

УДК 532.5.013.4

## УСТОЙЧИВОСТЬ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ (ОБЗОР)

В. К. Андреев, В. Б. Бекежанова

Институт вычислительного моделирования СО РАН, 660036 Красноярск  
E-mails: andr@icm.krasn.ru, bekezhanova@mail.ru

Приведен обзор работ, посвященных исследованию устойчивости течений вязких теплопроводных жидкостей.

Ключевые слова: устойчивость, неизотермическая жидкость, конвективные течения.

**Введение.** Естественная конвекция возникает в жидкостях и газах при наличии неоднородности среды (градиентов плотности, температуры и концентраций). Например, в поле силы тяжести, в условиях пространственной неоднородности плотности, потенциальная энергия гравитации переходит в энергию движения под действием сил плавучести. При этом перепады плотности могут быть вызваны как нагревом жидкости, так и различием концентраций. В состоянии, близком к невесомости, вследствие самопроизвольного уменьшения свободной энергии поверхности раздела (эффект Марангони) неоднородность поля температур порождает течение из области малых значений поверхностных натяжений в область больших значений. В указанных ситуациях с увеличением разности температур интенсивность конвективного течения возрастает и оно становится неустойчивым.

В современных исследованиях конвекции вязкой жидкости особое внимание уделяется изучению физических явлений с различными механизмами формирования конвективных течений. При этом используются модели конвекции, более точно учитывающие термодинамику жидкости. Эти модели описывают течения жидких сред со сложной реологией, динамика структур которых существенно зависит от граничных условий, геометрии системы, а также от наличия внутренних источников тепла, внутренних поверхностей раздела, фронтов химических реакций, потоков тепла и примеси.

Наличие разнородных механизмов развития возмущений обуславливает зависимость конвективных течений от воздействия различных внешних и внутренних факторов. По сравнению с изотермическими течениями конвективные течения имеют более широкий спектр возмущений и, следовательно, характеризуются более разнообразными механизмами, приводящими к неустойчивости. Изучение параметров и характеристик неустойчивости необходимо для более глубокого понимания фундаментальных физических аспектов явления, интерпретации наблюдений, а также при использовании неизотермических течений в различных технологических процессах. Результаты исследований в этой области применяются в теплоэнергетике, металлургии, гео- и астрофизике, аэрокосмонавтике, химии, кристаллофизике и т. д.

В настоящее время библиография по данной тематике включает тысячи работ, большинство из которых опубликовано в различных научных журналах. Приведенный обзор

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 11-01-00283) и в рамках Интеграционного проекта СО РАН № 38.

© Андреев В. К., Бекежанова В. Б., 2013

не является полным. Ограниченный объем работы не позволяет указать все публикации. Отбор материала проводился следующим образом. Проблемы устойчивости механического равновесия несжимаемых неизотермических жидкостей подробно изложены в известной монографии [1]. Кроме того, в [1] детально изложены результаты исследования влияния различных факторов (магнитного поля, вращения, диффузии, модуляции параметров, термокапиллярных явлений и др.) на конвективную устойчивость и приведен обширный библиографический список. Результаты дальнейших исследований устойчивости равновесных состояний представлены в [2–4]. Поэтому работы по устойчивости равновесия в обзоре не рассматриваются или только упоминаются. Не цитируются также многочисленные публикации, посвященные исследованию устойчивости конвективных пограничных слоев, систем с фазовым переходом, неньютоновских жидкостей и др.

В последние десятилетия в основном исследуются задачи со свободными границами и поверхностями раздела жидкостей и комбинированных течений. В данной работе такие задачи рассмотрены наиболее подробно. Не включены в обзор работы, в которых условия для нормальных напряжений на границе раздела заменяются другими условиями, не имеющими отношения к точной постановке задач (см. об этом [5]).

**1. Устойчивость стационарных конвективных течений.** В отличие от равновесных конфигураций при развитии неустойчивости конвективных течений важным фактором является взаимодействие возмущений с основным потоком. В этом случае механизм неустойчивости обусловлен передачей энергии от основного течения возмущениям скорости. Другим фактором, влияющим на развитие неустойчивости неизотермических жидкостей, является наличие тепловых мод. В этом случае дополнительным механизмом является потенциально неустойчивая стратификация среды вследствие подогрева. Заметим, что стратификация может возникать также при наличии течений определенной структуры. Кроме того, появление качественно новых типов неустойчивости может быть вызвано влиянием неоднородности полей плотности и температуры, гравитационных сил на гидродинамический механизм. Так как имеет место взаимодействие нестационарных тепловых и гидродинамических возмущений, приводящее к генерации нарастающих тепловых волн, указанные механизмы неустойчивости, как правило, действуют одновременно, что существенно усложняет рассматриваемые задачи.

**1.1. Плоскопараллельные течения.** В отдельный класс конвективных течений, для которых выявляются основные особенности неустойчивости, можно выделить плоскопараллельные течения, достаточно полно описанные в [6]. Показано, что в случае идеально теплопроводных границ стационарное плоскопараллельное течение становится неустойчивым относительно двух плоских мод возмущений. В области малых чисел Прандтля неустойчивость имеет гидродинамический характер и вызвана развитием вихрей на границе встречных потоков. При умеренных и больших числах Прандтля неустойчивость порождается плоскими рэлеевскими модами, обусловленными температурной стратификацией. При исследовании устойчивости относительно пространственных возмущений выявлено, что при  $0,14 < Pr < 0,45$  кризис течения вызывает спиральная колебательная мода, связанная с возбуждением внутренних волн за счет энергии основного потока в устойчиво стратифицированном слое. При  $Pr > 0,45$  неустойчивость обусловлена развитием спиральных монотонных возмущений, имеющих характер рэлеевских возмущений, в неустойчиво стратифицированных слоях, примыкающих к верхней и нижней границам слоя. Также в [6] приведены значения числа Прандтля и указаны типы наиболее опасных мод в случае теплоизолированных границ, определенные в работе [7]. Проведен анализ воздействия различных дополнительных факторов — стратификации, температурной зависимости вязкости, тепловых свойств границ и др., изучена устойчивость конвективных течений жидкостей с особыми свойствами (бинарной смеси, проводящей, диэлектрической и неньютоновской

жидкостей, среды с примесью, пористой среды и т. д.) при наличии внутренних источников тепла, виброконвективных, адвективных и комбинированных (при наличии градиента давления, с подвижными и проницаемыми границами) течений. Обзор результатов решений линейных и слабонелинейных задач для плоскопараллельных течений для различных классов граничных условий приведен в [8].

Имеется ряд работ, в которых исследовались стационарные течения в горизонтальных каналах с круговым или прямоугольным поперечным сечением. В [9] рассматривались трехмерные адвективные течения в длинном замкнутом прямоугольном канале, на торцах которого поддерживаются различные температуры, а остальные границы являются теплоизолированными. В рамках модели Обербека — Буссинеска при  $Pr = 0$  численно решена задача об устойчивости основного течения и исследована пространственная структура конвекции в зависимости от числа Грасгофа и размеров расчетной области. Для случая идеально теплопроводных границ аналогичная задача решена в работе [10] при нулевом и отличном от нуля значениях числа Прандтля. Установлено, что плоскопараллельное стационарное решение существует только при  $Pr = 0$ . В поперечном сечении канала наблюдались четыре вихря, при этом траектории частиц представляли собой спирали с осями, параллельными образующей канала. Учет однородного продольного градиента температуры в данной конфигурации [11] при ненулевых значениях числа Прандтля приводит к существенному повышению порога устойчивости основного течения к гидродинамическим возмущениям. В случае адиабатических боковых границ канала при малых числах Прандтля имеет место быстрая стабилизация течения [12]. В работе [13] численно исследованы трехмерные адвективные течения в горизонтальном цилиндре с квадратным поперечным сечением в случае теплоизолированных боковых границ при наличии однородного продольного градиента температуры. Показано, что структура течения существенно зависит от числа Грасгофа, длины канала и числа Прандтля; в зависимости от этих параметров возможны различные типы симметрии и поведения течения. Установлено, что возможны различные варианты перехода к колебательным режимам: либо с предварительным нарушением симметрии течения (вилочная бифуркация), либо без изменения типа симметрии. Также определена область параметров, в которой не возникают колебательные режимы, а наблюдается лишь вилочная бифуркация.

Впервые исследование устойчивости адвективного течения во вращающемся горизонтальном слое жидкости проведено в работе [14]. В [15] представлен класс точных решений уравнений Навье — Стокса в приближении Обербека — Буссинеска, описывающих адвективные течения спиральной формы в плоском вращающемся слое жидкости, и изложена методика исследования устойчивости конкретных течений такого класса. Адаптированный метод сеток и новые данные о границах устойчивости для указанного течения описаны в работе [16], там же приведены нейтральные кривые для винтовых и спиральных возмущений при различных значениях числа Тейлора. Для той же задачи исследовано влияние вращения на устойчивость, численно изучено поведение конечно-амплитудных возмущений за порогом устойчивости [17] и разработан алгоритм решения на основе метода дифференциальной прогонки [18]. Устойчивость таких течений, возникающих в горизонтальном слое жидкости при отсутствии вращения, подробно изучена в работах [6, 19].

В работе [20] исследован класс точных решений уравнений свободной конвекции, в том числе описывающих течения, возникающие при тепловыделении постоянной мощности в некоторой области вертикального слоя. Для комбинированных течений жидкости в вертикальном слое, обусловленных совместным действием внутренних источников тепла и другими факторами, обнаружена существенная стабилизация конвекции при наличии вынужденного течения (течения Куэтта) [21]. Влияние напорного течения Пуазейля исследовано в работе [22]. Установлено, что наличие попутного вынужденного движения

средней интенсивности приводит к умеренной стабилизации гидродинамических и тепловых механизмов кризиса течения. В случае суперпозиции конвективного и встречного вынужденного течений имеет место их быстрая стабилизация.

Задача Бенара для течения Пуазейля изучалась начиная с 1938 г. [23]. В последних аналитических [24, 25], экспериментальных [26] и численных [27–29] исследованиях показано, что неустойчивость может проявляться в виде существования продольных и поперечных валов, подковообразных или перемежающихся структур. Влияние граничных условий на характер неустойчивости изучено в [30, 31]. В [32–34] при исследовании тепловой конвекции в случае наличия сдвиговых течений описаны структуры, возникающие вблизи порога неустойчивости.

В работе [35] изучено плоскопараллельное течение вязкой жидкости с тяжелой примесью, обусловленное оседанием твердых сферических частиц и наличием горизонтального градиента температуры, а также влияние размеров частиц, неоднородности распределения примеси и температурного градиента на его устойчивость. Оказалось, что при стремлении частиц к однородному распределению течение стабилизируется, а с увеличением градиента температуры радиуса частиц порог устойчивости понижается. Стационарное адвективное течение двухкомпонентной смеси в плоском горизонтальном слое с идеально теплопроводными твердыми границами и его устойчивость относительно плоских и спиральных возмущений изучены в работе [36]. Результаты решения задач об устойчивости плоскопараллельных течений многокомпонентных смесей представлены в [37, 38].

Ряд задач об устойчивости плоскопараллельных течений (в горизонтальных, вертикальных, наклонных слоях, в том числе комбинированных, с поверхностями раздела, проницаемыми границами) описан в монографии [39] в рамках различных моделей конвекции. Приведен обзор точных решений уравнений конвекции, в случае когда к жидкостям приложен постоянный температурный градиент по одному из выбранных направлений. Исследованы механизмы неустойчивостей и свойства спектра возмущений в зависимости от термокапиллярных сил, теплофизических свойств жидкостей и геометрии области течения. В монографии [40] представлены результаты исследований конкретных нестационарных движений бинарной смеси с учетом эффекта термодиффузии. Доказано, что при некоторых условиях с увеличением времени движения выходят на стационарные режимы, т. е. становятся устойчивыми.

1.2. *Течения со свободной поверхностью.* Открытие конвекции Рэлея — Бенара позволило исследовать процессы самопроизвольного возникновения упорядоченных пространственных структур. Подробный анализ причин формирования этих структур, различия форм и масштабов, смены режимов конвекции проводится в монографии [41]. Стационарные состояния типа валов и ячеек, возникающие при монотонной неустойчивости в случае конвекции без вращения, рассматривались во многих работах (см. работы [1, 6, 41] и библиографию к ним). Результаты исследования режима конвекции во вращающемся слое приведены в работах [42–45]. В [46] изучена устойчивость стационарных течений более сложной формы в горизонтальном слое со свободными границами при наличии вращения. Доказана неустойчивость рассмотренных течений относительно длинноволновых возмущений, выделены различные типы неустойчивости в зависимости от соотношений параметров надкритичности и волновых чисел течений. Потеря устойчивости плоскопараллельного течения в горизонтальном слое, верхняя граница которого является свободной поверхностью, при наличии продольного градиента рассмотрена в [47]. Исследованы три типа возникающих вторичных течений: трехмерные и плоские двумерные волны, распространяющиеся вдоль градиента температуры, и плоские волны, бегущие под некоторым углом к градиенту.

Некоторые классы плоскопараллельных течений и их устойчивость для задач со свободными границами и поверхностями раздела подробно описаны в работе [48]. Изучено влияние деформируемости границ раздела на характер возникающих неустойчивостей, выявлены новые типы возмущений в различных диапазонах определяющих параметров. Для случаев двухслойного течения Пуазейля и пленочного течения исследовано влияние внутренней энергии межфазной поверхности на конвективную устойчивость и проведен энергетический анализ. Кроме того, исследована устойчивость вращательно-симметричных стационарных термокапиллярных течений, выделены три основных механизма возмущений: капиллярный, гидродинамический и тепловой. Все три механизма детально изучены при конкретных значениях физических параметров. Анализ устойчивости некоторых равновесных конфигураций и термокапиллярных течений (в том числе дрейф капель, течения от нагретых тел) с учетом влияния поверхностных эффектов и внешних факторов выполнен в монографии [49].

Укажем ряд экспериментальных работ, в которых изучается устойчивость различных конвективных течений при наличии межфазной поверхности. В работах [50, 51] исследовано формирование различных типов волн при наличии поперечного градиента температуры в цилиндрическом и прямоугольном контейнерах, рассмотрены особенности возникающих структур в зависимости от тепловых и вязких свойств рабочей жидкости, проведено сравнение с некоторыми теоретическими результатами. Также следует отметить исследования, посвященные анализу структур и устойчивости термокапиллярных течений от сосредоточенных источников тепла на поверхности жидкости [52] и вблизи свободной поверхности [53–55]. В работе [54] обнаружена зависимость пространственной частоты спиральных волн от расстояния до источника, тогда как ранее рассматривались подобные волновые структуры, не обладающие данной особенностью. Из результатов, представленных в работе [55], следует, что термокапиллярное течение осесимметрично при любом типе источника тепла, причем даже появление поверхностных волн не нарушает такой симметрии. В [54, 55] описываются наблюдаемые новые эффекты и обсуждаются возможные механизмы неустойчивости течения. Задача Рэлея — Бенара при наличии сдвигового течения, возникающего под действием касательных напряжений, изучалась в экспериментах [56, 57]. Установлено, что с увеличением скорости воздушного потока происходит переход от шестигранных ячеек к системе продольных конвективных валов (с дефектами [56]). В работе [57] учитывалось также испарение жидкости с поверхности. Результаты численного моделирования задачи эволюции продольных конвективных валов, а также результаты исследования влияния термокапиллярного эффекта представлены в работе [58]. Для случая адвективного потока на горячей подложке экспериментально исследована структура вторичных течений, имеющих вид спиральных валов, ориентированных по потоку, и описаны механизмы их формирования [59]. В работе [60] изучено влияние отношения толщин слоев на порог устойчивости и структуру конвективного течения в системе жидкость — газ, обнаружена зависимость критического значения числа Марангони от указанного параметра. Теоретическое исследование устойчивости термокапиллярного осесимметричного течения и сравнение полученных результатов с экспериментальными данными выполнены в работах [61, 62]. Для случаев адиабатической и теплопроводной свободной поверхности найдена новая нейтральная мода [62].

В монографии [63] приведен наиболее полный обзор результатов исследований, выполненных в областях термокапиллярной, термогравитационной и термовибрационной конвекции. Проведен анализ влияния соответствующих характерных параметров, граничных условий, свойств жидкостей на возникающие структуры, их устойчивость и возможные бифуркации, приводящие к появлению различных форм симметрии и (или) пространственно-временных режимов. Рассмотрены различные геометрические конфигурации комбинированных течений, при которых движение жидкости вызвано несколькими факторами.

1.3. *Течения в наклонном слое.* В работе [64] начато исследование устойчивости плоскопараллельного конвективного течения в наклонном слое в канале с теплоизолированными границами при наличии продольного градиента температуры. Выделены различные типы неустойчивости в зависимости от значений числа Прандтля и угла наклона, а также приведены результаты прямого численного моделирования нелинейной задачи. Случай идеально теплопроводных границ изучен в [65]. Аналитически определены границы устойчивости относительно длинноволновых возмущений и выделены различные моды. В [66] в рамках обобщенной модели Лоренца выполнен анализ монотонной и колебательной устойчивости стационарных режимов тепловой конвекции в наклоняемой полости. Бифуркации течения в наклоняемом бесконечном горизонтальном цилиндре квадратного сечения и линейная устойчивость режимов изучены в работе [67] путем численного моделирования в приближении Буссинеска. Влияние внутренних источников тепла на устойчивость плоскопараллельного движения рассмотрено в работах [68, 69], кроме того, в [69] определены надкритические режимы.

1.4. *Пленочные течения.* Теоретические проблемы тепло- и массопереноса в пленочных и струйных течениях, а также методы численного решения нелинейных задач гидродинамики в двухфазных системах с неизвестной свободной границей рассмотрены в монографии [70]. Там же приведены результаты исследования течений многокомпонентных смесей с учетом диффузионных и мембранных процессов. Термокапиллярная неустойчивость тонкой пленки, стекающей по нагретой наклонной пластине, исследована в работах [71–74]. В [75] выполнен теоретический анализ неустойчивости пленочного течения при наличии интенсивного испарения. В работе [76] приведен ряд результатов исследования совместного влияния термокапиллярных сил и таких факторов, как испарение (или конденсация) и силы Ван-дер-Ваальса, на устойчивость течений пленки. В [77] обсуждается проблема термокапиллярной неустойчивости Бенара — Марангони свободно стекающей по вертикальной поверхности пленки, с разных точек зрения анализируются возникающие модельные уравнения и приводится обширная библиография. Следует отметить также обзор исследований влияния термокапиллярного эффекта на тонкие пленки [78]. Устойчивость пленочного течения при наличии пространственно однородных источников тепла в жидкости без учета испарения рассмотрена в работе [79]. В [80] исследована длинноволновая неустойчивость ползущего течения пленки по нагретой пластине.

Экспериментально изучено влияние различных факторов на устойчивость течений тонких пленок жидкости. Так, впервые неустойчивость течения пленки по наклонной пластине в случае локального нагрева и возникновение регулярных структур обнаружены в экспериментах [81]. Другие экспериментальные работы указаны в обзоре [82], там же выполнено прямое численное моделирование течений пленки, результаты которого хорошо согласуются с экспериментальными данными. Линейный анализ устойчивости такого течения в рамках приближенных моделей тонкого слоя выполнен в работах [83, 84], а для случая, когда на стенке задан постоянный температурный градиент, — в [85]. При исследовании последней задачи в рамках линейной и нелинейной теорий изучены поперечные поверхностные волны [86, 87]. Формирование пространственных самоорганизующихся структур в пленке, увлекаемой потоком газа, экспериментально исследовано в [88, 89], теоретически с использованием различных подходов — в работах [90, 91]. Совместное течение пленки и спутного потока газа характеризуется наличием неустойчивостей различного характера [92], появление которых позволяет качественно предсказать линейная теория [93].

Возможность управления устойчивостью течения для предотвращения разрыва пленки, стекающей по наклонной пластине с локальным нагревателем, исследована в работе [94]; задача об устойчивости течения пленки по нагретой цилиндрической поверхности

решена в [95]. Наличие однородной микроструктуры на горизонтальной нагретой подложке приводит к снижению порога устойчивости [96], при этом главной причиной разрыва пленки и появления сухих пятен, как и в случае гладкой стенки, является термокапиллярная неустойчивость [71, 97]. Исследование влияния формы и размеров микроструктуры на нижней границе подложки на устойчивость пленки, а также анализ условий, приводящих к разрыву пленки, выполнены в работе [98].

1.5. *Жидкости с особыми свойствами.* При исследовании задачи о конвективном течении диэлектрика в вертикальном слое, находящемся в переменном электрическом поле, в линейном приближении с помощью теории Флоке определены пороги устойчивости [99]. Исследовано влияние конкурирующих диэлектрофоретического и термогравитационного механизмов неустойчивости. В работе [100] изучены конечно-амплитудная эволюция электроконвективных структур слабопроводящей жидкости, взаимодействие электрокондуктивной и термогравитационной конвекций, нелинейные режимы стационарной конвекции и бегущих волн. Исследование течения магнитной жидкости в горизонтальном канале при наличии продольного температурного градиента и магнитного поля произвольной ориентации, а также анализ устойчивости этого течения относительно двумерных возмущений проведены в [101]. Установлено, что при больших числах Прандтля (типичных для магнитных жидкостей) и малых магнитных числах Рэлея имеет место только колебательная неустойчивость. Влияние магнитного поля на устойчивость конвективного течения, обусловленного наличием продольного градиента температуры, в канале прямоугольного сечения численно изучено в работе [102], там же получены характерные структуры, определены наиболее опасные возмущения и выявлена стабилизация течения при вертикальной ориентации магнитного поля. В условиях вращающегося магнитного поля стабилизация адвективного течения проводящей жидкости в горизонтальном цилиндре наиболее четко выражена при малых числах Прандтля [103]. Увеличение магнитного числа Тейлора  $T_m$  приводит к изменению характера неустойчивости от монотонного (при малых значениях  $T_m$ ) к колебательному. Также определена кинетическая энергия возмущений и показано, что генерация возмущений обусловлена наличием градиента продольной скорости.

1.6. *Виброконвективные течения.* Поскольку конвективные течения играют основную роль во многих технических процессах, происходящих на Земле и на борту космических станций, необходимо уметь эффективно управлять термокапиллярной неустойчивостью. Одним из таких механизмов являются различные воздействия, в том числе вибрации. Изучение вибрационной конвекции, начатое в основополагающей работе [104], было продолжено в других работах. Анализировалась применимость классических моделей конвекции в условиях вибрации и развивались методы решения задач о вибрационной конвекции. В последние 10 лет большинство публикаций посвящено исследованию равновесных конфигураций в однослойных (см., например, [105–112]), двухслойных системах [113–118], а также в многокомпонентных средах [119, 120]. Эксперименты по изучению явлений параметрического резонанса и динамической неустойчивости гравитационной тепловой конвекции описаны в работе [121], там же приведен обзор результатов теоретических и экспериментальных исследований конвекции в модулированных полях.

Существует небольшое количество теоретических работ, посвященных изучению устойчивости неизотермических конвективных течений при воздействии вибраций, что объясняется значительными математическими трудностями. Устойчивость подвергнутого продольным вибрациям плоскопараллельного конвективного течения в горизонтальном слое с продольным градиентом температуры относительно плоских и спиральных возмущений изучена в работе [122]. С использованием уравнений термоакустической конвекции проведено исследование адвективного течения, вызванного наличием продольного градиента температуры и распространением в жидкости акустической волны [123],

обнаружены моды неустойчивости, соответствующие возмущениям типа плоских и продольных валов, косых волн, изучена устойчивость различных вторичных течений. Также исследована устойчивость осредненного течения в подогреваемом сбоку наклонном слое, обусловленного совместным действием силы тяжести и вертикальных высокочастотных вибраций [124]. Методом Флоке проведен анализ линеаризованных уравнений конвекции в приближении Буссинеска для течения неоднородно нагретой жидкости, возникающего в наклонном слое под действием силы тяжести и продольных вибраций конечной частоты [125]. Теоретическое описание осредненного вибрационного движения неизотермической жидкости в равномерно вращающейся полости приведено в работе [126]. Показано, что вращение существенно влияет как на интенсивность осредненных потоков, так и на структуру пульсационного поля скоростей. Влияние эффекта сжимаемости жидкости на конвективные течения при воздействии высокочастотных вибраций изучено в работе [127]. Для этого рассмотрены две подзадачи: 1) о влиянии акустических вибраций на движение жидкости в полости прямоугольного сечения в условиях невесомости; 2) об устойчивости адвективного течения в плоском слое.

Дополнительным фактором, оказывающим влияние на устойчивость течения в вертикальном слое жидкости при горизонтальных вибрациях вдоль слоя, может являться наличие твердой примеси [128]. Вторая задача обобщена на случай высокочастотных вибраций [129] и вибраций конечной частоты [130].

Устойчивость термогравитационного течения бинарной смеси в плоском вертикальном канале под действием продольных вибраций конечной частоты изучена в работе [131]. Результаты анализа краевой задачи в полной постановке позволяют указать теплофизические характеристики смесей, значения амплитуды и частоты вибраций, при которых длинноволновые возмущения наиболее опасны для устойчивости рассмотренного комбинированного течения.

Результаты всестороннего экспериментального и численного исследования тепловой вибрационной конвекции при пониженной гравитации и обширная библиография по данной теме изложены в работе [132]. Доказано, что в определенном диапазоне интенсивности вибраций образуется устойчивая четырехвихревая структура, которая может переходить в трехвихревую только при наличии боковой составляющей гравитации или по истечении промежутка времени, величина которого зависит от ряда параметров задачи.

1.7. *Некоторые другие типы течений.* Задача о смешанной конвекции в условиях пространственно-периодического нагрева рассматривалась в работах [133–137]. Получены характерные структуры течения в горизонтальном канале с локальными источниками тепла на нижней границе и описана их эволюция [133], путем прямого двумерного численного моделирования найдены области неустойчивости в пространстве  $(Re, R)$  [134], изучена бифуркация между устойчивым и неустойчивым состоянием и показано, что для возникающих типов течения имеет место неустойчивость Кельвина — Гельмгольца [135, 136]. Влияние вынужденного течения на естественную конвекцию и характер неустойчивости рассмотрено в работе [137]. Устойчивость конвективных течений во вращающемся слое жидкости с границами, имеющими низкую теплопроводность, исследована в [138]. Получены амплитудное уравнение, описывающее эволюцию вторичных конвективных течений при однородном нагреве и над локальным источником тепла; зависимость коэффициентов уравнения от параметра вращения, числа Прандтля и неоднородности теплового потока; границы области устойчивости течений для тепловых пятен различной формы. Изучено влияние вращения на устойчивость нелинейных режимов в случае однородного подогрева. В задаче о конвекции в двухкомпонентной стратифицированной среде над неоднородно нагретой горизонтальной поверхностью [139] определены возмущения, возникающие в фоновом горизонтальном течении с вертикальным сдвигом, вызванные взаимодействием этого

течения с конвективными валами, обусловленными термической неоднородностью. Показано, что в каждой конвективной ячейке генерируется ненулевая вертикальная составляющая вихря, кроме того, в случае бинарной смеси возможно появление дополнительных нетривиальных эффектов, таких как понижение температуры среды над теплым пятном поверхности. В монографии [140] в рамках модели микроконвекции рассмотрены задачи о влиянии нестационарного, а также пространственно-неоднородного подогрева в областях с твердыми и свободными границами для течений однородной жидкости и бинарной смеси. Определены характерные структуры течений, траектории движения частиц и их кинематические параметры в зависимости от свойств жидкости, граничных условий и геометрии течения. Изучена устойчивость некоторых классов микроконвективных течений. Свойства квазипериодических течений, их спектры и интегральные характеристики в зависимости от вида граничных условий в задаче о конвекции жидкости в подогреваемом снизу плоском горизонтальном слое исследованы в работе [141]. В [142] изучены устойчивость индуцированного начальным периодическим возмущением двумерного движения в форме валов, оси которых лежат в горизонтальной плоскости и параллельны одной из боковых границ прямоугольной области, и сценарии развития неустойчивостей. Конвективные течения, возникающие в горизонтальном канале прямоугольного сечения, на стенках которого задан продольный градиент температуры, рассмотрены в работе [143]. Изучены влияние характерных размеров канала и свойств жидкости на устойчивость течения относительно трехмерных возмущений и особенности возникающих структур, а также выделены наиболее опасные моды.

**2. Течения при наличии поверхностей раздела.** Неустойчивость, вызванная наличием поверхности раздела, имеет разнообразные проявления. Существует ряд монографий [144–147], которые содержат систематическое описание результатов решения многочисленных задач при наличии поверхностей раздела. Постановки задач, общее описание нелинейных диссипативных структур, линейные задачи об устойчивости (Рэля — Бенара, Марангони — Бенара, Рэля — Бенара — Марангони), в том числе с учетом деформируемости поверхности раздела и испарения, и определение соответствующих мод содержатся в работе [144]. Там же проведен анализ устойчивости в рамках слабо- и сильнонелинейных теорий, представлены результаты экспериментального и теоретического изучения солитонов и волновых пакетов, а также примеры множественных бифуркаций. Разнообразные явления, на которые основное влияние оказывает наличие поверхности раздела, рассмотрены в монографии [145]. Изучены различные течения (возвратные, однонаправленные, осесимметричные, двумерные, пленочные), вызванные наличием градиента поверхностного натяжения и (или) градиента концентрации, а также их устойчивость. Описаны стационарные поверхностные структуры, колебания и волны, а также движение капель под действием эффекта Марангони. Оригинальные результаты исследований систем с поверхностью раздела жидкость — жидкость представлены в монографии [146]. В различных постановках (модели мелкой воды, пленочные течения, многослойные системы, микрогравитация, движение пузырьков и капель, учет высокочастотных вибраций) рассматриваются возможные типы неустойчивостей, индуцированных термокапиллярным эффектом. Конвекция в системах с поверхностями раздела имеет ряд особенностей и отличается разнообразием форм неустойчивости [147]. В работе [147] исследованы различные физические эффекты (тепло- и массоперенос, тепловое и механическое воздействие на поверхности раздела, ее деформируемость, наличие поверхностно-активных веществ) и их влияние на конвективные течения.

Устойчивость решения типа решения Остроумова — Бириха [148, 149] для двухслойной системы в прямоугольной замкнутой полости при нулевой гравитации изучена в работе [150]. Показано существование четырех различных режимов, зависящих от вели-

чины определяющего параметра, характеризующего поверхностное натяжение свободной границы и поверхности раздела жидкостей, исследовано влияние стенок полости на механизмы формирования указанных режимов. В случае бесконечного горизонтального слоя, ограниченного твердыми стенками, на которых задан постоянный градиент температуры, неустойчивость течения (которое также описывается решением Остроумова — Бириха), возникающего при совместном действии массовых и термокапиллярных сил, может быть обусловлена геометрической асимметрией системы и условиями подогрева стенок канала [151]. Класс неизотермических двухслойных течений в наклонном канале выделен в [152]. В работе [153] решена задача об устойчивости такого течения (описываемого обобщением решения типа решения Остроумова — Бириха) относительно плоских возмущений в случае произвольной ориентации системы относительно направления силы тяжести. В условиях невесомости кризис комбинированного однонаправленного течения, являющегося суперпозицией термокапиллярной конвекции, обусловленной наличием продольного градиента температуры, и сдвигового течения Куэтта, возникающего при движении твердой стенки плоского канала, может быть вызван наличием тепловых колебательных или монотонных волн [154]. Для двухслойной системы, имеющей форму кольца, с нагреваемой внешней стенкой в рамках линейной теории устойчивости выделены два типа наиболее опасных гидротепловых волн, обуславливающих формирование характерных структур [155].

В ряде работ, посвященных исследованию устойчивости двухслойных течений тонких пленок при совместном действии сил Ван-дер-Ваальса и Марангони, изучены особенности разрушения пленочного течения при боковом нагреве [156] и процесс формирования упорядоченных структур при наличии наклонного градиента температуры [157, 158]. В рамках линейной теории открыто явление “изотропизации” и обнаружены различные типы нелинейных режимов [158].

Многочисленные типы неустойчивости и возможные вторичные режимы в более сложных задачах с поверхностями раздела необходимо изучить в ходе дальнейших исследований.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Гершуни Г. З.** Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости / Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий. М.: Наука, 1972.
2. **Гидромеханика** невесомости / Под ред. А. Д. Мышкиса. М.: Наука, 1976.
3. **Гидродинамика** межфазных поверхностей: Сб. ст. М.: Мир, 1984.
4. **Методы** решения задач гидромеханики в условиях невесомости / Под ред. А. Д. Мышкиса. Киев: Наук. думка, 1992.
5. **Андреев В. К.** Решения Бириха уравнений конвекции и некоторые его обобщения. Красноярск, 2010. (Препр. / Ин-т вычисл. моделирования СО РАН; № 1-10).
6. **Гершуни Г. З.** Устойчивость конвективных течений / Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий, А. А. Непомнящий. М.: Наука, 1989.
7. **Kuo H. P., Korpela S. A.** Stability and finite amplitude natural convection in a shallow cavity with insulated top and bottom and heated from a side // *Phys. Fluids*. 1988. V. 31, N 1. P. 33–42.
8. **Laure P., Roux B.** Linear and non-linear analysis of the Hadley circulation // *J. Crystal Growth*. 1989. V. 97, iss. 1. P. 226–234.
9. **Никитин С. А., Павловский Д. С., Полежаев В. И.** Устойчивость и пространственная структура конвекции в вытянутых горизонтальных слоях при боковом подводе тепла // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 1996. № 4. С. 28–37.

10. **Лобов Н. И., Любимов Д. В., Любимова Т. П., Скуридин Р. В.** Об адвективном течении в горизонтальном канале прямоугольного сечения // *Гидродинамика*. Пермь: Перм. гос. ун-т, 1998. Вып. 11. С. 167–175.
11. **Lyubimova T. P., Lyubimov D. V., Morozov V. A., et al.** Stability of convection in a horizontal channel subjected to a longitudinal temperature gradient. 1. Effect of aspect ratio and Prandtl number // *J. Fluid Mech.* 2009. V. 635. P. 275–295.
12. **Любимова Т. П., Никитин Д. А.** Устойчивость адвективного течения в горизонтальном канале прямоугольного сечения с адиабатическими границами // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2011. № 2. С. 82–91.
13. **Любимова Т. П., Никитин Д. А.** Трехмерные адвективные течения в горизонтальном цилиндре квадратного сечения с теплоизолированными боковыми границами // *Вычисл. механика сплош. сред.* 2011. Т. 4, № 2. С. 72–81.
14. **Аристов С. Н., Шварц К. Г.** Об устойчивости адвективного течения во вращающемся горизонтальном слое жидкости // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 1999. № 4. С. 3–11.
15. **Аристов С. Н.** Вихревые течения адвективной природы во вращающемся слое жидкости / С. Н. Аристов, К. Г. Шварц. Пермь: Перм. гос. ун-т, 2006.
16. **Тарунин Е. Л., Шварц К. Г.** Исследование линейной устойчивости адвективного течения методом сеток // *Вычисл. технологии*. 2001. Т. 6, № 6. С. 108–117.
17. **Шварц К. Г.** Влияние вращения на устойчивость адвективного течения в горизонтальном слое жидкости при малом значении числа Прандтля // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2005. № 2. С. 29–38.
18. **Чикулаев Д. Г., Шварц К. Г.** Исследование линейной устойчивости адвективного течения во вращающемся горизонтальном слое жидкости с твердыми границами методом дифференциальной прогонки // *Вестн. Перм. гос. ун-та*. 2011. Вып. 3. С. 42–46.
19. **Gershuni G. Z., Laure P., Myznikov V. M., et al.** On the stability of plane-parallel advective flow in long horizontal layers // *Microgravity Q.* 1992. V. 2, N 3. P. 141–151.
20. **Гневанов И. В., Тарунин Е. Л.** Конвективное движение, вызванное внутренними источниками тепла, сосредоточенными в центре слоя // *Гидродинамика: Межвуз. сб. науч. тр.* Пермь: Перм. гос. ун-т, 2004. Вып. 14. С. 79–87.
21. **Лобов Н. И., Шкляев С. В.** Влияние движения границ на устойчивость конвективного течения в вертикальном слое с внутренними источниками тепла // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 1997. № 4. С. 3–8.
22. **Лобов Н. И.** Влияние продольного вынужденного течения на устойчивость конвекции в плоском вертикальном слое с внутренними источниками тепла // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2005. № 2. С. 14–17.
23. **Bénard H., Avsec D.** Travaux récents sur les tourbillons en bandes; applications à l'astrophysique et à la météorologie // *J. Phys. Radium*. 1938. V. 9. P. 468–500.
24. **Brand H. R., Deissler R. J., Ahlers G.** Simple model for the Bénard instability with horizontal flow near threshold // *Phys. Rev. A*. 1991. V. 43. P. 4262–4268.
25. **Müller H. W., Tveitereid M., Trainoff S.** Rayleigh — Bénard problem with imposed weak through-flow: two-coupled Ginzburg — Landau equations // *Phys. Rev. E*. 1993. V. 48. P. 263–272.
26. **Ouazzani M. T., Platten J.-K., Mojtabi A.** Intermittent pattern in mixed convection // *Appl. Sci. Res.* 1993. V. 51. P. 677–685.
27. **Schröder E., Bühler K.** Three-dimensional convection in rectangular domains with horizontal throughflow // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 1995. V. 38. P. 1249–1259.

28. **Nicolas X., Mojtabi A., Platten J.-K.** Two dimensional numerical analysis of the Poiseuille — Bénard flow in a rectangular channel heated from below // *Phys. Fluids*. 1997. V. 9. P. 337–348.
29. **Nicolas X., Luijckx J.-M., Platten J.-K.** Linear stability of mixed convection flows in horizontal rectangular channels of finite transversal extension heated from below // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 2000. V. 43. P. 589–610.
30. **Roth D., Büchel P., Lücke M., et al.** Influence of boundaries on pattern selection in through-flow // *Physica D*. 1996. V. 97. P. 253–263.
31. **Nicolas X., Traore P., Mojtabi A., Caltagirone J.-P.** Augmented Lagrangian method and open boundary conditions in 2-D simulation of Poiseuille — Bénard channel flow // *Intern. J. Number Meth. Fluids*. 1997. V. 25. P. 265–283.
32. **Müller H. W., Lucke M., Kamps M.** Transversal convection patterns in horizontal shear flow // *Phys. Rev. A*. 1992. V. 45, N 6. P. 3714–3726.
33. **Tveitereid M., Müller H. W.** Pattern selection at the onset of Rayleigh — Bénard convection in horizontal shear flow // *Phys. Rev. E*. 1994. V. 50, N 2. P. 1219–1226.
34. **Couairon A., Chomaz J. M.** Pattern selection in the presence of a cross flow // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 79, N 14. P. 2666–2669.
35. **Дементьев О. Н.** Влияние конвекции на устойчивость движения жидкости с неравномерно распределенной тяжелой примесью // *ПМТФ*. 2000. Т. 41, № 5. С. 180–187.
36. **Любимов Д. В., Любимова Т. П., Никитин Д. А., Перминов А. В.** Устойчивость адвективного течения бинарной смеси в плоском горизонтальном слое с идеально теплопроводными границами // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2010. № 3. С. 129–139.
37. **Ryzhkov I. I., Shevtsova V. M.** Convective stability of multicomponent fluids in the thermogravitational column // *Phys. Rev. E*. 2009. V. 79. P. 026308.
38. **Ryzhkov I. I., Shevtsova V. M.** Long-wave instability of a multicomponent fluid layer with the Soret effect // *Phys. Fluids*. 2009. V. 21. P. 014102.
39. **Андреев В. К.** Устойчивость неизотермических жидкостей / В. К. Андреев, В. Б. Бекежанова. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2010.
40. **Андреев В. К.** Движение бинарной смеси в плоских и цилиндрических слоях / В. К. Андреев, Н. Л. Собачкина. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2012.
41. **Гетлинг А. В.** Конвекция Рэлея — Бенара. Структуры и динамика. М.: Эдиториал УРСС, 1999.
42. **Goldstein H. F., Knobloch E., Silber M.** Planform selection in rotating convection // *Phys. Fluids A*. 1990. V. 2, N 4. P. 625–627.
43. **Goldstein H. F., Knobloch E., Silber M.** Planform selection in rotating convection: Hexagonal symmetry // *Phys. Rev. A*. 1992. V. 46, N 8. P. 4755–4761.
44. **Bassom P. B., Zhang K.** Strongly nonlinear convection cells in a rapidly rotating fluid layer // *Geophys. Astrophys. Fluid Dynamics*. 1994. V. 76. P. 223–238.
45. **Cox S. M., Matthews P. S.** Instability of rotating convection // *J. Fluid Mech.* 2000. V. 403. P. 153–172.
46. **Подвигина О. М.** Неустойчивость конвективных течений малой амплитуды во вращающемся слое со свободными границами // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2006. № 6. С. 40–51.
47. **Павловский Д. С.** Вторичные течения в слое со свободной поверхностью // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 1994. № 5. С. 85–98.
48. **Андреев В. К.** Термокапиллярная неустойчивость / В. К. Андреев, В. Е. Захватаев, Е. А. Рябицкий. Новосибирск: Наука. Сиб. издат. фирма, 2000.

49. **Братухин Ю. К.** Гидродинамическая устойчивость межфазных поверхностей / Ю. К. Братухин, С. О. Макаров. Пермь: Перм. гос. ун-т, 2005.
50. **Estersky A. B., Garcimartin A., Burguete J., et al.** Hydrothermal waves in Marangoni convection in a cylindrical container // *Phys. Rev. E*. 1993. V. 47, N 2. P. 1126–1131.
51. **Estersky A. B., Garcimartin A., Mancini H. L., Perez-Garcia C.** Spatiotemporal structure of hydrothermal waves in Marangoni convection // *Phys. Rev. E*. 1993. V. 48, N 6. P. 4414–4422.
52. **Favre E., Blumenfeld L., Daviaud F.** Instabilities of a liquid layer locally heated on its free surface // *Phys. Fluids*. 1997. V. 9, N 5. P. 1473–1475.
53. **Братухин Ю. К., Макаров С. О., Мизев А. И.** Колебательные режимы термокапиллярной конвекции от сосредоточенного источника тепла // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2000. № 2. С. 92–103.
54. **Мизев А. И.** Экспериментальное исследование термокапиллярной конвекции, индуцированной локальной температурной неоднородностью вблизи поверхности жидкости. 1. Твёрдый источник тепла // *ПМТФ*. 2004. Т. 45, № 4. С. 36–49.
55. **Мизев А. И.** Экспериментальное исследование термокапиллярной конвекции, индуцированной локальной температурной неоднородностью вблизи поверхности жидкости. 2. Источник тепла, индуцированный излучением // *ПМТФ*. 2004. Т. 45, № 5. С. 102–108.
56. **Езерский А. Б., Чернов В. В.** Воздействие ветровых напряжений на структуру конвекции в подогреваемом снизу слое жидкости // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 1999. Т. 35, № 5. С. 656–659.
57. **Реутов В. П., Езерский А. Б., Рыбушкина Г. В., Чернов В. В.** Конвективные структуры в тонком слое испаряющейся жидкости, обдуваемом воздушным потоком // *ПМТФ*. 2007. Т. 48, № 4. С. 3–14.
58. **Реутов В. П., Рыбушкина Г. В.** Отбор конвективных валов в тонком слое испаряющейся жидкости, обдуваемом воздушным потоком // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2008. № 1. С. 57–67.
59. **Баталов В. Г., Сухановский А. Н., Фрик П. Г.** Экспериментальное исследование спиральных валов в адвективном потоке, натекающем на горячую горизонтальную поверхность // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2007. № 4. С. 39–49.
60. **Мизев А. И.** Экспериментальное исследование влияния толщины газовой фазы на устойчивость и структуру течения в двухслойной системе жидкость — газ // *ПМТФ*. 2004. Т. 45, № 6. С. 14–18.
61. **Рыжков И. И.** О термокапиллярной неустойчивости жидкого цилиндра, обдуваемого потоком газа // Тез. докл. Междунар. конф. “Современные проблемы прикладной математики и механики: теория, эксперимент, практика”, Новосибирск, 30 мая — 4 июня 2011 г. Новосибирск: Ин-т вычисл. технологий, 2011. С. 101.
62. **Ryzhkov I. I.** Thermocapillary instabilities in liquid bridges revisited // *Phys. Fluids*. 2011. V. 23. P. 082103.
63. **Lappa M.** Thermal convection: patterns, evolution and stability. Chichester: Wiley, 2010.
64. **Delgado Buscalioni R., Crespo del Arco E.** Stability of thermally driven shear flows in long inclined cavities with end-to-end temperature difference // *Intern. J. Heat Mass Transfer*. 1999. V. 42. P. 2811–2822.
65. **Сагитов Р. В., Шарифулин А. Н.** Длинноволновая неустойчивость адвективного течения в наклонном слое жидкости с идеально теплопроводными границами // *ПМТФ*. 2011. Т. 52, № 6. С. 13–21.

66. Сагитов Р. В., Шарифулин А. Н. Устойчивость стационарной тепловой конвекции в наклоняемой прямоугольной полости в маломодовом приближении // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15, № 2. С. 247–256.
67. Mizushima J., Hara Y. Routes to unicellular convection in a tilted rectangular cavity // J. Phys. Soc. Jap. 2000. V. 69, N 8. P. 2371–2374.
68. Гневанов И. В., Тарунин Е. Л. Устойчивость конвективного движения в слоях с тепловыделением в центре слоя // Вестн. Перм. гос. ун-та. Математика. Механика. Информатика. 2006. № 4. С. 134–138.
69. Гневанов И. В., Тарунин Е. Л. Устойчивость конвективного течения в наклонном слое с тепловыделением в центре слоя // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 3. С. 31–38.
70. Холпанов Л. П. Гидродинамика и тепломассообмен с поверхностью раздела / Л. П. Холпанов, В. Я. Шкадов. М.: Наука, 1990.
71. Joo S. W., Davis S. H., Bankoff S. G. Long-wave instabilities of heated falling films: two-dimensional theory of uniform layers // J. Fluid Mech. 1991. V. 230. P. 117–146.
72. Goussis D. A., Kelly R. E. Surface waves and thermocapillary instabilities in a liquid film flow // J. Fluid Mech. 1991. V. 223. P. 25–45.
73. Kalliadasis S., Demekhin E., Ruyer-Quil C., Velarde M. Thermocapillary instability and wave formation on a film flowing down a uniformly heated plane // J. Fluid Mech. 2003. V. 492. P. 303–338.
74. Thiele U., Knobloch E. Thin liquid films on a slightly inclined heated plate // Phys. D. 2004. V. 190. P. 213–248.
75. Трифонов Ю. Я. Влияние волн конечной амплитуды на испарение стекающей по вертикальной стенке пленки жидкости // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 6. С. 64–71.
76. Bankoff S. G. Significant questions in thin liquid film heat transfer // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 1994. V. 116. P. 10–16.
77. Зейтунян Р. Х. Проблема термокапиллярной неустойчивости Бенара — Марангони // Успехи физ. наук. 1998. Т. 168, № 3. С. 259–286.
78. Oron A., Davis S. N., Bankoff S. G. Long-scale evolution of thin liquid films // Rev. Modern Phys. 1997. V. 69, N 3. P. 931–980.
79. Oron A., Peles Y. Stabilization of thin liquid films by internal heat generation // Phys. Fluids. 1998. V. 10. P. 537–539.
80. Boos W., Thess A. Cascade of structures in a long-wave Marangoni instability // Phys. Fluids. 1999. V. 11. P. 1484–1494.
81. Kabov O. A., Marchuk I. V., Chupin V. M. Thermal imaging study of the liquid film flowing on vertical surface with local heat source // Russ. J. Engng Thermophys. 1996. N 2. P. 105–138.
82. Frank A. M., Kabov O. A. Thermocapillary structure formation in a falling film: experiment and calculations // Phys. Fluids. 2006. V. 18, N 4. P. 032107.
83. Skotheim J. M., Thiele U., Scheid B. On the instability of a falling film due to localized heating // J. Fluid Mech. 2003. V. 475. P. 1–19.
84. Kalliadasis S., Kiyashko A., Demekhin E. A. Marangoni instability of a thin liquid film heated from below by a local heat source // J. Fluid Mech. 2003. V. 475. P. 377–408.
85. Demekhin E. A., Kalliadasis S., Velarde M. G. Suppressing falling film instabilities by Marangoni forces // Phys. Fluids. 2006. V. 18, N 4. P. 042111.
86. Miladinova S., Slavtchev S., Lebon G., Legros J.-C. Long-wave instabilities of non-uniformly heated falling films // J. Fluid Mech. 2002. V. 453. P. 153–175.

87. **Miladinova S., Staykova D., Lebon G., Scheid B.** Effect of nonuniform wall heating on the three-dimensional instability of falling films // *Acta Mech.* 2002. V. 156. P. 79–91.
88. **Kabov O., Glushchuk A., Legros J.-C.** Gravity effect on dynamics of liquid film with two contact lines: Results of parabolic flights // *Book of abstr.: 3rd Intern. symp. on physical sciences in space, Nara (Japan), Oct. 22–26, 2007.* Nara: S. n., 2007. P. 321–322.
89. **Cheverda V., Kabov O.** Flow regimes map for FC-72 liquid film in the rectangular mini channel // *Book of abstr.: 3rd Intern. topical team workshop on two-phase systems for ground and space applications, Brussels (Belgium), Sept. 10–12, 2008.* Brussels: S. n., 2008. P. 97.
90. **Iorio C. S., Goncharova O. N., Kabov O. A.** Study of evaporative convection in an open cavity under shear stress flow // *Microgravity Sci. Technol.* 2009. V. 21, suppl. 1. P. S313–S319.
91. **Goncharova O. N., Kabov O. A., Pukhnachov V. V.** Solutions of special type describing the three dimensional thermocapillary flows with an interface // *Intern. J. Heat Mass Transfer.* 2012. V. 55. P. 715–725.
92. **Bekezhanova V., Kabov O. A.** Change in the instability forms of stationary flow of liquid film driven by gas flow // *Book of abstr.: 5th Intern. topical team workshop on two-phase systems for ground and space applications, Kyoto (Japan), Sept. 26–29, 2010.* Kyoto: S. n., 2010. P. 19.
93. **Bekezhanova V., Kabov O. A.** Instability of the joint flow of liquid film and co-current gas flow: theory and experiment // *Book of abstr.: 6th Intern. conf. on two-phase systems for ground and space applications, Cava de' Tirreni (Italy), Sept. 25–28, 2011.* Napoli: S. n., 2011. P. 46.
94. **Frank A. M.** Suppression of thermocapillary instability in a falling film // *Phys. Fluids.* 2006. V. 18. P. 078106.
95. **Франк А. М.** Термокапиллярная неустойчивость течения пленки по горизонтальной трубе // *Вычисл. технологии.* 2006. Т. 11, ч. 2. Спецвыпуск. С. 76–83.
96. **Kabova Yu. O., Alexeev A., Gambaryan-Roisman T., Stephan P.** Marangoni-induced deformation and rupture of a liquid film on a heated microstructured wall // *Phys. Fluids.* 2006. V. 18. P. 012104.
97. **Oron A.** Non-linear dynamics of three-dimensional long-wave Marangoni instability in thin liquid films // *Phys. Fluids.* 2000. V. 12. P. 1633–1645.
98. **Ajaev V. S., Gatapova E. Y., Kabov O. A.** Rupture in thin liquid films on structured surfaces // *Phys. Rev. E.* 2011. V. 84. P. 041606.
99. **Сморodin Б. Л.** Об устойчивости плоскопараллельного течения жидкого диэлектрика в поперечном переменном электрическом поле // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа.* 2001. № 4. С. 25–33.
100. **Ильин В. А., Смородин Б. Л.** Динамика электроконвективных структур слабопроводящей жидкости // *ПМТФ.* 2008. Т. 49, № 3. С. 20–27.
101. **Slavtchev S., Hennenberg M., Valchev G., Weyssow B.** Stability of ferrofluid flows in a horizontal channel subjected to a longitudinal temperature gradient and an oblique magnetic field // *Microgravity Sci. Technol.* 2008. V. 20, N 3/4. P. 199–203.
102. **Lyubimov D. V., Lyubimova T. P., Perminov A. B., et al.** Stability of convection in a horizontal channel subjected to a longitudinal temperature gradient. 2. Effect of a magnetic field // *J. Fluid Mech.* 2009. V. 635. P. 297–319.
103. **Lyubimov D. V., Burnysheva A. V., Ben Hadid H., et al.** Rotating magnetic field effect on convection and its stability in a horizontal cylinder subjected to a longitudinal temperature gradient // *J. Fluid Mech.* 2010. V. 664. P. 108–137.
104. **Зеньковская С. М., Симоненко И. Б.** О влиянии вибрации высокой частоты на возникновение конвекции // *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа.* 1966. № 5. С. 51–55.

105. **Briskman V. A.** Vibrational thermocapillary convection and stability // *Hydromechanics and heat, mass transfer in microgravity*. L.: Gordon and Breach, 1992. P. 111–119.
106. **Бирих Р. В., Брискман В. А., Зуев А. Л. и др.** О взаимодействии термовибрационного и термокапиллярного механизмов конвекции // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 1994. № 5. С. 107–121.
107. **Зеньковская С. М., Шлейкель А. Л.** Влияние высокочастотной вибрации на возникновение конвекции в горизонтальном слое жидкости // *Докл. АН*. 2002. Т. 382, № 5. С. 632–636.
108. **Зеньковская С. М., Шлейкель А. Л.** Влияние высокочастотной вибрации на возникновение конвекции Марангони в горизонтальном слое жидкости // *Прикл. математика и механика*. 2002. Т. 66, № 4. С. 572–582.
109. **Зеньковская С. М., Новосядлый В. А., Шлейкель А. Л.** Влияние вертикальных колебаний на возникновение термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // *Прикл. математика и механика*. 2007. Т. 71, № 2. С. 277–288.
110. **Зеньковская С. М.** Длинноволновая колебательная неустойчивость Марангони в горизонтальном слое жидкости // *Прикл. математика и механика*. 2007. Т. 71, № 5. С. 837–843.
111. **Or A. C., Kelly R. E.** The effects of thermal modulation upon the onset of Marangoni — Benard convection // *J. Fluid Mech.* 2002. V. 456. P. 161–182.
112. **Gershuni G. Z., Lyubimov D. V.** Thermal vibrational convection. N. Y. etc.: Wiley, 1998.
113. **Бирих Р. В., Брискман В. А., Бушуева С. В., Рудаков Р. Н.** Термокапиллярная и вибрационная неустойчивость в двухслойной системе с деформируемой границей раздела // *Сб. науч. тр. Ин-та механики сплош. сред УрО РАН. Пермь: Ин-т механики сплош. сред УрО РАН*, 2003. С. 21–33.
114. **Любимова Т. П., Паршакова Я. Н.** Устойчивость равновесия двухслойной системы с деформируемой поверхностью раздела и заданным тепловым потоком на внешних границах // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2007. № 5. С. 19–29.
115. **Zenkovskaya S. M., Novosiadliy V. A.** Influence of high-frequency vibrations on the onset of convection in a two-layer system // *C. R. Mecanique*. 2008. V. 336. P. 269–274.
116. **Новосядлый В. А.** Исследование влияния вибрации на возникновение термокапиллярной конвекции и внутренних волн в слоях несмешивающихся жидкостей: Дис. . . канд. физ.-мат. наук. Пермь, 2008.
117. **Зеньковская С. М., Новосядлый В. А.** Действие высокочастотной поступательной вибрации на конвективную неустойчивость двухслойной жидкости // *Прикл. математика и механика*. 2009. Т. 73, № 3. С. 384–396.
118. **Zenkovskaya S. M., Novosiadliy V. A.** Averaging method and long-wave asymptotics in vibrational convection in layers with an interface // *J. Engng Math.* 2011. V. 69, N 2/3. P. 277–289.
119. **Мызникова Б. И., Смородин Б. Л.** О конвективной устойчивости горизонтального слоя двухкомпонентной смеси в модулированном поле внешних сил // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2001. № 1. С. 3–13.
120. **Зеньковская С. М., Шлейкель А. Л.** Возникновение вибрационной конвекции Марангони в слое бинарной смеси // *Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки*. 2009. № 5. С. 23–27.
121. **Заварыкин М. П., Зюзгин А. В., Путин Г. Ф.** Экспериментальное исследование параметрической тепловой конвекции // *Сб. науч. тр. Перм. гос. ун-та*. 2001. Вып. 2. С. 79–96.
122. **Бирих Р. В., Катанова Т. Н.** Влияние высокочастотных вибраций на устойчивость адвективного течения // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 1998. № 1. С. 16–22.
123. **Любимов Д. В., Шкляев С. В.** Об устойчивости адвективного термоакустического течения // *Изв. РАН. Механика жидкости и газа*. 2000. № 3. С. 10–21.

124. **Шкляев С. В.** Об устойчивости виброконвективного течения в наклонном слое относительно трехмерных возмущений // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2001. № 5. С. 10–21.
125. **Сморозин Б. Л.** Об устойчивости термовибрационного течения в наклонном слое жидкости при конечных частотах вибрации // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 1. С. 53–61.
126. **Козлов В. Г.** Вибрационная тепловая конвекция во вращающихся полостях // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2004. № 1. С. 5–14.
127. **Тюленева Е. С., Варушкина Е. В., Перминов А. В.** Движение жидкости в слабом акустическом поле // Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2009. № 1. С. 62–73.
128. **Брацун Д. А., Теплов В. С.** О параметрическом возбуждении вторичного течения в вертикальном слое жидкости в присутствии мелких твердых частиц // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 1. С. 48–55.
129. **Теплов В. С.** К проблеме устойчивости конвективных течений двухфазной среды в условиях вибрации высокой частоты // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2008. № 2. С. 21–30.
130. **Теплов В. С.** Об уравнениях конвективной неустойчивости двухфазной среды в условиях модуляции силы тяжести // ПМТФ. 2008. Т. 49, № 2. С. 21–28.
131. **Мызникова Б. И., Смородин Б. Л.** Длинноволновая неустойчивость течения бинарной смеси в вертикальном канале при наличии вибрации // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2009. № 2. С. 80–91.
132. **Shevtsova V., Ryzhkov I. I., Melnikov D. E., et al.** Experimental and theoretical study of vibration-induced thermal convection in low gravity // J. Fluid Mech. 2010. V. 648, N 1. P. 53–82.
133. **Hasnaoui M., Bilgen E., Vasseur P., Robillard L.** Mixed convective heat transfer in a horizontal channel heated periodically from below // Numer. Heat Transfer. A. 1991. V. 20. P. 297–315.
134. **Wang X., Robillard L., Vasseur P.** Laminar mixed convection heat transfer between parallel plates with periodically localized heat sources // Heat Transfer Develop. 1991. V. 171. P. 81–94.
135. **Tangborn A.** A two-dimensional instability in a mixed convection flow with spatially periodic temperature boundary conditions // Phys. Fluids A. 1992. V. 4, N 7. P. 1583–1586.
136. **Zhang S. Q., Tangborn A.** Flow regimes in two-dimensional mixed convection with spatially periodic lower wall heating // Phys. Fluids. 1994. V. 6, N 10. P. 3285–3293.
137. **Najam M., Amahmid A., Hasnaoui M., El Alami M.** Unsteady mixed convection in a horizontal channel with rectangular blocks periodically disturbed on its lower wall // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2003. V. 24. P. 726–735.
138. **Сморозин Б. Л.** Устойчивость конвективных течений во вращающемся слое жидкости при различных условиях нагрева // ПМТФ. 1998. Т. 39, № 1. С. 69–74.
139. **Ингель Л. Х.** Возмущения сдвигового течения, вызванные взаимодействием с конвективными валами // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2006. № 3. С. 34–38.
140. **Андреев В. К.** Современные математические модели конвекции / В. К. Андреев, Ю. А. Гапоненко, О. Н. Гончарова, В. В. Пухначев. М.: Физматлит, 2008.
141. **Дроздов С. М.** Квазипериодические структуры в задаче о конвекции жидкости между горизонтальными плоскостями // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2009. № 2. С. 33–45.
142. **Колмычков В. В., Мажорова О. С., Попов Ю. П., Щерица О. В.** Численное исследование устойчивости валиковой конвекции // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2009. № 4. С. 14–28.
143. **Lyubimova T. P., Lyubimov D. V., Morozov V. A., et al.** Stability of convection in a horizontal channel subjected to a longitudinal temperature gradient. 1. Effect of aspect ratio and Prandtl number // J. Fluid Mech. 2009. V. 635. P. 275–295.

144. **Colinet P.** Nonlinear dynamics of surface-tension-driven instabilities / P. Colinet, J.-C. Legros, M. G. Velarde. Berlin: Wiley-VCH, 2001.
145. **Непомняшчы А. А.** Interfacial phenomena and convection / A. A. Nepomnyashchy, M. G. Velarde, P. Colinet. Boca Raton: Chapman and Hall, 2002.
146. **Birikh R. V.** Liquid interfacial systems: oscillations and instability / R. V. Birikh, V. A. Briskman, M. G. Velarde, J.-C. Legros. N. Y.; Basel: Marcel Dekker Inc., 2003.
147. **Непомняшчы А. А.** Interfacial convection in multilayer systems / A. A. Nepomnyashchy, I. B. Simanovskii, J.-C. Legros. N. Y.: Springer Sci.: Business Media, 2006.
148. **Остроумов Г. А.** Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. М.: Гостехтеоретиздат, 1952.
149. **Бирих Р. В.** О термокапиллярной конвекции в горизонтальном слое жидкости // ПМТФ. 1966. № 3. С. 69–72.
150. **Doi T., Koster J. N.** Thermocapillary convection in two immiscible liquid layers with free surface // Phys. Fluids A. 1993. V. 5, N 8. P. 1914–1927.
151. **Бекежанова В. Б.** Конвективная неустойчивость течения Марангони — Пуазейля при наличии продольного градиента температуры // ПМТФ. 2011. Т. 52, № 1. С. 92–100.
152. **Napolitano L. G.** Plane Marangoni — Poiseuille flow of two immiscible fluids // Acta Astronaut. 1980. V. 7, N 4. P. 461–478.
153. **Бекежанова В. Б.** О смене форм неустойчивости стационарного течения двухслойной жидкости в наклонном канале // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2011. № 4. С. 24–35.
154. **Андреев В. К., Бекежанова В. Б.** О малых возмущениях термокапиллярного стационарного двухслойного течения в плоском слое с подвижной границей // Журн. Сиб. федер. ун-та. Сер. Математика и физика. 2011. № 4. С. 434–444.
155. **Mo D.-M., Li Y.-R., Shi W.-Y.** Linear-stability analysis of thermocapillary flow in an annular two-layer system with upper rigid wall // Microgravity Sci. Technol. 2011. V. 23, suppl. 1. P. S43–S48.
156. **Непомняшчы А. А., Simanovskii I. B.** Decomposition of a two-layer thin liquid film flowing under the action of Marangoni stresses // Phys. Fluids. 2006. V. 18. P. 112101.
157. **Непомняшчы А. А., Simanovskii I. B.** The influence of gravity on the dynamics of non-isothermic ultra-thin two-layer films // Microgravity Sci. Technol. 2009. V. 21, suppl. 1. P. S261–S269.
158. **Непомняшчы А., Simanovskii I.** Instabilities and ordered patterns in nonisothermal ultrathin bilayer fluid films // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102. P. 164501.

*Поступила в редакцию 27/IV 2012 г.*

---