УДК 539.3

В. А. Бабаков, В. А. Колодко, С. Б. Стажевский

ПЛОСКИЙ ЖЕСТКИЙ ШТАМП ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОПЕРЕЧНОЙ НАГРУЗКИ

Различные вопросы динамики механизмов и сооружений, закрепленных на поверхности грунта, требуют длительного изучения процессов, происходящих в грунте при поверхностных воздействиях. Одним из простейших и вместе с тем наиболее употребляемых средств закрепления является заглубленный элемент, который в дальнейшем для общности называется штампом. Поведение штампа при приложении к нему нормальной нагрузки достаточно изучено. Вместе с тем авторам настоящей статьи неизвестны работы, посвященные анализу задачи при приложении к заглубленному в грунт штампу поперечной нагрузки.

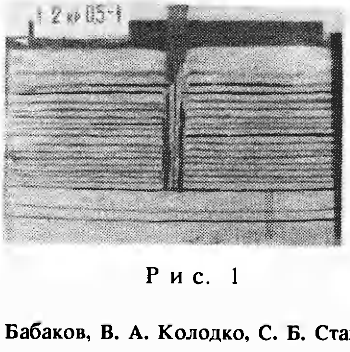
Естественно, что при решении подобной задачи требуется учитывать необратимые деформации грунта, т. е. использовать для грунта математическую модель пластичности. В данной работе предлагается известный метод решения задач теории пластичности, основанный на одной из теорем предельного анализа — теореме о верхней оценке предельной нагрузки. Этот метод сравнительно прост и позволяет получить количественное решение в случае использования модели Сен-Венана (жесткопластическая несжимаемая среда) [1]. Суть метода состоит в применении основного энергетического равенства (уравнения равновесия в интегральной форме Лагранжа)

$$\int_S \boldsymbol{\sigma}_n \mathbf{v} dS = \tau_s \int_V H^k dV + \sum_{n=1}^{N} \tau_s \int_{S_n} \left| [v_\tau^k] \right| dS_n - \int_V \mathbf{X}\mathbf{v}^k dV. \quad (1)$$

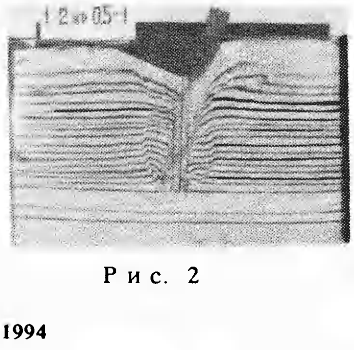
Здесь $\boldsymbol{\sigma}_n$ — вектор усилий на поверхности S; $\mathbf{v}$ — вектор скоростей; τ_s — предел пластичности; H — интенсивность скоростей деформаций сдвига; $[v_\tau]$ — скачок касательной составляющей скорости на возможной поверхности разрыва скорости S_n; $\mathbf{X}$ — массовые силы в объеме V.

Ключевым моментом в использовании соотношения (1) является задание кинематически допустимого поля скоростей (в (1) эти величины отмечены индексом к, который в дальнейшем опускается). Заданное поле скоростей позволяет вычислить неизвестный вектор поверхностных усилий $\boldsymbol{\sigma}_n$, который по упомянутой теореме будет оценивать действительную удельную нагрузку сверху. Очевидно, что чем точнее будет задано поле течения, тем ближе к действительной будет вычисленная по (1) предельная нагрузка. В этой связи имеем два вопроса: 1) как задать поле скоростей? 2) как интерпретировать результаты решения? Второй вопрос уместно обсудить позднее (после получения решения). Ответ на первый вопрос предлагается искать в моделировании поля течения в следующем простом эксперименте.

Для моделирования использовался ящик с прозрачной передней стенкой. Помещенный в ящик плоский штамп засыпался речным песком. Засыпка производилась послойно (рис. 1, черные полосы — подкрашенный песок). После засыпки к верхней части штампа прикладывалось поперечное к штампу усилие. На рис. 2, 3 видны этапы течения грунта в окрестности



Р и с. 1



Р и с. 2

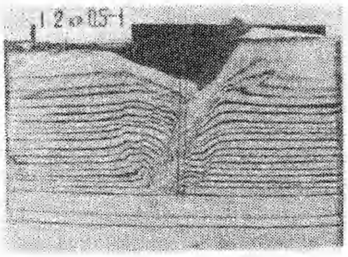


Рис. 3

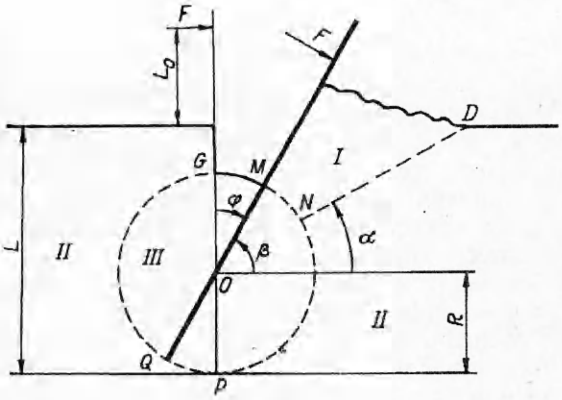


Рис. 4→

штампа, из которых можно выделить два основных: 1) образование «шарнира», вращающегося вместе со штампом как жесткое целое (поворот штампа в обратном направлении вызывает соответствующее вращение «шарнира»); 2) при дальнейшем повороте штампа «шарнир» перестает функционировать, и на дневную поверхность прорезается изолированная линия, по которой грунт поднимается вверх — этап «лопаты».

Представляется предпочтительным использование в теоретическом решении задачи именно этих (а не каких-либо гипотетических) полей течения.

Стадия «шарнира». Область деформирования делится на три зоны. Поле скоростей в полярных координатах r, θ задается в виде $u = v_r$, $v = v_\theta$ (рис. 4).

Зона I — область пластического деформирования:

$$u = \frac{v_0}{2}\frac{r}{L-R}\frac{1}{\beta-\alpha}\left(1-\frac{R^2}{r^2}\right), \quad v = -v_0\frac{r}{L-R}\frac{\theta-\alpha}{\beta-\alpha}.$$

Зона II — неподвижная жесткая область:

$$u = v = 0.$$

Зона III — вращающийся «шарнир»:

$$u = 0, \quad v = -v_0\frac{r}{L-R},$$

где L — глубина погружения штампа; R — радиус «шарнира»; α — угол, задающий границу зоны I; β — угол наклона штампа к линии горизонта; v_0 — составляющая скорости на штампе (скорость точки B).

Нетрудно убедиться, что предлагаемое поле является кинематически возможным, поскольку удовлетворяет уравнению несжимаемости

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial\theta} = 0$$

и условию сплошности на любой поверхности S с нормалью $\mathbf{n}$

$$[\mathbf{v}\cdot\mathbf{n}]_S = 0.$$

Очевидно, что предлагаемое поле разрывное — поверхности $S_1 = ND$, $S_2 = MN$, $S_3 = NPQG$ являются поверхностями разрыва касательных составляющих скорости.

В зоне I

$$H = \frac{v_0}{(L-R)(\beta-\alpha)}\left(1+\frac{R^2}{r^2}\right),$$

в зонах II и III

$$H = 0,$$

так что

$$\int_V H\,dV = \frac{v_0}{(L-R)(\beta-\alpha)}\left[\frac{(L-R)^2}{2}(\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{ctg}\beta) - R^2J - R^2(\beta-\alpha)\left(\frac{1}{2}-\ln\frac{L-R}{R}\right)\right],$$

где

$$J = \int_{\alpha}^{\beta} \ln \sin \theta d\theta.$$

Сумма интегралов по поверхностям разрывов скорости есть

$$\sum_{n=1}^{3} \int_{S_n} |[v_\tau]| \, dS_n = \frac{v_0}{L-R}\left[\frac{R^2}{2}(3\pi + \beta + \alpha) + \right.$$

$$\left. + \frac{L^2 + R^2 \cos^2 \alpha - 2LR}{4(\beta - \alpha)\sin^2 \alpha} - \frac{R^2}{2(\beta - \alpha)} \ln \frac{L-R}{R \sin \alpha}\right].$$

Интеграл от массовых сил (здесь это сила тяжести)

$$\int_V \mathbf{X}\mathbf{v} dV = -\rho g \int_V (u \sin \theta + v \cos \theta)\, dV = -\rho g v_0 \left[\frac{(L-R)^2}{6 \sin^2 \beta} + \frac{R^3 \sin \beta}{3(L-R)} - \frac{R^2}{2}\right].$$

Штамп подразумевается гладким (т. е. $\sigma_{nr} = 0$ на поверхности штампа), поэтому интеграл в левой части (1) представим в виде

$$\int_S \sigma_n \mathbf{v} dS = \int_S \sigma_{n\theta} v dS = -\frac{v_0}{L-R} \int_S \sigma_{n\theta} r dS.$$

Последний интеграл из условия равенства главного момента просто связывается с приложенной силой F:

$$F(L + L_0 - R) + \int_S \sigma_{n\theta} r dS = 0$$

(L_0 — координата приложения силы F), откуда

$$F = \frac{1}{v_0} \frac{L-R}{L + L_0 - R} \int_S \sigma_r \mathbf{v} dS$$

или окончательно с учетом всех формул

$$F = \frac{\tau_s R^2}{L + L_0 - R}\left[\frac{2 \ln \sin \alpha - 1 - 4J}{4(\beta - \alpha)} - \left(\frac{1}{2(\beta - \alpha)} - 1\right) \ln \frac{L-R}{R} + \right.$$
$$\left. + \frac{\beta + \alpha}{2} + \frac{3\pi}{2} - \frac{1}{2}\right] + \frac{\tau_s (L-R)^2}{2(\beta - \alpha)(L + L_0 - R)}\left[\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta + \frac{1}{2 \sin^2 \alpha}\right] +$$
$$+ \rho g \frac{L-R}{L + L_0 - R}\left[\frac{(L-R)^2}{6 \sin^2 \beta} + \frac{R^3 \sin \beta}{3(L-R)} - \frac{R^2}{2}\right]. \tag{2}$$

Формула (2) позволяет вычислять силу сопротивления F при заданных L, L_0, β; при этом R, α — свободные параметры, т. е. полученное решение является двухпараметрическим. Минимизируя F по $\alpha \subset (0, \beta)$ и $R \subset \left(0, \frac{L}{2}\right)$, можно получить верхнюю оценку предельной нагрузки в этом классе решений:

$$F_ш(\beta) = \min_{\alpha, R} F(\alpha, \beta, R).$$

Перейдем к описанию второй стадии деформирования — этапа «лопаты» (рис. 5). На этой стадии происходит вращение штампа вокруг точки O. Область деформирования разбивается на три зоны:

зона I — поворот как жесткого целого вокруг точки O:

$$u = 0, \quad v = -v_A \frac{r}{L}$$

(v_A — скорость точки A);

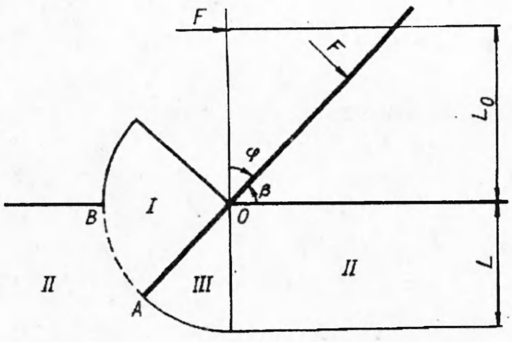


Рис. 5

зона II — жесткая область:

$$u = v = 0;$$

зона III — пустая зона без грунта. В этом случае во всех зонах

$$H = 0.$$

Линия AB — поверхность разрыва поля скоростей:

$$\int_{AB} |[v_\tau]|\, dS = v_A L\beta.$$

Интеграл от массовой силы

$$\int_V X v dV = -\rho g v_A L^2 \frac{\sqrt{2}}{3} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right).$$

Интеграл в левой части (1) представим в виде

$$\int_S \sigma_n v dS = -\frac{v_A}{L} \int_S \sigma_{n\theta} r dr,$$

где последний интеграл просто связан с силой F из условия равенства нулю главного момента

$$FL_0 + \int_S \sigma_{n\theta} r dr = 0.$$

Выписанные формулы позволяют выписать простую формулу, связывающую силу F на стадии «лопаты» с углом β:

$$F_л = \frac{L^2}{L_0}\left[\tau_s\beta + \frac{\sqrt{2}}{3}\rho g L \sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right)\right].$$

Дальнейшее построение решения вполне очевидно.

Поскольку $F_ш(\beta)$ и $F_л(\beta)$ являются верхними оценками действительной предельной нагрузки, для каждого β следует брать

$$F_0(\beta) = \min\{F_ш(\beta),\ F_л(\beta)\}.$$

Один из вариантов расчета приведен на рис. 6. Расчет проведен для следующих числовых данных: предел пластичности $\tau_s = 10^5$ Па, глубина погружения штампа $L = 375$ см, расстояние от точки приложения поперечной силы до свободной поверхности $L_0 = 1125$ см, плотность грунта $\rho = 2$ г/см^3.

Из рисунка видно, что до критического угла $\varphi_* = \frac{\pi}{2} - \beta_*$ (φ — угол отклонения штампа от вертикали) нагрузка определяется полем «шарнир», а при $\varphi > \varphi_*$ — полем «лопата». Таким образом, приведенный метод расчета позволяет для любого угла β (или φ) найти предельную нагрузку, при которой заведомо начнется пластическое деформирование грунта в окрестности нагруженного штампа. Сравнение полученных

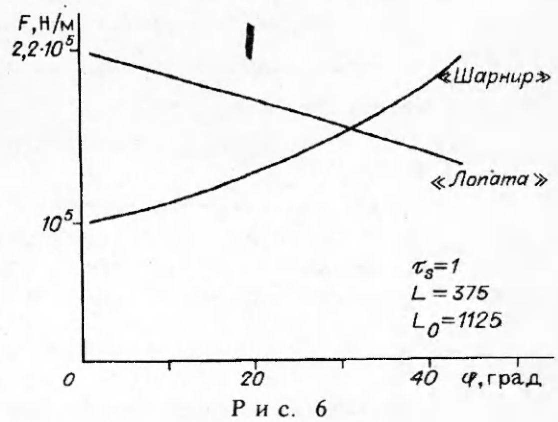


Рис. 6

численных результатов с опытными данными позволяет сделать вывод о приемлемости предложенного алгоритма для инженерных расчетов.

Впервые обнаруженный эффект шарнирного вращения грунта требует, по мнению авторов данной работы, обязательного его учета в практике расчетов заглубленных элементов на предельную нагрузку.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Качанов Л. М.** Основы теории пластичности.— М.: Наука, 1969.

г. Новосибирск *Поступила 26/IV 1993 г.*

УДК 533.6.011.8+537.533

Г. Г. Гартвич, А. Е. Зарвин, В. Ж. Мадирбаев

ЭЛЕКТРОННО-ПУЧКОВАЯ ДИАГНОСТИКА ФТОРИСТОГО ВОДОРОДА. ОПТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЕЕ ОГРАНИЧЕНИЯ

В процессе исследования многих молекулярных систем с помощью электронно-пучковой диагностики (ЭПД) по методу Мюнтца [1] обнаруживаются отличия от оптической модели, проявляющиеся при плотностях свыше $1 \cdot 10^{15}$ частиц/см^3. Установлено, что эти отклонения могут быть связаны с наличием нелинейных по давлению вторичных процессов в возбуждении и дезактивации молекул: многоквантовыми переходами [2], возбуждением вторичными электронами [3], гашением флуоресценции (может быть, селективным) при столкновениях возбужденных ионов с молекулами фона [4] и др. Поэтому использование методики ЭПД для изучения новых молекулярных систем невозможно без построения адекватной модели возбуждения — излучения с детальным анализом вероятных каналов заселения и опустошения излучающих состояний. Такая модель становится тем более сложной, чем сложнее структура электронных состояний. В настоящее время отработана методика ЭПД и построены модели для молекул N_2, CO_2, CO, HCl [5—8].

В данной работе представлены результаты исследования спектров излучения фтористого водорода, возбужденного пучком электронов, построения модели процессов возбуждения — дезактивации иона HF^+ и определения границ применимости для фтороводородных смесей техники ЭПД. Спектры HF представляют большой интерес в связи с широким использованием галогеноводородов в качестве оптических сред мощных химических лазеров.

1. Рассмотрим процесс возбуждения — излучения HF при электронном ударе. Интенсивность излучения вращательной линии имеет вид [9]

$$I_{v'v''}^{j'j''} = Chc\nu_{v'v''}^{j'j''} A_{v'v''}^{j'j''} n_{j'},$$

где C — аппаратная функция; h — постоянная Планка; c — скорость света в вакууме; $\nu_{v'v''}^{j'j''}$ — частота вращательного перехода; $A_{v'v''}^{j'j''}$ — коэффициент Эйнштейна для спонтанного излучения; $n_{j'}$ — заселенность вращательного уровня в $A^2\Sigma^+$ состоянии HF^+, устанавливающаяся в результате баланса между процессами заселения и опустошения излучающего состояния.

Основными каналами заселения уровней являются: прямой удар первичных и быстрых вторичных электронов — механизм 1.1, возбуждение через промежуточное состояние — 1.2, колебательно-вращательный нагрев медленными (ниже порога ионизации) вторичными электронами с последующей ионизацией — 1.3, возбуждение медленными (но выше порога ионизации) вторичными электронами с нарушением оптических правил отбора — 1.4, релаксация с вышележащих уровней — 1.5.