{R^3}(c_{ij}+c_{ji})f_j, \tag{6}$$

где $f_1 = \frac{x_1}{a^2}$; $f_2 = \frac{x_2}{b^2}$; $f_3 = \frac{x_3}{b^2}$; $g = \left(\frac{x_1^2}{a^4} + \frac{x_2^2+x_3^2}{b^4}\right)^{-1/2}$.

Как и в [1, 5], главный вектор гидродинамических сил, действующих на взвешенную частицу, равен нулю.

Ориентация взвешенной частицы при пренебрежении ее инерцией удовлетворяет уравнениям

$$M_i + M_i^* = 0, \tag{7}$$

где M_i — момент гидродинамических сил, действующих на частицу; M_i^* — момент внешних сил. Момент гидродинамических сил, как показывает анализ, не отличается от момента, полученного в (6) для случая слабоконцентрированных суспензий жестких эллипсоидальных частиц. Если внешние силы, действующие на частицу, обусловлены только броуновским движением, главный вектор сил [9]

$$F_i = -kT\frac{1}{F}\frac{\partial F}{\partial n_i}, \quad M_i^* = -kT\varepsilon_{ikm}\frac{n_k}{F}\frac{\partial F}{\partial n_m},$$

где k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура; n_k — компонента вектора, ориентированного вдоль оси симметрии взвешенной частицы; F — функция распределения угловых положений и длин оси симметрии взвешенной частицы.

Уравнение, описывающее деформацию частицы, получим, используя принцип виртуальных перемещений при предположении, что деформация частицы однородна

$$\frac{\dot a}{a} = -\frac{2ab^2\beta_0''G\left(\frac{a}{a_0} - \frac{b}{b_0}\right)}{\mu\left(2 + 3ab^2\frac{\eta}{\mu}\beta_0''\right)}\frac{1}{(1+\Phi M)} + \frac{2+\Phi N}{1+\Phi M}\frac{d_{11}}{2 + 3ab^2\frac{\eta}{\mu}\beta_0''} +$$
$$+ \frac{3a\beta_0''\,|F_i|}{4\pi\mu\left(2 + 3ab^2\beta_0''\frac{\eta}{\mu}\right)}\frac{1}{(1+\Phi M)},$$

где a_0, b_0 — длина оси вращения и экваториальный радиус частицы в недеформированном состоянии;

$$M = \frac{4}{ab^2\left(2 + 3ab^2\frac{\eta}{\mu}\beta_0''\right)}\left\{\frac{5}{6\left[\alpha_0 + 2\beta_0 - 2\beta_0'(a^2+b^2)\right]} - \right.$$
$$\left. - \frac{100\beta_0'a^2(2\beta_0'a^2 - \alpha_0 - 2\beta_0)}{(\alpha_0+2\beta_0)\left[\alpha_0 + 2\beta_0 - 2\beta_0'(a^2+b^2)\right]}\left[\frac{1}{24a\beta_0} - \frac{1}{2\beta_0'^2a^2 - (\alpha_0+2\beta_0)}\right]\right\};$$

$$N = \frac{4}{ab^2}\left[\frac{10}{18\beta_0''} + \frac{5\beta_0''}{8b^4\alpha_0'^2} - \frac{10(\beta_0'' - \alpha_0'')(2b^2\alpha_0' + 3\beta_0'')}{72b^4\alpha_0'^2}\right].$$

Для получения реологических уравнений состояния рассматриваемых суспензий используем модуль упруговязкой анизотропной жидкости Эриксена, имеющей один внутренний параметр — вектор n_i [10, 11], направление которого свяжем с направлением оси вращения взвешенной частицы, а модуль — с длиной полуоси вращения, положив $n = a$:

$$t_{ij} = (c_0 + c_1d_{km}n_kn_m + c_2N_kn_k)\delta_{ij} + c_3n_in_j + c_4d_{km}n_kn_mn_j + $$
$$+ c_5N_kn_kn_in_j + c_6d_{ij} + c_7d_{ik}n_kn_j + c_8d_{jk}n_kn_j + c_9n_iN_j + c_{10}n_jN_i; \tag{8}$$

$$\dot n_i = \omega_{ij}n_j + \lambda_1n_i + \lambda_2d_{km}n_kn_mn_i + \lambda_3d_{ij}n_j + \lambda_4\varepsilon_{ijk}M_j^*n_k + \lambda_5R_jn_jn_i, \tag{9}$$

где t_{ij} — тензор напряжений; $N_i = \dot n_i - \omega_{ij}n_j$; c_i, λ_j — реологические функции, зависящие от $n^2 = n_in_i$; δ_{ij} — симметричный символ Кронекера.

Рассматривая (8), (9) в подвижной системе координат, связанной с частицей ($n_1 = a$, $n_2 = n_3 = 0$, $\dot n_1 = \dot a$, $\dot n_2 = a\omega_3$, $\dot n_3 = -a\omega_2$), и сравнивая (5) с (8), а (7) с (9), найдем реологические функции c_i, λ_i, входящие в (8), (9):

$$c_0 = -p_0,$$

$$c_1 = \frac{2\mu\left(\beta_0'' - \alpha_0''\right)\Phi}{3a^3b^4\beta_0''\alpha_0''} + \frac{5\mu\left(\beta_0''-\alpha_0''\right)\left(2b^2\alpha_0' + 3\beta_0''\right)}{9a^4b^8\beta_0''^2\alpha_0'^2}\Phi^2,$$

$$c_2 = \frac{2\mu\Phi}{3a^3b^2\beta_0} + \frac{400\mu\beta_0'\left(2a\beta_0' - \alpha_0 - 2\beta_0\right)}{(\alpha_0 + 2\beta_0)\left[\alpha_0 + 2\beta_0 - 2\beta_0'(a^2+b^2)\right]}\times$$

$$\times\left[\frac{1}{24a^2\beta_0\beta_0''} - \frac{1}{2\beta_0 a^2 - (\alpha_0 + 2\beta_0)\,a\beta_0''}\right]\Phi^2,$$

$$c_3 = 0, \quad c_4 = \frac{2\mu\Phi}{a^5b^2}\left[\frac{\alpha_0'' + \beta_0''}{b^2\alpha_0'\beta_0''} - \frac{2(\alpha_0+\beta_0)}{\beta_0'B}\right] +$$

$$+ \frac{\mu\Phi^2}{a^4}\left\{-\frac{5}{a^2b^8\alpha_0'^2} + \frac{5}{10\beta_0''^2ab^2} - \frac{5\left(\beta_0''-\alpha_0''\right)\left(2b^2\alpha_0'+3\beta_0''\right)}{9b^8\beta_0''^2\alpha_0'^2} -\right.$$

$$\left.- \frac{2}{b^4}\left[\frac{15(\alpha_0+\beta_0)^2 + 4(a^2-b^2)(\beta_0-\alpha_0)\beta_0'}{3\beta_0'^2B^2}\;\frac{5}{b^4\alpha_0'^2}\right]\right\},$$

$$c_5 = \frac{2\mu\Phi}{a^5b^2}\left[\frac{2(a^2-b^2)}{B} - \frac{1}{\beta_0''}\right] + \frac{\mu\Phi^2}{a^2}\left\{\frac{-400\beta_0'\left(2\beta_0'a - \alpha_0 - 2\beta_0\right)}{ab^4(\alpha_0+2\beta_0)\left[\alpha_0+2\beta_0-2\beta_0'(a^2+b^2)\right]}\times\right.$$

$$\times\left[\frac{1}{24a^2\beta_0\beta_0''} - \frac{1}{2\beta_0'a^2 - \alpha_0 - 2\beta_0}\right] - \frac{8(b^4+a^4)\beta_0' + 15(a^2+b^2)(\alpha_0+\beta_0)}{3a^2b^4\beta_0'B^2} +$$

$$\left.+ \frac{5}{12a^3b^2\left[\alpha_0+2\beta_0-2\beta_0'(a^2+b^2)\right]\beta_0''}\right\},$$

$$c_6 = 2\mu\left(1 + \frac{\Phi}{ab^4\alpha_0'} + \frac{5\Phi^2}{2a^2b^8\alpha_0'^2}\right), \quad c_7 = \frac{4\mu\Phi}{ab^2}\left(\frac{\beta_0}{\beta_0'B} - \frac{1}{2b^2\alpha_0'}\right) +$$

$$+ \frac{2\mu\Phi^2}{a^2b^4}\left[\frac{15\beta_0(\alpha_0+\beta_0) + 4a^2\beta_0'(\beta_0-\alpha_0)}{3\beta_0'^2B^2} - \frac{5}{2b^4\alpha_0'^2}\right],$$

$$c_8 = \frac{4\mu\Phi}{a^3b^2}\left(\frac{\alpha_0}{\beta_0'B} - \frac{1}{2b^2\alpha_0'}\right) + \frac{2\mu\Phi^2}{a^4b^4}\left[\frac{15\alpha_0(\alpha_0+\beta_0)}{3\beta_0'^2B^2} - \frac{4b^2\beta_0'(\beta_0-\alpha_0)}{3\beta_0'^2B^2} - \frac{5}{2b^4\alpha_0'^2}\right],$$

$$c_9 = \frac{4\mu\Phi}{a^3B} + \frac{2\mu\Phi^2}{3a^4b^4\beta_0'B^2}\left[4b^2(a^2+b^2)\beta_0' - 15(a^2-b^2)\alpha_0\right],$$

$$c_{10} = -\frac{4\mu\Phi}{ab^2B} - \frac{2\mu\Phi^2}{3a^4b^4\beta_0'B^2}\left[4a^2(a^2+b^2)\beta_0' + 15(a^2-b^2)\beta_0\right],$$

$$\lambda_1 = \frac{-2ab^2\beta_0''G\,\frac{a}{a_0}\left(1 - \frac{q_0}{q}\right)}{\mu\left(2 + 3ab^2\beta_0''\frac{\eta}{\mu}\right)}(1 - M\Phi), \quad \lambda_2 = \frac{2 + (N - 2M)\Phi}{a^2\left(2 + 3ab^2\beta_0''\frac{\eta}{\mu}\right)} -$$

$$-\frac{a^2-b^2+\dfrac{15(a^2-b^2)(\alpha_0+\beta_0)+4(a^2+b^2)(\beta_0-\alpha_0)}{6ab^2\beta_0' B}\Phi}{a^2+b^2+\dfrac{15(a^2-b^2)^2+4(a^2+b^2)^2}{6ab^2B}\Phi},$$

$$\lambda_3=\frac{a^2-b^2+\dfrac{15(a^2-b^2)(\alpha_0+\beta_0)+4(a^2+b^2)(\beta_0-\alpha_0)}{6ab^2\beta_0' B}\Phi}{a^2+b^2+\dfrac{15(a^2-b^2)^2+4(a^2+b^2)^2}{6ab^2B}\Phi},$$

$$\lambda_4=\frac{3B}{16\pi\mu\left[a^2+b^2+\dfrac{15(a^2-b^2)^2+4(a^2+b^2)}{6ab^2B}\Phi\right]},$$

$$\lambda_5=\frac{3a\beta_0''}{4\pi\mu\left(2+3ab^2\beta_0''\dfrac{\eta}{\mu}\right)}(1-M\Phi).$$

Поскольку вектор ориентации n_i характеризует поведение микроструктуры, для получения реологических уравнений состояния суспензии в (8) необходимо произвести осреднение с помощью функции распределения угловых положений и длин оси вращения взвешенной частицы. При этом тензор напряжений рассматриваемых суспензий принимает вид

$$\begin{aligned}(10)\quad T_{ij}=\langle t_{ij}\rangle=&[c_0+\langle c_1n_kn_m\rangle d_{km}+\langle c_2N_kn_k\rangle]\delta_{ij}+\langle c_4n_kn_mn_in_j\rangle d_{km}+\\&+\langle c_5N_kn_kn_in_j\rangle+\langle c_6\rangle d_{ij}+\langle c_7n_kn_j\rangle d_{ik}+\langle c_8n_kn_i\rangle d_{jk}+\langle c_9n_iN_j\rangle+\\&+\langle c_{10}n_jN_i\rangle,\end{aligned}$$

где $\langle\ \rangle$ — знак осреднения с помощью функции распределения угловых положений и длин оси симметрии взвешенной частицы F, удовлетворяющей в рассматриваемом случае уравнению [1]

$$\begin{aligned}(11)\quad &\frac{\partial F}{\partial t}+kT(\lambda_4-\lambda_5)n_in_j\frac{\partial^2F}{\partial n_i\partial n_j}+kT\lambda_4n^2\frac{\partial^2F}{\partial n_i\partial n_j}+\\&+\lambda_2n_i\frac{\partial F}{\partial n_i}d_{km}n_kn_m+\left[\lambda_1+kT\left(2\lambda_4-4\lambda_5-n\frac{d\lambda_5}{dn}\right)\right]n_i\frac{\partial F}{\partial n_i}+\\&+(\omega_{ij}+\lambda_3d_{ij})n_j\frac{\partial F}{\partial n_i}+\left(3\lambda_1+n\frac{d\lambda_1}{dn}\right)F+\\&+\left(5\lambda_2+n\frac{d\lambda_2}{dn}+\frac{1}{n}\frac{d\lambda_3}{dn}\right)Fd_{km}n_kn_m=0,\end{aligned}$$

где t — время.

В заключение отметим, что при учете гидродинамического взаимодействия взвешенных частиц по предлагаемой в работе методике реологические уравнения состояния слабоконцентрированных суспензий деформируемых эллипсоидальных частиц (10) и уравнение для функции распределения (11) по форме совпадают с соответствующими уравнениями разбавленных суспензий таких частиц. Гидродинамическое взаимодействие взвешенных частиц проявляется в изменении реологических функций, входящих в эти уравнения.

Поступила 6 VIII 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. **Придатченко Ю. В., Шмаков Ю. И.** Влияние внутренней вязкости и упругости эллипсоидальных макромолекул на реологическое поведение разбавленных растворов полимеров. Реологические уравнения состояния.— ПМТФ, 1976, № 3.
2. **Шмаков Ю. И., Бегоулев П. Б., Придатченко Ю. В.** Структурно-континуальный подход в реологии дисперсных и полимерных систем.— В кн.: Тепло- и массоперенос. Т. 3. Минск, 1972.
3. **Shmakov Y. I., Begoulev P. B.** Structure-continual approach in rheology of disperse and polymer systems.— Rheol. Acta, 1974, vol. 13, N 3.
4. **Simha R.** A treatment of the viscosity of concentrated suspensions.— J. Appl. Phys., 1952, vol. 23, N 9.
5. **Придатченко Ю. В., Шмаков Ю. И.** Реологические уравнения состояния слабоконцентрированных суспензий жестких эллипсоидальных частиц.— ПМТФ, 1973, № 1.
6. **Jeffery G. B.** The motion of ellipsoidal particles immersed in a viscous fluid.— Proc. Roy. Soc., 1922, vol. A 102, N 715.
7. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
8. **Придатченко Ю. В.** Влияние внутренних свойств взвешенных частиц и их гидродинамического взаимодействия на реологическое поведение суспензий. Дис. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук. Киев, КГУ, 1973.
9. **Покровский В. Н.** Напряжения, вязкость и оптическая анизотропия движущейся суспензии жестких эллипсоидов.— УФН, 1971, т. 103, вып. 4.
10. **Ericksen J. L.** Theory of anisotropic fluids.— Trans. Soc. Rheology, 1960, vol. 4.
11. **Ericksen J. L.** Orientation induced by flow.— Trans. Soc. Rheol., 1962, vol. 6.

УДК 532.522 : 532.135

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПАДА СТРУЙ РЕОЛОГИЧЕСКИ СЛОЖНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

В. М. Ентов, В. И. Кордонский, В. А. Кузьмин, З. П. Шульман, А. Л. Ярин

(*Москва, Минск*)

1. Экспериментальное исследование распада струй псевдопластических жидкостей. Исследуемые жидкости представляли собой суспензии различной концентрации игольчатой гамма-окиси железа (γ-Fe_2O_3) в гидравлической жидкости АМГ-10.

Реологические характеристики исследуемых материалов приведены на фиг. 1. Кривые *1—3* показывают зависимость эффективной вязкости η от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ соответственно для 18; 25; 36% по весу суспензии γ-Fe_2O_3. Эта же зависимость для суспензии глины представлена кривой *4*. Кривые течения имеют вид, характерный для реограмм типичных псевдопластичных сред с сильной зависимостью вязкости от скорости сдвига. С достаточной степенью точности эта зависимость может быть описана степенной функцией

$$\tau = K\dot{\gamma}^n,\ \eta = K\dot{\gamma}^{n-1}. \tag{1.1}$$

В эксперименте тщательно дегазированная исследуемая жидкость из резервуара под действием поршня, приводимого в движение сжатым воздухом, подается вертикально вниз через сопло диаметром 1,28 мм. Скорость истечения образующейся струи была достаточно высокой, чтобы пренебречь ускорением силы тяжести и достаточно малой, чтобы в пределах регистрируемого участка не возникали существенные аэродинамиче-