

УДК 537.534

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ИОННОГО ПУЧКА

С. Г. Алиханов, С. Л. Мушер

(Новосибирск)

Рассматривается численная модель неустойчивости ионного пучка. Энергия колебаний в основном сосредоточена в нескольких соседних модах, имеющих максимальный инкремент в линейной теории. Неустойчивость прослежена до полного исчезновения пучка.

В данной работе при помощи метода частиц в ячейках изучается неустойчивость ионного пучка в неизотермической плазме $T_e \gg T_i$. Как известно [1–3], в этом случае возбуждаются ионно-звуковые колебания. Нелинейная стадия развития неустойчивости требует кинетического рассмотрения, что и явилось причиной применения метода частиц в ячейках (см. также [4,5]). Аналогичный метод применялся в работе [4] для исследования неустойчивости электронного пучка на фоне неподвижных холодных ионов, в [6] для изучения вхождения пучка в плазму; в работе [7] рассматривалась неустойчивость двух одинаковых взаимопроникающих ионных пучков при $M = 2$, $M = 8$, когда нет одномерной неустойчивости.

Ограничиваясь скоростями частиц (ионов), существенно меньшими тепловой электронной, считаем, что электроны распределены по закону Больцмана

$$n_e = n_0 \exp(e\phi/T_e)$$

Тогда необходимо следить лишь за движением ионов. В одномерном случае задача сводится к решению следующих уравнений:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 4\pi e [n_0 \exp(e\phi/T_e) - n_i], \quad n_i = \int f_i(x, v, t) dv \quad (1)$$

$$\frac{dv_j}{dt} = \frac{e}{M_i} \int E(x) \rho_j(x) dx, \quad E = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2)$$

$$\rho_j(x) = \rho_0 \exp\left\{-\left(\frac{x-x_j}{\sqrt{2}a}\right)^2\right\}$$

где ϕ — потенциал, $f_i(x, v, t)$ — функция распределения ионов, $\rho_i(x)$ — плотность j -й частицы с полушириной a в x -пространстве. В уравнении (2) сила, действующая на j -ю частицу, и ее скорость отнесены к центру частицы.

При решении краевой задачи для уравнения

$$\psi(\phi) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + 4\pi e [n_i - n_0 \exp(e\phi/\sqrt{T_e})] = 0$$

последнее заменялось уравнением (см. [5])

$$\Psi(\phi) = -\frac{\partial \Psi}{\partial \phi} \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

решение которого при $t \rightarrow \infty$ будет решением уравнения (1). На границах промежутка счета ставились периодические граничные условия. Метод прогонки, предложенный в [5], был модифицирован для граничных условий

$$\phi(0) = \phi(L), \quad \phi'(0) = \phi'(L) \quad (3)$$

Ниже приводятся результаты для параметров:

$$\frac{n_b}{n_p} = \frac{1}{12}, \quad \frac{T_e}{T_i} = 10^{-2}, \quad u = 0.5c_*, \quad n_p D = 60$$

Здесь u — скорость пучка, n_b , n_p — плотность пучка и плазмы соответственно

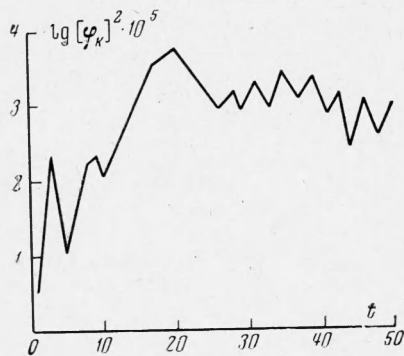
$$c_* = \sqrt{T_e/M_i}$$

Число частиц 2000, длина счетного промежутка 20 дебаевских длин.

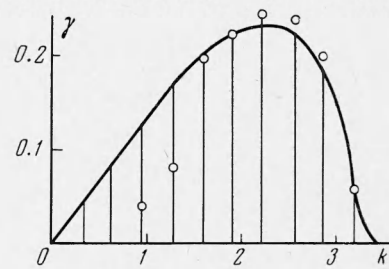
На фиг. 1 приведена временная эволюция квадрата амплитуды фурье-гармоники электростатического потенциала ϕ , соответствующей максимуму инкремента

(время измеряется в ω_0^{-1}). Вначале происходит релаксация начальных условий $\varphi(x) \equiv 0$ к равновесным тепловым шумам ($e\varphi \sim 5 \cdot 10^{-3} T_e$) — стоячим волнам, кратным длине счета. В момент $t = 6$ включается пучок и после некоторой остаточной релаксации развивается пучковая неустойчивость. Как видно из фиг. 1, процесс развития неустойчивости можно разделить на три стадии.

Первая стадия — экспоненциальный рост энергии колебаний. На фиг. 2 нанесены значения инкремента $\gamma(k)$, вычисленные по гидродинамической модели в линейном приближении [1] (сплошная кривая) и полученные из численного эксперимента (кружки). Тонкие вертикальные линии соответствуют длинам волн, кратным длине счета. Как видно из фиг. 3, на которой изображена фазовая плоскость vx , плазма и пучок в момент времени $t = 14$ модулированы с длиной волны резонансной гармоники. При достижении $e\varphi_* \sim 0.05 T_e$ (φ_* — резонансный потенциал) линейная стадия заканчивается, при этом примерно 20% частиц пучка ускорены $v_{\max}/u \sim 1.3$,



Фиг. 1



Фиг. 2

а большая часть (80%) сильно замедлены $v_{\min}/u \sim 0.1$. За время, равное нескольким ω_0^{-1} , наступает насыщение резонансных гармоник, полная энергия колебаний

$$\sum_k \int_0^L \left(\frac{E_k^2}{8\pi} + \frac{M_i v_{\sim k}^2}{2} \right) dx$$

где $v_{\sim k}$ — осцилляторная скорость ионов плазмы порядка начальной энергии пучка; при этом гармоники с длинами волн $\lambda \sim 2\lambda_*$ (λ_* — резонансная длина волны) продолжают расти. Плато на функции распределения отсутствует, на фазовой плоскости при $t = 20$ (фиг. 4) видны характерные «дырки», что соответствует сосредоточению энергии в трех соседних модах, имеющих максимальный инкремент.

Третья стадия — спад колебаний и выход на осцилляции с периодом

$$\tau^{-1} \sim \sqrt{e\varphi_{\max} k^2 / M_i}$$

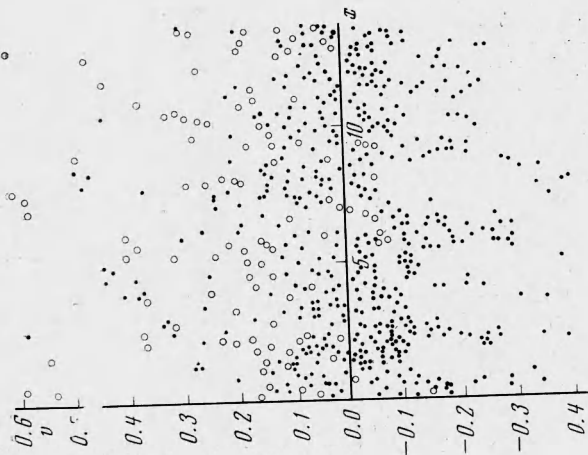
вблизи стационарного уровня, более чем на порядок превышающего уровень начального теплового шума. На этой стадии ($t = 45$), как следует из фазовой картины (фиг. 5), происходит исчезновение регулярной картины и размешивание частиц в фазовом пространстве. Это позволяет сделать предположение, что после насыщения резонансных гармоник влияние пучка мало и дальнейший процесс — затухание волны большой амплитуды для случая монохроматической волны, рассмотренное в работе [8].

Для проверки точности счета скорость пучка бралась $2c_*$. Как и следовало ожидать, неустойчивость не возбуждалась. Изменение числа частиц на дебаевскую длину и длины счетного промежутка не вносило существенных изменений в результаты.

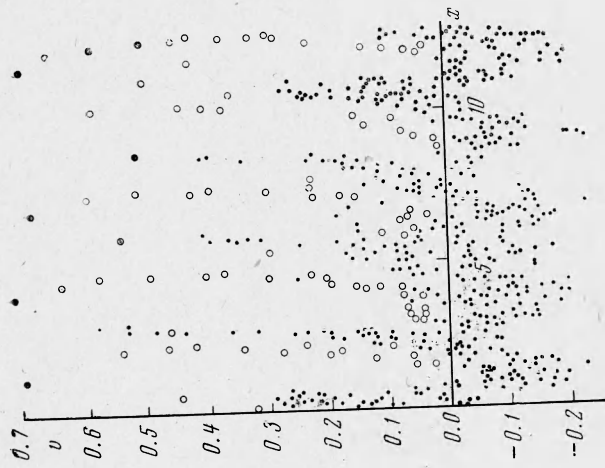
В работе [7] в случае слабого взаимодействия $M = 8$ энергия колебаний выходит на осцилляции вокруг стационарного уровня, на порядок превышающего тепловые шумы, как и в рассматриваемых условиях $n_b/n_p \ll 1$. Для $M = 2$ — сильное взаимодействие — энергия колебаний падает почти до уровня тепловых шумов. Авторы не приводят амплитуд Фурье-гармоник, но из приложенной фигуры видно существование периодичности в фазовом пространстве. Очевидно, это результат сосредоточения энергии колебаний в нескольких близких модах.

Авторы благодарят Р. З. Сагдеева за интерес к работе, а также И. К. Коннашбаева за полезные дискуссии.

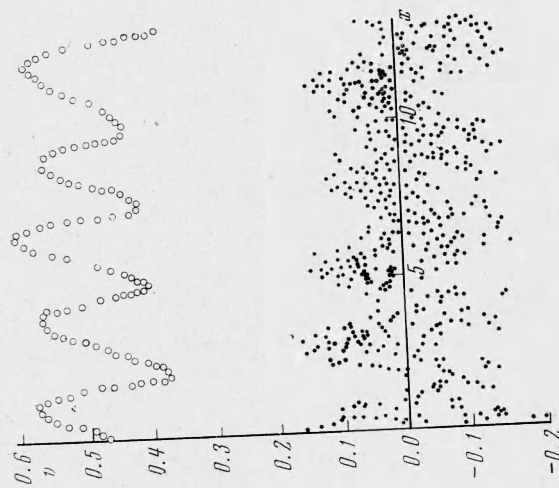
Поступила 23 III 1971



Фиг. 5



Фиг. 4



Фиг. 3

ЛИТЕРАТУРА

1. Веденов А. А., Велихов Е. П., Сагдеев Р. З. Устойчивость плазмы. Усп. физ. н., 1961, т. 73, вып. 4.
2. Stringer T. E. Electrostatic instabilities in current-carrying and counter-streaming plasmas. J. Nuclear Energy, pt C, 1964, vol. 6, No. 3.
3. Fried B. D., Wong A. Y. Stability limits for longitudinal waves in ion beam — plasma interaction. Phys. Fluids, 1966, vol. 9, No. 6.
4. Dawson J. M., Shanny R. Some investigations of nonlinear behavior in one-dimensional plasmas. Phys. Fluids, 1968, vol. 11, No. 7.
5. Алиханов С. Г., Сагдеев Р. З., Чеботаев П. З. Разрушение ионно-звуковых волн большой амплитуды. ЖЭТФ, 1969, т. 57, вып. 5.
6. Сигов Ю. С. Нелинейная задача о столкновении антипараллельных потоков разреженной плазмы. Докл. АН СССР, 1970, т. 192, № 3.
7. Forslund D. W., Shonk C. R. Numerical simulation of electrostatic counter-streaming instabilities in ion beams. Phys. Rev. Letters, 1970, vol. 25, No. 5.
8. O'Neil T. Collisionless damping of nonlinear plasma oscillations. Phys. Fluids, 1965, vol. 8, No. 12.

УДК 537.56

**ИНТЕГРАЛЫ СТОЛКНОВЕНИЙ ИОНИЗОВАННЫХ КОМПОНЕНТ ВОЗДУХА
ДЛЯ ЭКРАНИРОВАННОГО КУЛОНОВСКОГО ПОТЕНЦИАЛА**

И. А. Соколова

(Новосибирск)

В работе представлены результаты численного расчета интегралов $\Omega^{l,s}$ ($l = 1, 2, 3, 4$ и $s = l \dots 8 - l$), через которые выражаются коэффициенты переноса [1]. Полученные данные представляют практический интерес для расчетов кинетических свойств ионизованных газов в приближении теории Чепмена—Энскога с тремя членами в разложении по полиномам Сонина. Интегралы $\Omega^{l,s}$ рассчитаны для столкновений однократнозаряженных частиц, присутствующих в воздухе при температурах $T = 10000 - 40000^\circ K$ и давлениях $p = 0.1, 1, 100 \text{ атм.}$ В качестве модели электрон-ионного и ионного взаимодействия используется экранированный потенциал Кулона притяжения и отталкивания; дебаевский радиус экранирования выбирается с учетом экранирования как электронами, так и i -краткозаряженными ионами. В области рассматриваемых температур и давлений воздуха квантовые эффекты несущественны и при расчетах кинетических свойств ими можно пренебречь.

1. В настоящее время процессы переноса в ионизованных газах могут быть рассчитаны в приближении теории Чепмена—Энскога [1], если в качестве модели взаимодействия заряженных частиц используется экранированный кулоновский потенциал. Как показано в работах [2,3], сходимость решения для ионизованных газов имеет место, если в разложении по полиномам Сонина оставлено по крайней мере три члена. В этом случае для полностью ионизованного газа коэффициенты электропроводности и теплопроводности совпадают с асимптотическими выражениями Спитцера [4], полученными численным решением уравнения Фокера—Планка. Наличие трех членов в разложении по полиномам Сонина приводит к необходимости вычисления транспортных сечений Q^l порядка $l = 1, 2, 3, 4$ и интегралов $\Omega^{l,s}$ порядка s от $s = l$ до $s = 8 - l$. Квантово-механические поправки, связанные с дифракционными эффектами и эффектом неразличимости частиц, наиболее подробно рассмотрены в работе [5]. Квантовые эффекты становятся значительными при достаточно высоких температурах, когда длина волны де Бройля становится больше классического расстояния наибольшего сближения. В области температур, представляющих интерес для переносных свойств воздуха, квантово-механические поправки к транспортным сечениям несущественны.

Расчет интегралов $\Omega^{l,s}$ для частиц, взаимодействие которых подчиняется экранированному потенциалу Кулона, выполнен в ряде работ [6,8]. Однако в работах [6,7] расчеты проводились приближенными методами. Это позволило получить аналитические выражения интегралов $\Omega^{l,s}$

$$\Omega^{l,s} = A^{l,s} / T^2 (\ln \Lambda + B^{l,s}) \quad (1.1)$$