УДК 550.348.425.4

ДВИЖЕНИЕ ГРУНТА В ВОЛНЕ РЭЛЕЯ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ ПРИ ПОДЗЕМНОМ ВЗРЫВЕ

В. А. Симоненко, Н. И. Шишкин, Г. А. Шишкина

Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики, 456770 Снежинск
E-mail: simonenko@vniitf.ru

Получены аналитические представления для полей смещений и напряжений в поверхностной волне Рэлея (R-волне), возникающей в упругом полупространстве от внутреннего источника, который формирует такую же сейсмическую P-волну, что и подземный взрыв. Рассчитаны осциллограммы и траектории частиц, а также напряжения внутри полупространства и на его поверхности. Получены соотношения для потока энергии в R-волне. Для каменной соли оценена доля энергии взрыва, переходящей в R-волну. Установлено, что эта доля может достигать значений порядка 1 % полной энергии взрыва, если взрыв происходит на камуфлетной глубине. При увеличении глубины заложения заряда энергия R-волны уменьшается приблизительно обратно пропорционально глубине.

Ключевые слова: подземный взрыв, волна Рэлея, смещение, напряжения, поток энергии.

Введение. Упругие поверхностные волны Рэлея (R-волны) [1] возникают при динамических воздействиях на поверхности упругих тел. В конструкциях малых размеров они находят применение в качестве ультразвуковых волн. Волны Рэлея наблюдаются и в крупных конструкциях, инженерных сооружениях. R-волны возникают также при взрывах, землетрясениях и ударах космических тел о планеты. Сейсмические R-волны используются для зондирования земной коры и изучения ее строения, длинные R-волны — для исследования мантии Земли. Рэлеевские волны, образующиеся при взрыве, содержат значительную долю энергии взрыва и на некотором расстоянии от эпицентра становятся доминирующими среди других сейсмических волн. В них содержится информация об источнике энергии и свойствах среды. Например, результаты анализа записей R-волн при некоторых подземных ядерных взрывах позволили сделать вывод, что в эпицентрах взрывов происходили откольные разрушения среды [2]. В [3] показано, что при ударах космических тел о Землю фокусировка R-волны в области антипода (области, диаметрально противоположной месту удара) может приводить к образованию таких необычных геологических структур, как трубки взрыва, или диатремы.

Волны Рэлея, возникающие в упругом полупространстве под действием сосредоточенного источника, рассматривались в [4–6]. В работе [7] изучалась задача Лэмба в случае изотропной упругой сферы, там же получены выражения для волны Рэлея на поверхности упругой сферы. В [8] исследовано движение поверхности грунта при взрыве в полупространстве, в [9] — движение поверхности упругого шара при заглубленном взрыве. В работе [10] изучались волны Рэлея, распространяющиеся вдоль искривленной поверхности упругого тела, создаваемые гармоническим источником. В данной работе для взрывов на большой глубине представлены более полные результаты исследования волны Рэлея как на поверхности упругого полупространства, так и внутри него. Рассматривается поток энергии, переносимой волной Рэлея, и дается оценка доли энергии взрыва, поступающей в

R-волну. Такие данные необходимы для более точных оценок разрушающего воздействия R-волн на различные инженерные сооружения, а также при описании динамических геологических процессов, происходящих в областях, диаметрально противоположных месту удара космических тел о поверхность планет [3].

1. Источник волн. Сейсмическая продольная P-волна, возникающая при подземном ядерном взрыве, описана в работе [11] с использованием потенциала поля упругих перемещений, содержащего три свободных параметра:

$$\varphi(t,R) = -\frac{\Phi(\infty)}{R}\, f(\tau). \tag{1.1}$$

Здесь $t \geqslant 0$ — время, отсчитываемое с момента взрыва; $R > 0$ — расстояние до центра взрыва; $\Phi(\infty)f(\tau)$ — приведенный потенциал; $\Phi(\infty)$ — стационарное значение приведенного потенциала; $f(\tau) = 1 - \mathrm{e}^{-\tau}(1 + \tau + \tau^2/2 + \tau^3/6 - B\tau^4)$ — функция источника, формирующего такую же сейсмическую P-волну, что и подземный взрыв; $\tau = (t - R/c_p)/t_0$; t_0 — характерная длительность излучения волны; c_p — скорость распространения продольных упругих волн; B — постоянная, зависящая от свойств среды. С характерным временем t_0 связана характерная длина c_pt_0, которая для скальных пород приблизительно равна радиусу зоны дробления, окружающей очаг взрыва.

Следует отметить, что аппроксимирующий полином четвертой степени, содержащийся в функции источника, позволяет удовлетворительно описать потенциал в ближней сейсмической области взрыва. Как показано в [12], на телесейсмических расстояниях более приемлемой аппроксимацией является полином второй степени. Кроме того, при малых глубинах взрыва, на которых происходит откол в эпицентре взрыва, более приемлемым является полином третьей степени [2]. Данные аппроксимации могут быть получены путем отбрасывания соответствующих степеней и подбора коэффициента B при старшей степени полинома в функции $f(\tau)$. Энергия E_p, излучаемая на "бесконечность" в виде P-волны, определяется по формуле [11]

$$E_p = \pi\alpha(B)\rho_0 c_p^2 \varkappa \Phi(\infty), \tag{1.2}$$

где ρ_0 — плотность среды; $\alpha(B) = (5 + 3(1 + 24B)^2)/64$; $\varkappa = \Phi(\infty)/(c_pt_0)^3$.

2. Волна Рэлея. Сосредоточенный взрыв в однородной упругой среде генерирует сейсмическую волну продольного типа (P-волну). В результате взаимодействия этой волны со свободной поверхностью возникает поверхностная сейсмическая волна, или волна Рэлея.

Рассмотрим движение, возникающее в упругом полупространстве под действием источника (1.1). Введем цилиндрическую систему координат $Or\varphi z$, в которой ось z направлена внутрь среды, а ось r — вдоль свободной поверхности $z = 0$ (рис. 1). Источник поместим в точку $(0, z_0)$. Движение предполагается не зависящим от угловой координаты φ. С начального момента $t = 0$ и до момента подхода P-волны к свободной поверхности движение описывается потенциалом (1.1), который в безразмерных переменных имеет вид

$$\varphi_0(t,r,z) = -f(t - \sqrt{r^2 + (z_0 - z)^2}\,)/\sqrt{r^2 + (z_0 - z)^2}\,. \tag{2.1}$$

Здесь время t измеряется в единицах t_0, расстояние — в единицах c_pt_0. Потенциал (2.1) можно записать в виде

$$\varphi_0(t,r,z) = \varphi(t,R)/(\varkappa(c_pt_0)^2), \qquad R = \sqrt{r^2 + (z_0 - z)^2}\,.$$

С момента начала отражения P-волны от свободной поверхности движение описывается потенциалами φ_1 и $\boldsymbol{\psi}(0,\psi,0)$, связанными с полем смещений $\boldsymbol{u}$ зависимостью

$$\boldsymbol{u} = \operatorname{grad}\varphi_1 + \operatorname{rot}\boldsymbol{\psi},$$

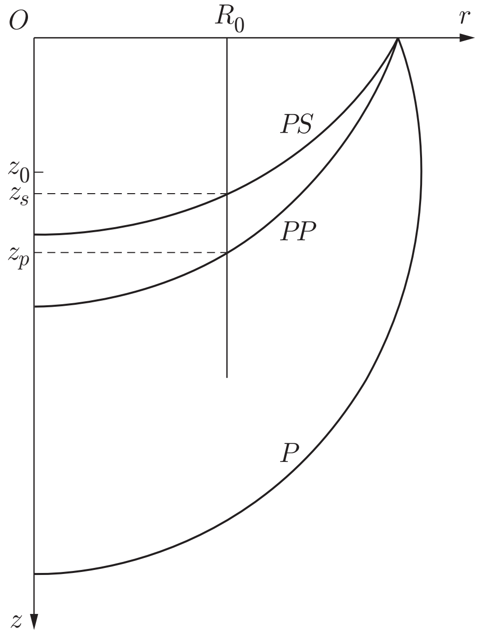

Рис. 1. Система координат, положение фронтов волн и контрольная поверхность — цилиндр радиуса R_0

где $\varphi_1 = \varphi_0 + \varphi$. Потенциалы φ и ψ находятся из решения волновых уравнений теории упругости

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = \Delta\varphi, \qquad \frac{1}{\gamma^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \Delta\psi - \frac{\psi}{r^2}, \qquad t \geqslant z_0, \quad r \geqslant 0, \quad z \geqslant 0 \tag{2.2}$$

(Δ — оператор Лапласа; $\gamma = c_s/c_p$; c_s — скорость распространения поперечных волн) при нулевых начальных данных и равенстве нулю вектора напряжений на свободной поверхности:

$$\varphi\big|_{t=0} = \psi\big|_{t=0} = \frac{\partial\varphi}{\partial t}\Big|_{t=0} = \frac{\partial\psi}{\partial t}\Big|_{t=0} = 0,$$

$$\Big[\Big(\frac{1}{\gamma^2} - 2\Big)\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} + 2\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} + 2\,\frac{\partial^2\psi}{\partial r\partial z} + \frac{2}{r}\,\frac{\partial\psi}{\partial r}\Big]\Big|_{z=0} = -\Big[\Big(\frac{1}{\gamma^2} - 2\Big)\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial t^2} + 2\,\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial z^2}\Big]\Big|_{z=0}, \tag{2.3}$$

$$\Big(2\,\frac{\partial^2\varphi}{\partial r\,\partial z} + \frac{1}{\gamma^2}\,\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} - 2\,\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\Big)\Big|_{z=0} = -2\,\frac{\partial^2\varphi_0}{\partial r\,\partial z}\Big|_{z=0}.$$

С помощью преобразования Лапласа по t и преобразования Фурье — Бесселя по r можно получить решение задачи (2.2), (2.3) в виде [6, 13]

$$\varphi(t, r, z) = \varphi_0(t, r, z_1) - \varphi_0(t, r, z_2) + \varphi_1(t, r, z_2),$$

$$\varphi_0(t, r, z) = -f(t-\rho)/\rho, \qquad \rho = (r^2 + z^2)^{1/2}, \qquad z_1 = z - z_0, \qquad z_2 = z + z_0,$$

$$\varphi_1(t, r, z_2) = \gamma\int\limits_0^\infty kJ_0(kr)\Big[\frac{1}{2\pi i}\int\limits_l F(k\gamma\xi)X(\xi)\,\mathrm{e}^{-kg_1(\xi)}\,d\xi\Big]\,dk, \tag{2.4}$$

$$\psi(t, r, z_2) = \gamma\int\limits_0^\infty kJ_1(kr)\Big[\frac{1}{2\pi i}\int\limits_l F(k\gamma\xi)Y(\xi)\,\mathrm{e}^{-kg_2(\xi)}\,d\xi\Big]\,dk,$$

где

$$X(\xi) = 8\beta/(\delta^2-4\alpha\beta), \quad Y(\xi) = 4\delta/(\delta^2-4\alpha\beta), \quad g_1(\xi) = \alpha z_2-\gamma\xi t, \quad g_2(\xi) = \alpha z_0+\beta z-\gamma\xi t,$$
$$\alpha = (1+\gamma^2\xi^2)^{1/2}, \quad \beta = (1+\xi^2)^{1/2}, \quad \delta = 2+\xi^2, \quad \operatorname{Re}\alpha > 0, \quad \operatorname{Re}\beta > 0 \quad \text{при } \xi > 0,$$

$F(k\gamma\xi)$ — изображение функции источника $f(t)$ по Лапласу; J_0, J_1 — функции Бесселя; l — контур интегрирования в формуле обращения преобразования Лапласа.

В (2.4) подынтегральные функции имеют следующие особенности на плоскости комплексной переменной ξ: 1) точки ветвления $\xi_{1,2} = \pm i/\gamma$, $\xi_{3,4} = \pm i$; 2) полюс $\xi = 0$; 3) возможные особенности функции $F(k\gamma\xi)$; 4) полюсы $\xi_R = \pm i\theta$ ($0{,}874 \leqslant \theta(\gamma) \leqslant 0{,}955$).

Полюсы ξ_R являются корнями уравнения Рэлея $\delta^2-4\alpha\delta = 0$. Каждая особенность определяет соответствующее слагаемое в общем решении задачи (2.2), (2.3). Точки ветвления соответствуют объемным волнам. Полюс в начале координат определяет асимптотику решения при $t \to \infty$, а полюсы Рэлея — поверхностную волну как асимптотику при $r \gg c_p t_0$ и $t > t_s$ (t_s — момент прихода поперечной волны в рассматриваемую точку).

В данной работе исследуется движение в волнах Рэлея, которое описывается формулами, полученными из (2.4) нахождением вычетов в полюсах Рэлея с последующим интегрированием по параметру k. Смещения, скорости смещений и напряжения выражаются через потенциалы φ и ψ по известным формулам теории упругости. Приведем выражения для смещений, скоростей смещений и напряжений в волне Рэлея.

Выражения для смещений имеют вид

$$\boldsymbol{u} = u_r\boldsymbol{r}_1 + u_z\boldsymbol{z}_1,$$
$$\boldsymbol{u}(t,r,z) = \int\limits_0^{t-t_p} \boldsymbol{U}^p(t-\tau,r,z)f''(\tau)\,d\tau + \int\limits_0^{t-t_s} \boldsymbol{U}^s(t-\tau,r,z)f''(\tau)\,d\tau,$$
$$\boldsymbol{U}^p = U_r^p\boldsymbol{r}_1 + U_z^p\boldsymbol{z}_1, \qquad \boldsymbol{U}^s = U_r^s\boldsymbol{r}_1 + U_z^s\boldsymbol{z}_1, \tag{2.5}$$
$$U_r^p = \frac{4ab^2}{\gamma\theta^3\Theta}\,S_{10}(r,az_2,\gamma\theta t)\varepsilon(t-t_p), \qquad U_r^s = -\frac{2ab^2d}{\gamma\theta^3\Theta}\,S_{10}(r,az_0+bz,\gamma\theta t)\varepsilon(t-t_s),$$
$$U_z^p = \frac{4a^2b^2}{\gamma\theta^3\Theta}\,S_{00}(r,az_2,\gamma\theta t)\varepsilon(t-t_p), \qquad U_z^s = -\frac{2abd}{\gamma\theta^3\Theta}\,S_{00}(r,az_0+bz,\gamma\theta t)\varepsilon(t-t_s),$$

где $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{z}_1$ — орты координатной системы; $f''(\tau)$ — вторая производная функции источника; $\varepsilon(x) = 1$ при $x \geqslant 0$, $\varepsilon(x) = 0$ при $x < 0$.

Выражения для скоростей смещений записываются в виде

$$\boldsymbol{v} = v_r\boldsymbol{r}_1 + v_z\boldsymbol{z}_1,$$
$$\boldsymbol{v}(t,r,z) = \int\limits_0^{t-t_p} \boldsymbol{V}^p(t-\tau,r,z)f''(\tau)\,d\tau + \int\limits_0^{t-t_s} \boldsymbol{V}^s(t-\tau,r,z)f''(\tau)\,d\tau,$$
$$\boldsymbol{V}^p = V_r^p\boldsymbol{r}_1 + V_z^p\boldsymbol{z}_1, \qquad \boldsymbol{V}^s = V_r^s\boldsymbol{r}_1 + V_z^s\boldsymbol{z}_1, \tag{2.6}$$
$$V_r^p = \frac{4ab^2}{\theta^2\Theta}\,C_{11}(r,az_2,\gamma\theta t)\varepsilon(t-t_p), \qquad V_r^s = -\frac{2ab^2d}{\theta^2\Theta}\,C_{11}(r,az_0+bz,\gamma\theta t)\varepsilon(t-t_s),$$
$$V_z^p = \frac{4a^2b^2}{\theta^2\Theta}\,C_{01}(r,az_2,\gamma\theta t),\varepsilon(t-t_p), \qquad V_z^s = -\frac{2abd}{\theta^2\Theta}\,C_{01}(r,az_0+bz,\gamma\theta t)\varepsilon(t-t_s).$$

В (2.5), (2.6) введены следующие обозначения: $a^2 = 1-\gamma^2\theta^2$, $b^2 = 1-\theta^2$, $d = 2-\theta^2$, $\Theta = abd-(a^2+\gamma^2b^2)$, $\theta(\gamma)$ — корень уравнения Рэлея $d^2-4ab = 0$, $t_p = \sqrt{r^2+(z_0+z)^2}$,

t_s — соответственно моменты прихода отраженных продольной и поперечной волн в рассматриваемую точку среды. Значение t_s можно найти с помощью соотношения

$$t_s = \sqrt{z_0^2 + C^2} + \sqrt{(r-C)^2 + z^2}/\gamma, \tag{2.7}$$

где C — положительный корень уравнения

$$(r-C)\sqrt{z_0^2 + C^2} - \gamma C\sqrt{(r-C)^2 + z^2} = 0, \tag{2.8}$$

который находится методом итераций:

$$C \approx C_n = r(1-\alpha_n) \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots),$$

$$\alpha_0 = 0, \quad \alpha_1 = \frac{\gamma z}{(r^2 + z_0^2 + z^2)^{1/2}}, \quad \ldots, \quad \alpha_n = \frac{\gamma(1-\alpha_{n-1})(\alpha_{n-1}^2 r^2 + z^2)^{1/2}}{[(1-\alpha_{n-1})^2 r^2 + z_0^2 + z^2]^{1/2}}.$$

Тензор напряжений имеет следующие не равные нулю компоненты: σ_{rr}, $\sigma_{rz} = \sigma_{zr}$, $\sigma_{\varphi\varphi}$, σ_{zz}, где $\sigma_{ik} = \sigma_{ik}^{\varphi} + \sigma_{ik}^{\psi}$ $(i = r, \varphi, z,\ k = r, \varphi, z)$; σ_{ik}^{φ}, σ_{ik}^{ψ} — слагаемые, обусловленные потенциалами φ и ψ соответственно:

$$\sigma_{rr}^{\varphi} = \int_0^{t-t_p} \Sigma_{rr}^{\varphi}(t-\tau, r, z) f''(\tau)\,d\tau, \qquad \sigma_{rr}^{\psi} = \int_0^{t-t_s} \Sigma_{rr}^{\psi}(t-\tau, r, z) f''(\tau)\,d\tau,$$

$$\sigma_{rz}^{\varphi} = \int_0^{t-t_p} \Sigma_{rz}^{\varphi}(t-\tau, r, z) f'''(\tau)\,d\tau, \qquad \sigma_{rz}^{\psi} = \int_0^{t-t_s} \Sigma_{rz}^{\psi}(t-\tau, r, z) f'''(\tau)\,d\tau,$$

$f'''(\tau)$ — третья производная функции источника,

$$\Sigma_{rr}^{\varphi} = \frac{8\gamma ab^2}{\theta^3\Theta}\Big(\frac{2a^2+\theta^2}{2}\,S_{01}(r, az_2, t\gamma\theta) - \frac{1}{r}\,S_{10}(r, az_2, t\gamma\theta)\Big)\varepsilon(t-t_p),$$

$$\Sigma_{rr}^{\psi} = -\frac{4\gamma ab^2 d}{\theta^3\Theta}\Big(S_{01}(r, az_0+bz, t\gamma\theta) - \frac{1}{r}\,S_{10}(r, az_0+bz, t\gamma\theta)\Big)\varepsilon(t-t_s),$$

$$\Sigma_{\varphi\varphi}^{\varphi} = \frac{8\gamma ab^2}{\theta^3\Theta}\Big(\frac{1-2\gamma^2}{2\gamma^2}\,\theta^2 S_{01}(r, az_2, t\gamma\theta) + \frac{1}{r}\,S_{10}(r, az_2, t\gamma\theta)\Big)\varepsilon(t-t_p),$$

$$\Sigma_{\varphi\varphi}^{\psi} = -\frac{4\gamma ab^2 d}{\theta^3\Theta r}\,S_{10}(r, az_0+bz, t\gamma\theta)\varepsilon(t-t_s),$$

$$\Sigma_{zz}^{\varphi} = -\frac{4\gamma ab^2 d}{\theta^3\Theta}\,S_{01}(r, az_2, t\gamma\theta)\varepsilon(t-t_p), \qquad \Sigma_{zz}^{\psi} = \frac{4\gamma ab^2 d}{\theta^3\Theta}\,S_{01}(r, az_0+bz, t\gamma\theta)\varepsilon(t-t_s),$$

$$\Sigma_{rz}^{\varphi} = -\frac{8\gamma a^2 b^2}{\theta^3\Theta}\,S_{11}(r, az_2, t\gamma\theta)\varepsilon(t-t_p), \qquad \Sigma_{rz}^{\psi} = \frac{2\gamma abd^2}{\theta^3\Theta}\,S_{11}(r, az_0+bz, t\gamma\theta)\varepsilon(t-t_s).$$

Функции $C_{mn}(r,p,q)$ и $S_{mn}(r,p,q)$ от трех аргументов представляют собой вещественную и мнимую части известных интегралов

$$C_{mn}(r,p,q) + iS_{mn}(r,p,q) = \int_0^{\infty} J_m(kr)\,\mathrm{e}^{-k(p-iq)}\,k^n\,dk \qquad (m = 0, 1, \quad n = 0, 1),$$

явные выражения которых имеют вид

$$C_{00}(r,p,q) = M/R, \qquad S_{00}(r,p,q) = N/R,$$

$$C_{01}(r,p,q) = (p(XM - YN) + q(XN + YM))/R^3,$$
$$S_{01}(r,p,q) = (p(XN + YM) - q(XM - YN))/R^3,$$
$$C_{11}(r,p,q) = r(XM - YN)/R^3, \qquad S_{11}(r,p,q) = r(XN + YM)/R^3,$$
$$C_{10}(r,p,q) = (R - pM - qN)/(rR), \qquad S_{10}(r,p,q) = (qM - pN)/(rR),$$
$$M^2 = (R + |X|)/2, \quad N^2 = (R - |X|)/2, \quad R^2 = X^2 + Y^2, \quad X = r^2 + p^2 - q^2, \quad Y = 2qp.$$

3. Результаты расчета движения в R-волне. Движение в R-волне локализовано вблизи поверхности среды в слое, толщина которого порядка длины волны λ, что позволяет определить диапазон значений z: $0 \leqslant z \leqslant \lambda$. Как показано в [9], длина R-волны близка к длине P-волны, излучаемой источником. Из формулы (1.1) следует, что безразмерная длина P-волны составляет $\lambda \approx 10$.

Расчеты смещений, скоростей и напряжений, возникающих в среде при прохождении R-волны, выполнены для взрывов в каменной соли, так как для этой породы известны параметры функции упругого источника, формирующего такую же P-волну, что и подземный взрыв. Параметры источника $\Phi(\infty)$, c_pt_0, B рассчитаны в [11, 14] по данным американских взрывов "Gnome" (1961 г.) и "Salmon" (1964 г.). Исходные данные о взрыве, параметры среды и сейсмических процессов приведены в табл. 1 в графах 2–7. В графе 2 энергия взрыва q приводится в килотоннах в тротиловом эквиваленте, как это принято в цитируемых источниках (1 кт = $4{,}18 \cdot 10^{12}$ Дж), а глубина заложения заряда h — в метрах. В соответствии с этими данными значение параметра γ для каменной соли составляет примерно 0,6. В графе 8 приведены значения потенциала $\Phi_1(\infty)$, полученные с использованием данных в графах 2, 3, 6, в графе 9 — характерный масштаб c_pt_0, в графе 10 — относительная глубина взрыва z_0, в графе 11 приведены значения энергии взрыва $\eta = E_p/E_0$, переходящей в P-волну, полученные с использованием данных в графе 6 (E_0 — полная энергия взрыва).

Таким образом, параметры источника и количество энергии, переходящей в P-волну, зависят от глубины заложения заряда. По-видимому, это обусловлено влиянием литостатического давления.

3.1. *Смещения.* На рис. 2 показаны зависимости смещения от времени в точках, находящихся на различной приведенной глубине $0 \leqslant \bar{z} \leqslant 10$ ($\bar{z} = z/(c_pt_0)$). Амплитуда горизонтальной компоненты u_r имеет наибольшее значение на свободной поверхности $\bar{z} = 0$. При увеличении глубины она убывает по линейному закону и при $\bar{z} = z_s$ меняет знак. При дальнейшем увеличении глубины амплитуда возрастает по абсолютной величине, достигая максимума на некоторой глубине, а затем монотонно убывает. Поверхность $\bar{z} = z_s$ располагается примерно на том же уровне, что и в случае гармонической R-волны такой

Таблица 1

Взрыв	q, кт	h, м	ρ_0, кг/м^3	c_p, м/с	$\Phi(\infty)$, м^3	B	$\Phi_1(\infty)$, м^3/кт	c_pt_0, м/кт$^{1/3}$	z_0	η, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
"Gnome"	3,1 [15]	360 [16]	2200 [11]	4080 [11]	3120 [17] 2740 [11]	0,17 [11]	1040 895	82	4,4	7,0 6,0
"Salmon"	5,3 [18]	828 [18]	2240 [15]	4670 [19]	3700 [18, 19] 3770 [14]	0,06 [14]	700 719	57	14,4	3,2 3,3

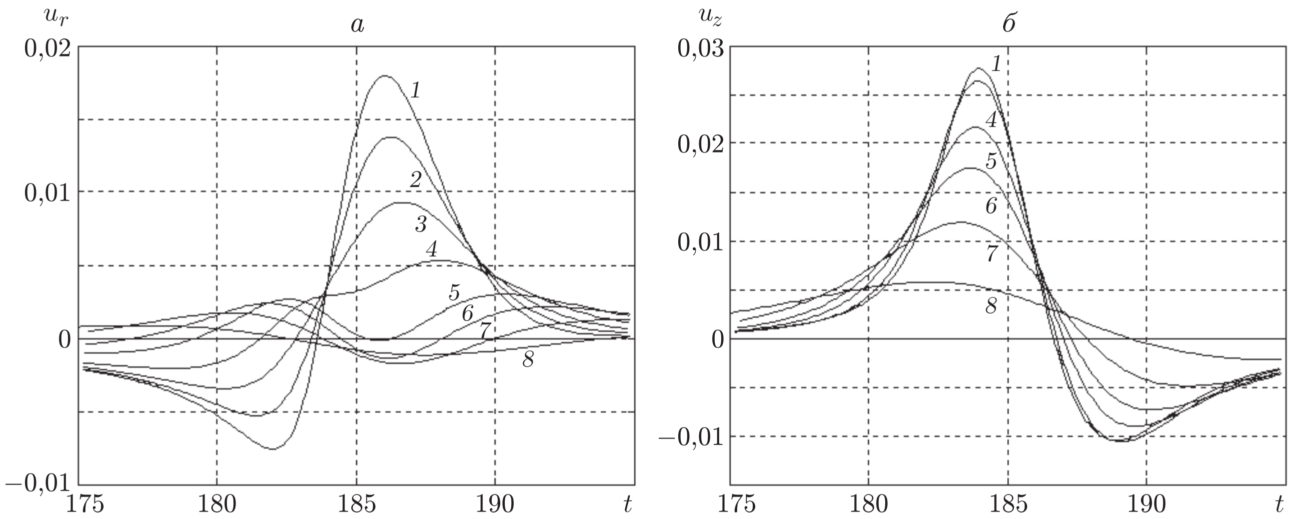

Рис. 2. Зависимости горизонтальной (*а*) и вертикальной (*б*) компонент смещения от времени ($r = 100$, $z_0 = 1$):
1 — $\bar{z} = 0$; *2* — $\bar{z} = 0{,}2$; *3* — $\bar{z} = 0{,}5$; *4* — $\bar{z} = 1$; *5* — $\bar{z} = 2$; *6* — $\bar{z} = 3$; *7* — $\bar{z} = 5$; *8* — $\bar{z} = 10$

же длины:

$$z_s \approx -\frac{1}{4\pi}\,\frac{\ln\left(\sqrt{1-\gamma^2\theta^2}\sqrt{1-\theta^2}\right)}{\sqrt{1-\gamma^2\theta^2}-\sqrt{1-\theta^2}}. \tag{3.1}$$

При всех возможных значениях $\gamma \in (0, 1/\sqrt{2}\,)$ граница z_s находится в интервале $0{,}135 \leqslant z_s \leqslant 0{,}250$.

С увеличением глубины амплитуда вертикальной компоненты смещения u_z сначала слабо растет, достигает некоторого максимума, а затем убывает приблизительно экспоненциально. При этом длительность колебаний частиц возрастает, а амплитуды уменьшаются. Так, при $\bar{z} = 10$ (на глубине, равной длине R-волны) длительность колебаний увеличивается примерно в три раза по сравнению с длительностью колебаний на свободной поверхности. Возмущение поверхности затухает быстрее, чем на глубине. R-волна распространяется в двух направлениях: вдоль свободной поверхности и на глубину. При этом затухание амплитуды вдоль свободной поверхности происходит по закону $r^{-1/2}$.

На рис. 3 представлены траектории, которые описывают частицы среды при прохождении R-волны на различных относительных глубинах $\bar{z} = z/\lambda$. При $\bar{z} = 0$ траектории по форме близки к эллипсам, большие оси которых ориентированы вдоль оси z. Частицы вращаются против часовой стрелки. При увеличении глубины вертикальная компонента почти не меняется, а горизонтальная убывает по линейному закону. При $\bar{z} = 0{,}15 \div 0{,}20$ горизонтальная компонента убывает до нуля, после чего меняет знак, а вращение частиц изменяет свое направление. На большей глубине они вращаются по часовой стрелке. Таким образом, поверхностная волна делит приповерхностный слой упругой среды на два подслоя, в которых частицы вращаются в разных направлениях. При $\bar{z} > 0{,}20$ амплитуды обеих компонент монотонно и быстро убывают. На глубине $\bar{z} = 1$ модуль вектора смещения почти на порядок меньше, чем на свободной поверхности.

Качественно движение частиц во взрывной R-волне аналогично движению в гармонической волне. Различие заключается в том, что положение границы z_s, на которой происходит смена направления вращения частиц в гармонической волне, определяется по фор-

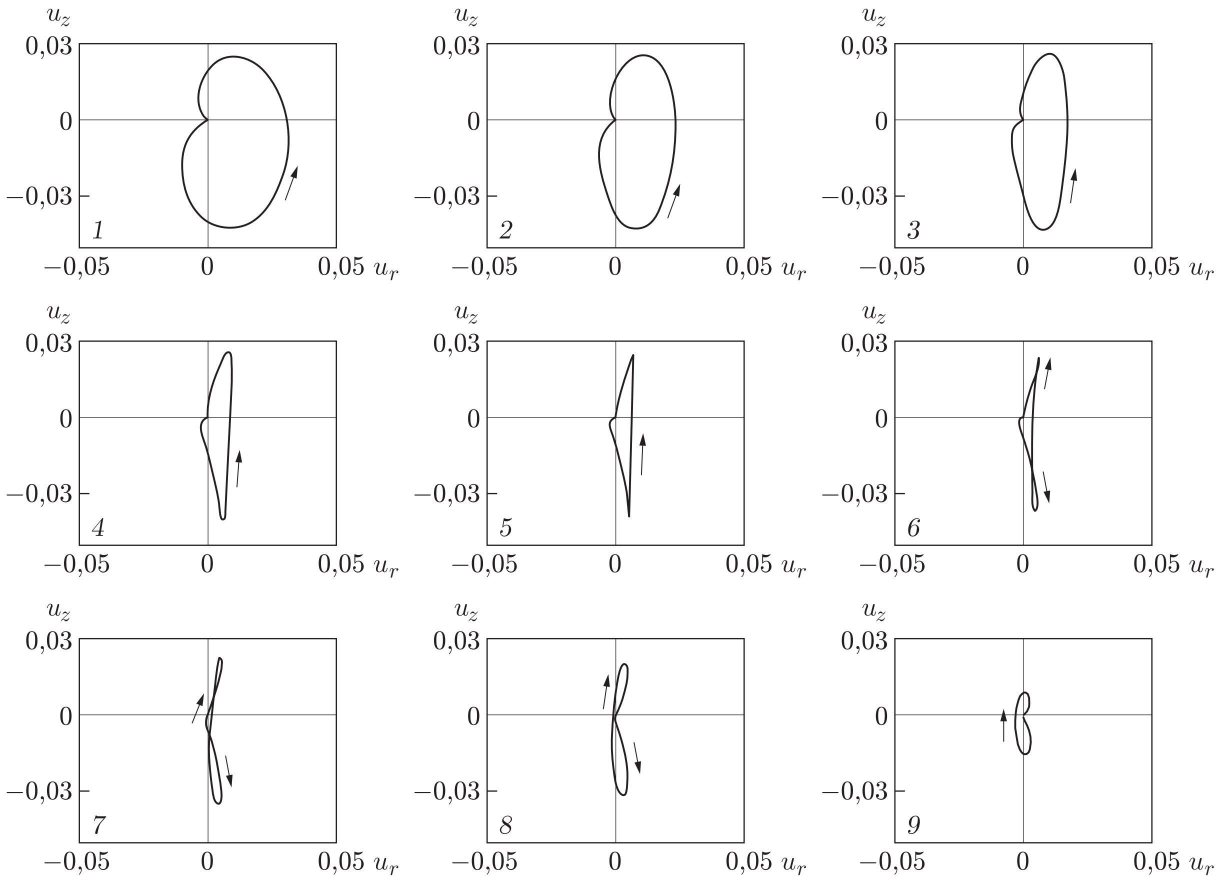

Рис. 3. Траектории частиц при движении в R-волне ($r = 100$):
1 — $\bar{z} = 0$; *2* — $\bar{z} = 0{,}02$; *3* — $\bar{z} = 0{,}04$; *4* — $\bar{z} = 0{,}08$; *5* — $\bar{z} = 0{,}10$; *6* — $\bar{z} = 0{,}12$; *7* — $\bar{z} = 0{,}15$; *8* — $\bar{z} = 0{,}20$; *9* — $\bar{z} = 0{,}50$ (стрелки — направление вращения частиц)

муле (3.1), в то время как во взрывной волне четкая граница отсутствует. Изменение направления вращения частиц происходит постепенно в окрестности значения z_s.

3.2. *Напряжения.* На рис. 4 представлены зависимости амплитуд напряжений от приведенной глубины для компонент тензора напряжений σ_{ik}, интенсивности касательных напряжений $\tau_i = \sqrt{(\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi})^2 + (\sigma_{\varphi\varphi} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{zz} - \sigma_{rr})^2 + 6\sigma_{rz}^2}/3$ и среднего напряжения $p = (\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi} + \sigma_{zz})/3$. Из рис. 4 следует, что амплитуды напряжений σ_{rr}, $\sigma_{\varphi\varphi}$, τ_i, p имеют наибольшие значения на свободной поверхности и монотонно убывают по мере увеличения глубины. Амплитуды σ_{zz} и σ_{rz} достигают наибольшего значения приблизительно на той глубине, где происходит смена направления вращения частиц. Более сложной является зависимость $\tau_i(z)$, имеющая два экстремума: минимум вблизи свободной поверхности и максимум при $z \approx z_s$.

На рис. 5 показаны зависимости $\tau_i(t)$ и $p(t)$ при различных приведенных глубинах. На рис. 5,*б* видно, что для зависимости $p(t)$ характерны три участка. На первом участке при вступлении R-волны среда подвергается растяжению, на втором — сжатию, на третьем — вновь растяжению. Интенсивность касательных напряжений меняется синхронно с изменением средних напряжений. В моменты достижения средними напряжениями экстремумов интенсивность касательных напряжений также экстремальна. По мере увеличения глубины напряжения быстро уменьшаются. Например, при $\bar{z} = 5$, на глубине, равной половине длины волны, среднее напряжение примерно на два порядка меньше, чем на свободной поверхности, а τ_i уменьшается почти в пять раз.

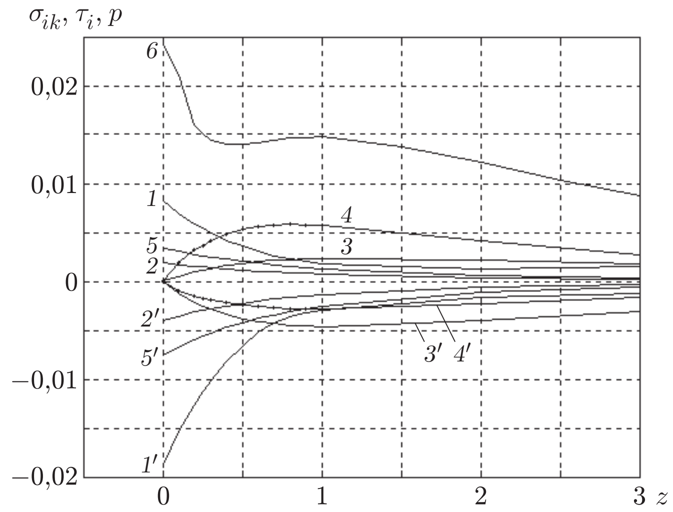

Рис. 4. Зависимости амплитуд напряжений от приведенной глубины ($r = 100$):
1, 1′ — σ_{rr}; *2, 2′* — $\sigma_{\varphi\varphi}$; *3, 3′* — σ_{zz}; *4, 4′* — σ_{rz}; *5, 5′* — p; *6* — τ_i; *1–6* — фазы с положительной амплитудой; *1′–5′* — фазы с отрицательной амплитудой

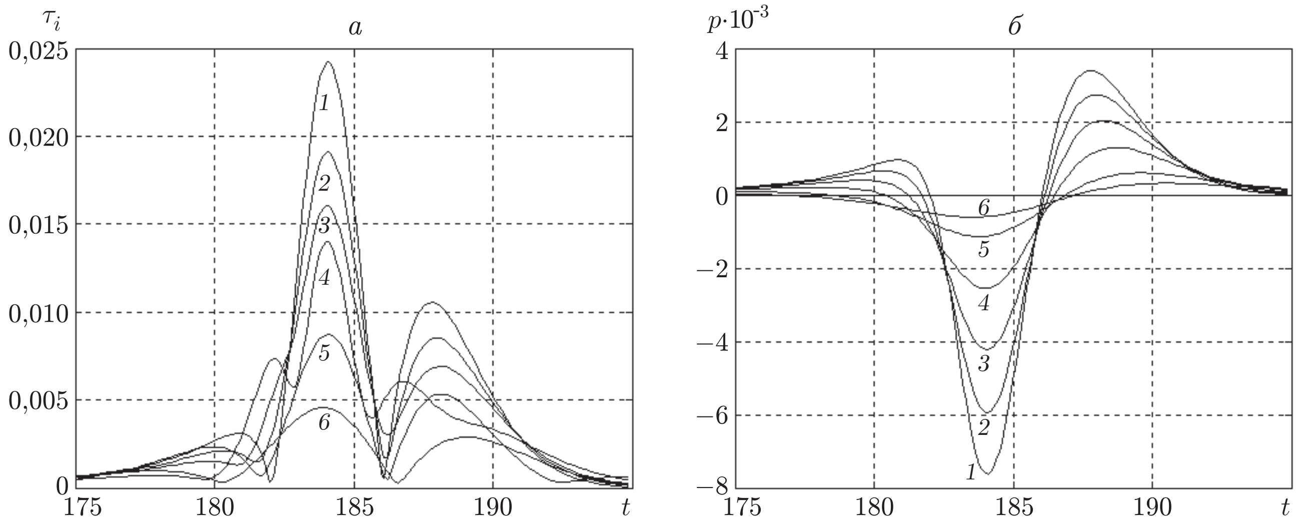

Рис. 5. Зависимости интенсивности касательных напряжений τ_i (a) и среднего напряжения p ($б$) при $r = 100$:
1 — $\bar{z} = 0$; *2* — $\bar{z} = 0{,}1$; *3* — $\bar{z} = 0{,}2$; *4* — $\bar{z} = 0{,}5$; *5* — $\bar{z} = 3$; *6* — $\bar{z} = 5$

Из результатов расчетов следует, что приведенные выше зависимости качественно аналогичны зависимостям, полученным для других значений γ ($0 < \gamma < 1/\sqrt{2}$).

4. Энергия взрывной волны Рэлея. Волна Рэлея образуется на некотором расстоянии от эпицентра взрыва. Ее формирование и отделение от цуга объемных волн происходит на расстоянии от эпицентра, равном нескольким длинам волн.

Для нахождения энергии взрыва, переходящей в R-волну, рассмотрим поток энергии, протекающей через контрольную поверхность S, окружающую место взрыва и удаленную от эпицентра на расстояние $r \geqslant 3\lambda \approx 30$. В качестве такой поверхности удобно использовать поверхность полубесконечного круглого цилиндра радиусом $r = R_0$, ось симметрии которого совпадает с осью z, а верхний торец — со свободной поверхностью. Скорость изменения энергии, заключенной в R-волне, равна потоку энергии через поверхность S:

$$\frac{dE_R}{dt} = -\int\limits_S \boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{n}\,dS = -\int\limits_{S_s} \boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{n}\,dS - \int\limits_{S_u} \boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{n}\,dS - \int\limits_{S_d} \boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{n}\,dS.$$

Здесь S_s — площадь боковой поверхности цилиндра; S_u, S_d — площади поверхности верхнего и нижнего торцов соответственно; $P_i = \sigma_{ik}v_k$ — компоненты вектора Умова — Пойнтинга; $\boldsymbol{n}$ — вектор нормали к поверхности S.

Интеграл по S_u равен нулю в силу граничных условий на свободной поверхности, а интеграл по S_d асимптотически стремится к нулю в силу экспоненциального затухания движения в R-волне на больших глубинах. Интеграл по S_s можно представить следующим образом:

$$\frac{dE_R}{dt} = -2\pi R_0 \int\limits_0^\infty (\sigma_{rr}v_r + \sigma_{zz}v_z)\big|_{r=R_0}\,dz = -2\pi R_0\Big(\varepsilon(t-t_p)\int\limits_0^{z_p}(\sigma_{rr}^\varphi v_r^\varphi + \sigma_{rz}^\varphi v_z^\varphi)\big|_{r=R_0}\,dz +$$

$$+\,\varepsilon(t-t_s)\int\limits_0^{z_s}\big[(\sigma_{rr}^\varphi v_r^\psi + \sigma_{rr}^\psi v_r^\varphi + \sigma_{rr}^\psi v_r^\psi) + (\sigma_{rz}^\varphi v_z^\psi + \sigma_{rz}^\psi v_z^\varphi + \sigma_{rz}^\psi v_z^\psi)\big]\big|_{r=R_0}\,dz\Big). \qquad (4.1)$$

Здесь верхние пределы интегрирования z_p, z_s — координаты точек пересечения фронтов отраженных PP- и PS-волн с образующей цилиндра $r = R_0$ (см. рис. 1). Для заданного момента t значение $z_p = \sqrt{t^2 - R_0^2} - z_0$, а значение z_s находится из решения системы уравнений

$$\sqrt{z_0^2 + C^2} + \sqrt{(R_0 - C)^2 + z_s^2}/\gamma = t,$$

$$(R_0 - C)\sqrt{z_0^2 + C^2} - \gamma C\sqrt{(R_0 - C)^2 + z_s^2} = 0.$$

Энергия, сосредоточенная в волне Рэлея, получается интегрированием выражения (4.1) по времени:

$$E_R = -\int\limits_0^\infty\int\limits_S \boldsymbol{P}\cdot\boldsymbol{n}\,dS\,dt = \varkappa^2(c_pt_0)^3\rho c_p^2\varepsilon_R \qquad (4.2)$$

(ε_R — энергия R-волны в безразмерном виде). Следует отметить, что значение ε_R не зависит от радиуса R_0 контрольного цилиндра. Используя (4.2) и (1.2), получаем

$$\frac{E_R}{E_0} = \frac{E_p\varepsilon_R}{E_0\pi\alpha(B)}.$$

Энергия, сосредоточенная в волне Рэлея, зависит от глубины источника, которая в расчетах варьировалась в интервале $z_0 \in (1; 14{,}4)$. Значение $z_0 = 1$ близко к камуфлетной глубине. На глубине $z_0 \leqslant 1$ при взрыве образуются отколы грунта. В этом случае использование упругой модели некорректно.

Для вычисления энергии R-волны по формуле (4.2) необходимо знать зависимости энергии P-волны и параметра B в выражении для функции источника (1.1) от глубины заложения заряда. Для каменной соли при $z_0 = 4{,}4$; $14{,}4$ они могут быть найдены на основе экспериментальных данных по взрывам “Gnome” и “Salmon” (см. табл. 1), которые были аппроксимированы линейной для B и экспоненциальной для $\eta = E_p/E_0$ зависимостями от z_0:

$$B = 0{,}22 - 0{,}011z_0, \qquad \eta = 0{,}088\,\exp(-0{,}0695z_0), \qquad 1 \leqslant z_0 \leqslant 14{,}4. \qquad (4.3)$$

Таблица 2

z_0	E_R	B	E_p/E_0, %	E_R/E_p, %	E_R/E_0, %
1,0	0,500	0,21	8,75	10,0	0,880
2,0	0,230	0,20	7,70	5,0	0,380
3,0	0,145	0,18	7,20	3,6	0,260
4,4	0,095	0,17	6,50	2,4	0,160
5,0	0,085	0,16	6,30	2,3	0,145
10,0	0,037	0,11	4,45	2,2	0,076
14,4	0,0245	0,06	3,25	2,1	0,700

Выражение для η подбиралось таким образом, чтобы из него получались средние значения η, приведенные в табл. 1.

Результаты вычислений с использованием соотношений (4.3) представлены в табл. 2 (расчеты проводились при радиусе контрольного цилиндра $R_0 = 100$). В четвертой и седьмой строках ($z_0 = 4{,}4$; $14{,}4$) приведены данные, полученные для взрывов "Gnome" и "Salmon" соответственно. Из табл. 2 следует, что при $z_0 \approx 1$ в R-волну поступает около 1 % энергии взрыва. С увеличением глубины взрыва доля энергии R-волны уменьшается. Минимальная глубина заложения заряда, при которой взрыв еще можно считать камуфлетным: $\bar{h} = 30$ м/кт$^{1/3}$ [20]. Из экстраполяции данных табл. 2 на такую глубину следует, что энергия, идущая на образование R-волны, составляет около 30 % энергии P-волны или примерно 3 % энергии взрыва.

Энергия R-волны оценена также в случае взрыва в граните с использованием данных американского эксперимента "Hardhat" (1962 г.). Энергия этого взрыва составила $q =$ 5 кт [20]. Значение $B = 0{,}24$ взято из [11], а $c_p t_0 = 68$ м/кт$^{1/3}$ — из [20]. При этом $z_0 = 4{,}42$, $\gamma = 0{,}6$. Доля энергии, перешедшей в R-волну, составила около 0,5 %.

Следует отметить, что для малых глубин заложения заряда, при которых начинают происходить откольные процессы и выброс грунта, изложенная методика позволяет получить только оценочное значение энергии R-волны. Для таких глубин вместо соотношения (1.1) необходимо использовать более точное выражение для функции источника.

Заключение. Полученное решение описывает движение вещества в сейсмической волне Рэлея, обусловленной взрывом, как на поверхности, так и внутри среды. Выявлены закономерности изменения смещений и напряжений по глубине, их зависимость от мощности и глубины взрыва. Оценена доля энергии, перешедшей в волну Рэлея при взрыве. Оказалось, что она может быть значительной (до нескольких процентов) для приповерхностных взрывов в скальных породах. При взрыве на большей глубине эта доля уменьшается практически линейно по мере увеличения глубины.

Полученное решение представляется полезным для оценки сейсмического воздействия на инженерные сооружения при сильных взрывах и высокоскоростных ударах космических тел о Землю. Кроме того, оно позволяет более точно описать картину образования разрушений и трубок взрыва при ударах космических тел о поверхность твердых планет в областях антипода.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Rayleigh, Lord (Strutt J. W.).** On waves propagated along the plane surface of an elastic solid // Proc. London Math. Soc. 1885. V. 17. P. 4–11.
2. **Aki K., Bouchon M., Reasenberg P.** Seismic source function for an underground nuclear explosion // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1974. V. 64, N 1. P. 131–148.

3. **Симоненко В. А., Шишкин Н. И.** Роль кумуляции сейсмических волн в процессе образования кимберлитовых трубок // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 6. С. 12–24.
4. **Nakano H.** On Rayleigh waves // Japan. J. Astron. Geophys. 1925. V. 2. P. 233.
5. **Lapwood E. R.** The disturbance due to a line source in a semi-infinite elastic medium // Philos. Trans. Roy. Soc. London. 1949. V. A242. P. 63.
6. **Огурцов К. И., Петрашень Г. И.** Динамические задачи для упругого полупространства в случае осевой симметрии // Учен. зап. Ленингр. ун-та. Сер. мат. 1951. № 149, вып. 24. С. 3–117.
7. **Петрашень Г. И.** Методы исследования волновых процессов в средах, содержащих сферические или цилиндрические границы раздела // Учен. зап. Ленингр. ун-та. 1953. № 170: Динамические задачи теории упругости. Вып. 3. С. 96–220.
8. **Онисько Н. И., Шемякин Е. И.** Движение свободной поверхности однородного грунта при подземном взрыве // ПМТФ. 1961. № 4. С. 82–93.
9. **Alterman Z., Abramovici F.** Effect of the depth of a point source on the motion of the surface of an elastic solid sphere // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1966. V. 11. P. 189–224.
10. **Бреховских Л. М.** О поверхностных волнах в твердом теле, удерживаемых кривизной границы // Акуст. журн. 1967. Т. 13, вып. 4. С. 541.
11. **Haskell N. A.** Analytic approximation for the elastic radiation from a contained underground explosion // J. Geophys. Res. 1967. V. 76, N 10. P. 2583–2587.
12. **Von Seggern D., Blandford R.** Source time functions and spectra for underground nuclear explosions // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1972. V. 31, N 1/3. P. 83–98.
13. **Шишкин Н. И.** К задаче разрушения скальной породы взрывом в условиях влияния свободной поверхности // ПМТФ. 1981. Т. 3. С. 128–136.
14. **Шахов А. И., Шишкин Н. И.** К задаче о сосредоточенном взрыве в упругом полупространстве // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 5. С. 3–15.
15. **Patterson D. W.** Nuclear decupling, full and partial // J. Geophys. Res. 1966. V. 71, N 14. P. 3427–3436.
16. **Werth W. D.** Particle motion near a nuclear detonation in halite // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1962. V. 52, N 5. P. 981–1005.
17. **Werth G. C., Herbst R. F.** Comparison of amplitudes of seismic waves from nuclear explosions in four mediums // J. Geophys. Res. 1963. V. 68. P. 1463.
18. **Werth G., Randolph P.** The Salmon seismic experiment // J. Geophys. Res. 1966. V. 71, N 14. P. 3405–3413.
19. **Healy J. H., Chi-Yu King, O'Neill.** Source parameters of the Salmon and Sterling nuclear explosions from seismic measurements // J. Geophys. Res. 1971. V. 76, N 14. P. 3335–3344.
20. **Родин Г.** Сейсмология ядерных взрывов. М.: Мир, 1974. С. 132.

Поступила в редакцию 29/VI 2005 г.