

ПЕРЕХОД К СВЕРХЗВУКОВОЙ СКОРОСТИ ПРИ ИСПАРЕНИИ И ИНЖЕКЦИИ С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ВАКУУМ

УДК 533

М. Ю. Плотников, А. К. Ребров

Институт теплофизики СО РАН,
630090 Новосибирск

Проблемы испарения в последние десятилетия оказались в центре внимания специалистов по динамике разреженных газов в двух аспектах:

1) исследование структуры течения газа в условиях разреженности ($K_p > 0,01$), число Кнудсена K_p характеризует разреженность либо по размеру ограниченной испаряющей поверхности, либо по протяженности зоны между испаряющей и конденсирующей поверхностями;

2) определение граничных условий для уравнений сплошной среды при сильном испарении, по существу, определение скачков параметров в кнудсеновском слое.

Проблемы эти даже в простейшей постановке изучения движения однородного газа оказались богатыми физическим и математическим содержанием, что породило многочисленные теоретические подходы при выборе как кинетических граничных условий, так и методов решения уравнения Больцмана. Не претендуя на сколько-нибудь полный обзор работ, упомянем исследования, различающиеся между собой выбором либо граничных условий, либо методов решения уравнения Больцмана. При решении уравнения Больцмана применялись метод моментов [1–5], численные методы с определением интеграла столкновений методом Монте-Карло [6], итеративные схемы интегрирования [7], аналитические методы на основе разложения Гильберта для функции распределения [8], аналитические методы решения уравнения Бхатнагара — Гросса — Крука (БГК) [9–11], численные решения уравнения БГК [12–19]. Использование уравнения Больцмана — Крука — Велландера (БКВ) [20] дает те же результаты, что и уравнения БГК. В некоторых работах нашел применение метод Мотт — Смита [21, 22].

В [23] определены скачки температуры и давления у поверхностей на основе вариационных принципов для линеаризованного уравнения Больцмана. Анализ кнудсеновского слоя у испаряющей поверхности с целью получения граничных условий для уравнений сплошной среды проведен в [24] на основе решения уравнения Больцмана моментным методом при задании бимодальной функции распределения.

Одним из наиболее обстоятельных исследований процесса испарения (конденсации) на основе решений уравнения Больцмана является работа Сугимото и Соне [25], где стационарное испарение изучалось численно на основе решения уравнения БКВ; для детального исследования кнудсеновского слоя была развита разностная схема, рассматривались поведение параметров газа в широком диапазоне чисел Кнудсена ($K_p \geq 0,01$) и асимптотические предельные случаи. В определенной мере эта работа подводит итоги многолетних исследований Соне и соавторов.

Сравнительный анализ всех полученных результатов, оценка эффективности методов и описание эволюции параметров в окрестности испаряющей поверхности с использованием данных отдельных работ в настоящее время — не только трудная задача, но в

определенной мере и неактуальная. Изучение структуры кнудсеновского слоя методами кинетической теории газов можно считать завершенным. Но метод статистического моделирования представляет новые возможности. В работе Сиболда и Урбасека [26], инициированной экспериментами Фаубеля, Шлеммера и Тоенниса [27], весьма эффективно использован метод Берда для анализа поведения параметров в окрестности цилиндра при $K_{п} = \infty, 2$ и $0,002$ и сформулированы важные выводы не только для описания процесса испарения, но и для того, чтобы оценить трудности предыстории многочисленных исследований. По-видимому, впервые метод прямого статистического моделирования применен к анализу испарения и конденсации в [28], где были продемонстрированы возможности метода для анализа переконденсации в плоском слое и получены результаты, не противоречащие данным других авторов. Задача о сильной переконденсации газа между круговыми коаксиальными цилиндрами методом прямого статистического моделирования для некоторых частных случаев решалась в [29] для однородного газа и в [30] для переконденсации при наличии нейтрального (неконденсирующегося) газа.

При очевидной завершенности исследований испарения от тел ограниченных размеров в литературе не уделено внимания вопросу перехода через скорость звука в окрестности испаряющей поверхности при расширении в вакуум или среду низкой плотности. Фундаментальная важность этого вопроса заключается в том, что переход происходит в расширяющемся потоке, а роль максвеллизации, вязкости и теплопроводности в формировании звуковой поверхности при наличии однонаправленного геометрического воздействия не выяснена. Относительно положения звуковой поверхности по имеющимся работам, кроме [26], можно заключить, что звуковая поверхность расположена либо в кнудсеновском слое, либо на его границе.

В данной работе будем придерживаться точки зрения, что границей кнудсеновского слоя может быть локальное число Кнудсена $K_{п1} = (l/p)(dp/dx) = 0,01$ (p — наиболее чувствительный к границе влияния разреженности термодинамический параметр). За этой границей возможно использование навье-стоксовского приближения для практически важных задач. С таких позиций использование толщины кнудсеновского слоя как масштабной величины может оправдываться, скорее, потребностями математической модели, как это сделано в [5], где показано, что определенный формально кнудсеновский слой может простираться для плоского течения от испаряющей поверхности на бесконечность.

В настоящей работе проведено целенаправленное исследование формирования звуковой поверхности в более общей постановке задачи, чем только испарение, а именно: анализируется ситуация инъекции газа с поверхности цилиндрического источника в вакуум. Эта постановка обогащает набор возможных условий течения газа свободным выбором параметров инжектируемого газа.

1. Формулировка проблемы. С поверхности цилиндрического источника радиуса r_0 и бесконечной длины испаряется или инжектируется поток частиц в окружающее пространство либо с нулевым давлением на бесконечности, либо окруженное концентричной оболочкой диаметра d , имеющей коэффициент конденсации $\alpha = 1$ (рис. 1).

Функция распределения скоростей испаряющихся или инжектируемых молекул задается обычным образом. В данной постановке (с полной конденсацией газа на бесконечности или на конечном расстоянии) коэффициент испарения несуществен для задачи, а коэффициент конденсации на поверхности испарения может варьироваться. Условия полной конденсации потока на периферии приняты для того, чтобы при изучении процессов вблизи поверхности испарения (инъекции) избавиться от любого влияния фонового газа. Этот вопрос потребовал специального анализа. При постоянном расходе пара или инжек-

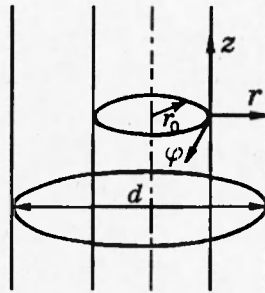


Рис. 1

тируемого газа условия на бесконечности или на конденсирующей поверхности не должны оказывать влияния на формирование потока у источника. Эти соображения приняты во внимание при выборе граничных условий вниз по потоку.

Цель настоящей работы — установление радиального распределения параметров пара (газа) в области расширения и определение положения звуковой поверхности.

2. Алгоритм прямого статистического моделирования. Для описания движения частиц введем шестимерное пространство $X \times V$, в котором состояние частицы определяется тремя ее пространственными координатами и тремя составляющими ее скорости. Обозначим через $f(x, v)$ функцию распределения, которая определяется следующим образом: $f(x, v)dx dv$ есть ожидаемое число частиц в элементе объема физического пространства dx около точки x , обладающих скоростями в элементе пространства скоростей dv около точки v . С учетом геометрии задачи (рис. 1) удобно ввести цилиндрические координаты, причем следующим образом: ось z совпадает с осью цилиндра, r — расстояние до оси цилиндра, φ — азимутальный угол. Обозначим через $v_r, v_z, v_\varphi, T_r, T_z, T_\varphi$ соответствующие компоненты скорости и температуры газа. В этих условиях предполагаем, что установившееся течение газа описывается уравнением Больцмана [31]:

$$\begin{aligned} v_r \frac{\partial f(x, v)}{\partial r} + \frac{v_\varphi}{r} \frac{\partial f(x, v)}{\partial \varphi} + v_z \frac{\partial f(x, v)}{\partial z} + \frac{v_\varphi^2}{r} \frac{\partial f(x, v)}{\partial v_r} - \frac{v_r v_\varphi}{r} \frac{\partial f(x, v)}{\partial v_\varphi} = \\ = \int \sigma g [f(x, v_1') f(x, v') - f(x, v_1) f(x, v)] dv_1 d\Omega. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь $\sigma d\Omega$ — дифференциальное сечение столкновения; $g = |v - v_1|$ — относительная скорость; v, v_1, v', v_1' — скорости двух сталкивающихся молекул до и после столкновения. Граничные условия следующие: предполагается, что частицы покидают поверхность источника в тепловом равновесии с ним, т. е. скорость частицы определяется максвелловским распределением

$$f(r = r_0, v) = \frac{\Phi}{2\pi} \left(\frac{m}{kT_w} \right)^2 \exp \left\{ -\frac{mv^2}{2kT_w} \right\}, \quad v_r > 0, \quad (2.2)$$

где m — масса частицы; T_w — температура стенки источника; Φ — поток испаряющихся частиц; k — постоянная Больцмана. Так как испарение происходит в вакуум, то второе граничное условие имеет вид

$$f(r \rightarrow \infty, v) \equiv 0. \quad (2.3)$$

Для описания взаимодействия молекул между собой использовалась модель твердых сфер [32]. Решение поставленной задачи (2.1)–(2.3) удобно провести в безразмерных величинах.

Для нормировки скорости, температуры и массы используются соответственно $\sqrt{2kT_w/m}$, T_w и m . За единицу приняты плотность и длина свободного пробега λ_0 , отвечающие состоянию газа при температуре стенки источника и потоку Φ . Для обезразмеривания времени используется $\lambda_0\beta$ ($\beta = \sqrt{m/(2kT_w)}$). В этом случае обезразмеренная задача зависит только от одного параметра — числа Кнудсена

$$Kn = \lambda_0/2r_0. \quad (2.4)$$

Для решения поставленной задачи применялся метод прямого статистического моделирования [32, 33]. При этом использовались цилиндрические ячейки, радиальный размер которых уменьшался с приближением к источнику. Для молекул, возвращающихся на поверхность источника, рассматривались два случая: 1) полное поглощение; 2) диффузное отражение.

На расстоянии $d/2$ от центра источника располагается цилиндрическая поверхность, которая поглощает достигшие ее частицы. Это расстояние менялось в зависимости от Kn . Для конкретного значения Kn расстояние d выбиралось таким образом, чтобы влияние поглощающей поверхности не сказывалось на поведении течения вблизи источника. В ходе расчетов вычислялись все основные гидродинамические моменты функции распределения. Расчеты проводились для широкого диапазона значений Kn , определенных формулой (2.4): от 0,00005 до свободномолекулярного режима. Одна из целей настоящей работы — изучение поведения кнудсеновского слоя при изменении разреженности. Выше было дано определение границы кнудсеновского слоя по условиям применимости континуальных подходов. Однако метод прямого статистического моделирования не позволяет найти эту границу точно, так как в своей сущности данный метод вероятностный, что приводит к статистическим флуктуациям вычисляемых моментов. С этой точки зрения можно определить границу кнудсеновского слоя с некоторой точностью δ , что и было принято в [34]. В нашем случае δ зададим в виде

$$\delta = \max \left[\frac{|T_r - T|}{T}, \frac{|T_\varphi - T|}{T}, \frac{|T_z - T|}{T} \right].$$

Здесь $T = (T_r + T_z + T_\varphi)/3$.

Таким образом, δ характеризует меру отклонения координатных компонент температуры от средней величины. Естественным образом устанавливается зависимость между δ и дисперсиями исследуемых моментов от функции распределения. Поэтому в дальнейшем используется то значение δ , которое наиболее определенно позволяет отделить статистические флуктуации от температурной неравновесности, характеризующей кнудсеновский слой.

3. Результаты исследования. Рассматривалось течение в диапазоне режимов от свободномолекулярного до сплошного. Строгая постановка задачи о стационарном свободномолекулярном течении от цилиндрического источника в вакуум противоречит физическому смыслу. Дело в том, что цилиндрическое расширение потока в бесконечность не имеет стационарного решения. При заданном постоянном потоке начальный период разлета реальных молекул даже в абсолютный вакуум при сколь угодно большом, но конечном числе Кнудсена сопровождается столкновениями молекул, существенными в перераспределении энергии.

На рис. 2, а-е представлены результаты расчета радиального распределения параметров T_r , T_z , T_φ , T , n , M для $Kn = 0,005; 0,05; 0,5; 5$. Здесь же приведены полученные в [26] результаты аналитического расчета для свободномолекулярного разлета. Отметим харак-

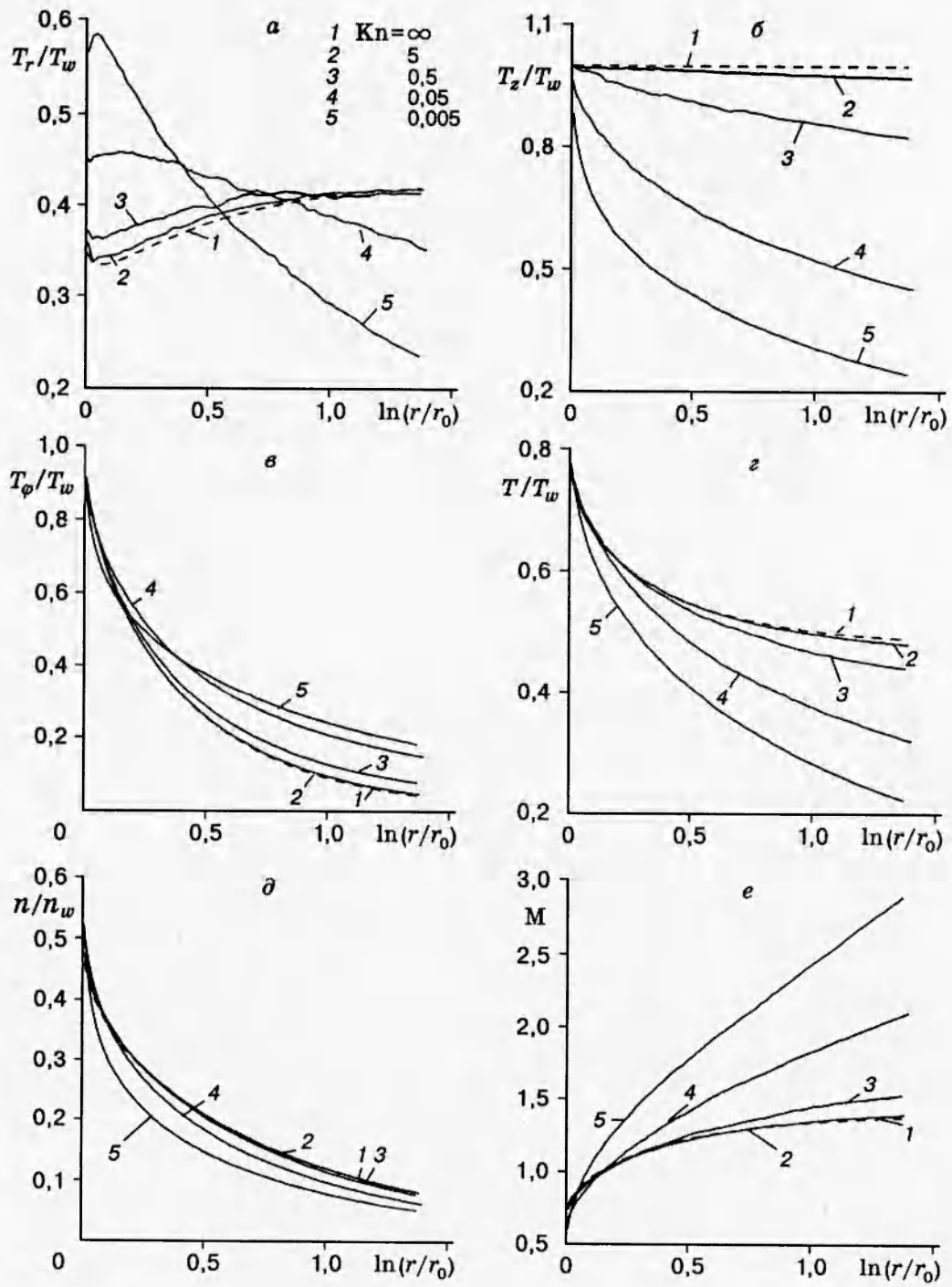


Рис. 2

терную немонотонность зависимости для T_r на расстояниях $r/r_0 < 1,06$ при $Kn \rightarrow \infty$. Это объясняется экранирующим влиянием искривления поверхности, на что обратил внимание Соне [35] и ввел понятие S -слоя. Представляет интерес привести предельные значения параметров для свободномолекулярного течения у поверхности цилиндра: $T_w = 0,787$, $T_{\varphi w} = 1,000$, $T_{rw} = 0,363$, $u_{rw} = 0,564$, а также $T_{r \min} = 0,334$ и $u_\infty = 0,886$. Величина $M = u/\sqrt{\gamma RT} = 1$ имеет координату $(r/(d/2))_{M=1} = 1,16$. Здесь эта абстрактная величина, выраженная как число Маха, характеризует предельное положение звуковой поверхности в расширяющемся потоке. В [36] для $Kn \rightarrow 0$ приведены асимптотические значения параметров на звуковой поверхности.

Выясним эволюцию распределения параметров в окрестности цилиндра при росте Kn . Обращает на себя внимание, что наибольшее изменение распределения параметров происходит при изменении Kn в диапазоне $0,5 \div 0,005$. Для T_r (рис. 2,а) это изменение качественное. При больших Kn зависимость $T_r(r)$ имеет минимум, при малых — максимум. Максимум сохраняется и при уменьшении Kn ($Kn < 0,005$) и приближается в линейных размерах к поверхности цилиндра. Минимум, как видно из рис. 2,а, связан с чисто геометрическим эффектом, максимум — результат релаксационного процесса в кнудсеновском слое. Столкновительная «игра» молекул приводит к особенности в поведении T_φ (рис. 2,б), заключающейся в немонотонности изменения азимутальной компоненты температуры в зависимости от изменения Kn в исследуемой области течения. Изменение $T_\varphi = F(r)$ в зависимости от Kn заметно слабее, чем для T_r и T_z . На рис. 2,д, е показано изменение плотности и числа Маха. Очевидна корреляция этих параметров при уменьшении значения Kn — повышение плотности и уменьшение скорости в окрестности цилиндра и понижение плотности, соответствующее увеличению скорости вдали от поверхности.

Расчет позволяет определить число частиц, возвращающихся к поверхности испарения из окружающей цилиндр области. Эти частицы могут конденсироваться на поверхности или отражаться. Структура кнудсеновского слоя зависит от интенсивности потока возвращающихся молекул и наоборот. На рис. 3 показаны практически совпадающие зависимости $j = i_r/i_e = F(Kn)$ для двух случаев: конденсации с $\alpha = 1$ и диффузного отражения. Здесь i_r — полный поток возвращающихся молекул, i_e — суммарный поток испаренных (инжектированных) и отраженных молекул. Видно, что при $Kn \rightarrow 5 \cdot 10^{-5}$ доля возвращающихся частиц асимптотически приближается к постоянной величине. Если принять коэффициент испарения равным единице, можно сделать важное заключение, что рис. 3 дает количественную характеристику снижения массового потока по сравнению с его значением по закону Герца — Кнудсена при уменьшении Kn . Для сравнения на рис. 3 также приведены данные [19, 26]. Характерно, что максимальный темп изменения зависимости доли возвращающихся к поверхности частиц от числа Кнудсена имеет место при $Kn \sim 0,05$.

На рис. 4 дана зависимость радиального положения звуковой поверхности в длинах свободного пробега от поверхности цилиндра. Отметим, например для $\alpha = 1$, что при $Kn = 0,005$ звуковая поверхность лежит на расстоянии $\approx 3,5$ длины свободного пробега, т. е. в зоне обычной границы кнудсеновского слоя. При $Kn = 0,00005$ она находится на расстоянии около трех десятков длин свободного пробега. В [26] для $Kn = 0,002$ получена толщина кнудсеновского слоя порядка 15 длин свободного пробега, определенных по параметрам источника. Отсюда следует вывод, что положение звуковой поверхности нельзя однозначно связывать с числом длин свободного пробега, характеризующим толщину кнудсеновского слоя. Характер зависимостей положения звуковой поверхности, полученного для $\alpha = 0$ и 1, на рис. 4 не свидетельствует о ближней асимптотике (стабилизации

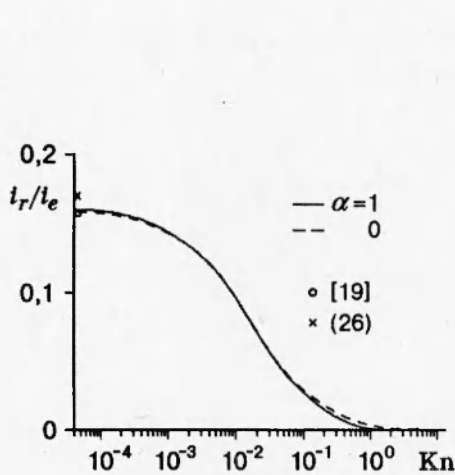


Рис. 3

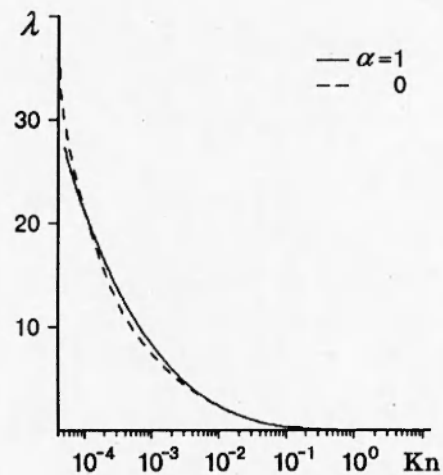


Рис. 4

положения звуковой поверхности) при уменьшении K_n . При малых значениях K_n звуковая поверхность отодвигается в зону сплошного течения, точнее, в зону, удаленную от пристеночной релаксации.

Действительно, граница существенного влияния неравновесности у поверхности цилиндра, определенная по $K_{n1} = 0,01$, располагается для $K_n = 0,00005$ на расстоянии 4,4 длин свободного пробега от поверхности источника, т. е. намного ближе положения звуковой поверхности. Единственным объяснением этого факта в расширяющемся потоке является наличие теплового потока и трения перед звуковой поверхностью. Это следует из записи закона перехода от дозвукового к сверхзвуковому течению, сформулированного Л. А. Вулисом в 1950 г. как закон обращения воздействия [37]:

$$(M^2 - 1) \frac{du}{u} = \frac{dr}{r} - \psi dq - \theta dL - \frac{d(rnu)}{rnu} - \xi dA. \quad (3.1)$$

Здесь ξ , ψ и θ — известные из термодинамики коэффициенты соответственно при величинах теплового dq , диссипативного dL и механического dA (в смысле совершения работы) воздействия. В зоне между кнудсеновским слоем и звуковой поверхностью для исследуемого одномерного течения полагаем $dnu = 0$, $dA = 0$. Для рассматриваемого здесь случая в (3.1) справа останутся только члены, выражающие геометрическое, тепловое и диссипативное воздействие.

Оценку влияния эффектов теплопроводности и вязкости можно сделать по изменению параметров торможения в зоне между точкой 1, где $K_{n1} = 0,01$, и точкой 2, где $M = 1$. Для $K_n = 0,00005$ по результатам расчетов известны все данные для определения параметров торможения T_0 , P_0 в точках 1, 2 по газодинамическим соотношениям

$$T_0 = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right), \quad P_0 = P \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\gamma/(\gamma - 1)}$$

в предположении, что газ пришел в точки 1 и 2 от условий торможения путем изоэнтропического расширения. Для выделенного объема газа в двухгранном угле $\Delta\varphi$ сила трения, обусловленная вязкими эффектами, определяется из равенства сумм сил изменения потока

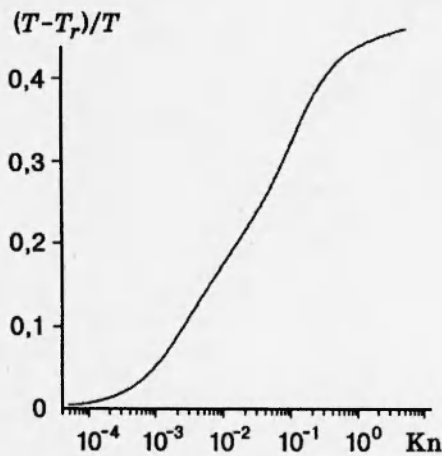


Рис. 5

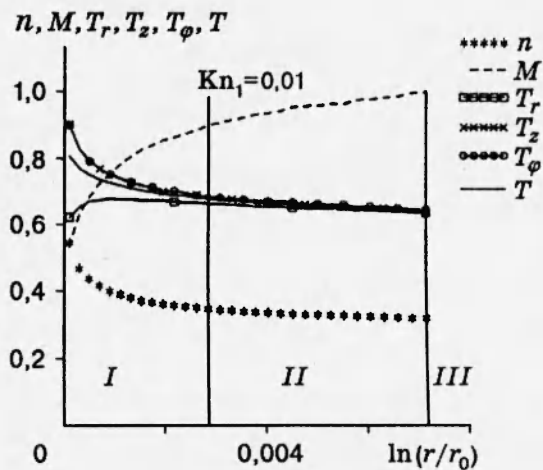


Рис. 6

количества движения:

$$\rho_1 u_1^2 r_1 \Delta\varphi - \rho_2 u_2^2 r_2 \Delta\varphi + p_1 r_1 \Delta\varphi - p_2 r_2 \Delta\varphi + \Delta\varphi \int_{r_1}^{r_2} p dr - X_{\text{тр}} = 0.$$

Производимый этой силой эффект можно оценить, отнеся силу трения к характерной поверхности, например $r_1 \Delta\varphi$ в точке 1:

$$\frac{X_{\text{тр}}}{r_1 \Delta\varphi} = \rho_1 u_1^2 - \rho_2 u_2^2 \frac{r_2}{r_1} + p_1 - p_2 \Delta\varphi \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{r_1} \int_{r_1}^{r_2} p dr. \quad (3.2)$$

Рост температуры торможения $\Delta_{1-2} T_0$ составляет малую величину, порядка 10^{-3} , что не позволяет высказать определенные суждения о характере изменения T_0 между точками 1 и 2, тем более, что в этой области разница между температурами T_r и T такой же величины. Давление торможения от точки 1 до точки 2 изменяется определенно и заметно: падает на величину 0,03. По формуле (3.2) получим $X_{\text{тр}}/(r_1 \Delta\varphi) = 0,02$, что находится на уровне потерь полного давления.

Проведенный анализ неизэнтропического течения перед звуковой поверхностью оправдывается, разумеется, лишь в рамках представлений о сплошной среде при $\text{Kn}_l < 0,01$.

Поскольку звуковая поверхность в общем случае может находиться в разреженном и сплошном потоке, интересно характеризовать степень неравновесности на этой поверхности зависимостью для $(T - T_r)/T = F(\text{Kn})$ (рис. 5). Эта зависимость имеет предельные асимптотики. Если задаться величиной $\delta = 1 - T_r/T = 10^{-2}$, то можно утверждать, что при $\text{Kn} = 0,0005$ звуковая поверхность находится в сплошном потоке. По характеру зависимости на рис. 5 можно говорить о приближенной границе снятия неравновесности на звуковой поверхности (при $\text{Kn} = 0,005$).

Пространственное разделение звуковой поверхности и кнудсеновского слоя не вносит ясности в характеристику последнего. При расчете течения методом Монте-Карло нет проблемы кнудсеновского слоя, и его толщина может быть определена по результатам статистического моделирования со степенью приближения к границе максвелловского равновесия, допускающей отделение статистической флуктуации от неравновесности.

Для более полной характеристики процесса формирования звуковой поверхности на рис. 6 приведены зависимости плотности, скорости, температуры в зоне между поверхностью цилиндра и звуковой поверхностью для $Kп = 0,00005$, т. е. для сплошного течения. Если около цилиндра в результате инжекции или испарения в вакуум формируется сплошное течение ($Kп < 0,0005$), при радиальном течении газа/пара изменение параметров происходит последовательно: 1) в приповерхностных скачках, 2) в кинетической зоне при $Kп > 0,01$, в зоне дозвукового течения при $Kп < 0,01$, в сверхзвуковой зоне (зоны I–III на рис. 6).

Такой характер течения от ограниченных выпуклых поверхностей в вакуум общий для тел любой геометрии. Если инжектируемый газ (пар) расширяется в затопленное пространство с давлением, не допускающим перехода через скорость звука, высказанные выше соображения сохраняют смысл без зоны сверхзвукового течения.

4. Выводы. В данной работе сделана попытка систематического анализа неравновесной зоны расширения газа от цилиндрического источника с испарением или инжекцией в вакуум в режиме от свободномолекулярного до сплошного течения на основе прямого статистического моделирования методом Монте-Карло.

Представлено изменение основных параметров в процессе расширения, установлены закономерности формирования звуковой поверхности. Показано, что звуковая поверхность при малых числах Кнудсена находится в зоне сплошного течения.

Полученные результаты ставят на очередь решение задачи об испарении или инжекции от поверхностей конечных размеров в новых физических постановках с учетом внутренних степеней свободы испаряющихся молекул и конденсации в пересыщающемся потоке, а также анализ течения неоднородных газов.

Авторы благодарят П. А. Сковородко за полезное участие в обсуждении результатов исследований.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-01371а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кучеров Р. Я., Рикенглаз Л. Э. О гидродинамических граничных условиях при испарении и конденсации // ЖЭТФ. 1959. Т. 37, № 1. С. 125–126.
2. Patton A. J., Springer G. S. A kinetic theory description of liquid vapor phase change // Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. Cambridge, 1968. New York: Acad. Press, 1969. V. 2. P. 1497–1501.
3. Shankar P. N., Marble F. E. Kinetic theory of transient condensation and evaporation at a plane surface // Phys. Fluids. 1971. V. 14, N 3. P. 510–516.
4. Mager R., Adomeit G., Wortberg G. Theoretical and experimental investigation of the strong evaporation of solids // Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. Pasadena, 1988. Washington: AIAA, 1989. P. 460–471.
5. Ytrehus T. Theory and experiment on gas kinetics in evaporation // Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. Aspen. July, 1976. New York: AIAA, 1977. Pt II. P. 1197–1212.
6. Черемисин Ф. Г. Движение разреженного газа между бесконечными плоскопараллельными эмитирующей и поглощающей поверхностями // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 2. С. 176–178.

7. Yen S. M. Solutions of the kinetic equation for the nonequilibrium gas flow between emitting and absorbing surfaces // Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. Gottingen, 1974. Porz-Wahu: DFVLR-Press, 1974. V. 1. P. A15/1-A15/10.
8. Cipolla J. W. Jr. Transition regime droplet growth and evaporation: an integrodifferential variational approach // Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. Pasadena, 1988. Washington: AIAA, 1989. P. 434-442.
9. Pao Y. P. Application of kinetic theory to the problem of evaporation and condensation // Phys. Fluids. 1971. V. 14, N 2. P. 306-312.
10. Pao Y. P. Temperature and density jumps in the kinetic theory of gases and vapors // Phys. Fluids. 1971. V. 14, N 7. P. 1340-1346.
11. Siewert S. E., Thomas J. R. Jr. Half-space problem in the kinetic theory of gases // Phys. Fluids. 1973. V. 16, N 9. P. 1557-1559.
12. Matsushita T. An analytical study of the problem of evaporation and condensation using the finite element method // Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. Gottingen, 1974. Porz-Wahu: DFVLR-Press, 1974. V. 2. P. F3/1-F3/12.
13. Коган Н. М., Макашев Н. К. О роли слоя Кнудсена в теории гетерогенных реакций и в течениях с реакциями на поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1971. № 6. С. 3-6.
14. Анисимов С. И., Рахматулина А. Х. Динамика расширения пара при испарении в вакуум // ЖЭТФ. 1973. Т. 64, № 3. С. 869-876.
15. Макашев Н. К. Сильная переконденсация в одно- и двухкомпонентном разреженном газе при произвольном значении числа Кнудсена // Изв. АН СССР. МЖГ. 1972. № 5. С. 130-138.
16. Бишаев А. М., Рыков В. А. Переконденсация одноатомного газа при малых числах Кнудсена // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1978. Т. 18, № 3. С. 709-717.
17. Kogan M. N., Makashev N. K. Role of Knudsen layer in the theory of heterogeneous reactions and in flows with surface reactions // Fluid Dynamics. 1974. V. 6. P. 913-920.
18. Onishi Y. Nonlinear analysis for evaporation and condensation of a vapour-gas mixture between the two plane condensed phases. Pt 1: Concentration of inert gas 0(1) // Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. Pasadena, 1988. Washington: AIAA, 1989. P. 470-491.
19. Knight C. J. Evaporation from cylindrical surface into vacuum // J. Fluid Mech. 1976. V. 75, pt 3. P. 469-486.
20. Sone Y., Aoki K., Sugimoto H., Yamada T. Steady evaporation and condensation on a plane condensed phase // Theor. and Appl. Mech. (Bulgaria). 1988. V. 3. P. 89-97.
21. Анисимов С. И. Об испарении металла, поглощающего лазерное излучение // ЖЭТФ. 1968. Т. 54, вып. 1. С. 339-342.
22. Luikov A. V., Perelman T. L., Anisimov S. I. Evaporation of a solid into vacuum // Int. J. Heat Mass Transfer. 1971. V. 14. P. 177-184.
23. Cipolla J. W. Jr., Lang H., Loyalka S.K. Kinetic theory of condensation and evaporation // J. Chem. Phys. 1974. V. 61, N 1. P. 69-77.
24. Labuntsov D. A., Kryukov A. P. Analysis of intensive evaporation and condensation // Int. J. Heat Mass Transfer. 1979. V. 22, N 7. P. 989-1002.
25. Sugimoto H., Sone Y. Numerical analysis of steady flows of a gas evaporating from its cylindrical condensed phase on the basis of kinetic theory // Phys. Fluids A. 1992. V. 4, N 2. P. 419-440.
26. Sibold D., Urbassek H. M. Kinetik study of evaporation flows from cylindrical jets // Phys. Fluids A. 1991. V. 3, N 5. P. 870-878.

27. **Faubel M., Schlemmer S., Toennies J. P.** A molecular beam study of the evaporation of water from a liquid jet // *Z. Phys. D.* 1988. Bd 10. P. 269.
28. **Murakami M., Oshima K.** Kinetic approach to the transient evaporation and condensation problem // *Int. Symp. on Rarefied Gas Dynamics. Gottingen, 1974. Porz-Wahu: DFVLR-Press, 1974. P. F.6/1-F.6/10.*
29. **Абрамов А. А.** Решение задачи о сильном испарении одноатомного газа методом Монте-Карло // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1984. № 1. С. 185-188.
30. **Radev St., Stefanov St.** Monte Carlo simulation of vapour-gas cylindrical cutter flow // *Theor. and Appl. Mech. (Bulgaria).* 1988. N 3. P. 70-77.
31. **Коган М. Н.** Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967.
32. **Берд Г.** Молекулярная газовая динамика. М.: Мир, 1981.
33. **Иванов М. С., Рогазинский С. В.** Экономичные схемы прямого статистического моделирования течений разреженного газа // *Мат. моделирование.* 1989. Т. 1, № 7. С. 130-145.
34. **Sibold D., Urbassek H. M.** Monte Carlo study of Knudsen layres in evaporation from elemental and binary media // *Phys. Fluids A* 5. 1993. V. 5, N 1. P. 243-256.
35. **Sone Y.** New kind of boundary layer over a convex solid boundary in a rarefied gas // *Phys. Fluids.* 1973. V. 16. P. 1422-1424.
36. **Aoki K., Sone Y.** Gas flows arround the condensed phase with strong evaporation or condensation. Fluid dynamic equation and its boundary condition on interfase and their application // *Advances in Kinetic Theory and Continuum Mechanics, Proceedings of a Symp. Held in Honor of Professor Cabannes H., Paris. July 6, 1990. Berlin: Springer-Verl., 1991. P. 43-54.*
37. **Абрамович Г. Н.** Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1969.

Поступила в редакцию 28/III 1995 г.
