МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОКА В КОАКСИАЛЬНОМ КАНАЛЕ С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПИИ ПРОВОДИМОСТИ

Б. А. Коняев, Г. Б. Парфенов

(Москва)

Рассматривается моделирование задачи о распределении потенциала и тока в среде с анизотропной проводимостью для осесимметричного случая.

Имеется ряд работ [1–3], в которых решается задача о распределении электрического потенциала и тока в среде, обладающей анизотропной проводимостью. Решение пространственных задач при параметрах Холла $\omega\tau \neq 0$ сопряжено со значительными трудностями. В некоторых частных случаях решение упрощается, так как возможно электрическое моделирование, при использовании в моделях материалов с соответствующим тензором проводимости [4]. Однако реализация в моделях необходимой анизотропии проводимости представляет собой известные технические трудности (см. [4,5]).

Описаны методы создания моделей, обладающих анизотропной проводимостью только для плоского случая.

Простое решение задачи для осесимметричного случая (оси r, θ, z) возможно при следующих упрощающих предположениях:

1) электропроводность среды $\sigma = \mathrm{const}$;
2) параметр Холла $\omega\tau = \mathrm{const}$;
3) магнитная индукция $\mathbf{B}\,(0, 0, B_z)$;
4) электрическое поле φ потенциальное;
5) скорость $\mathbf{V}\,(0, 0, V_z)$.

Для нахождения картины распределения потенциала и тока в поставленной задаче необходимо найти решение уравнений

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad \sigma \operatorname{grad} \varphi = \mathbf{j} + \frac{\omega\tau}{|B|} \mathbf{j} \times \mathbf{B} \tag{1}$$

где $\mathbf{j}$ — вектор плотности тока, с граничными условиями на проводнике

$$\varphi = \mathrm{const}, \quad j_\tau = \frac{\omega^2\tau^2 B_n B_\tau / B^2}{1 + \omega^2\tau^2 (B_n / B)^2}\, j_n \tag{2}$$

на изоляторе

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = -\frac{\omega^2\tau^2 B_n B_\tau / B^2}{1 + \omega^2\tau^2 (B_n / B)^2} \frac{\partial\varphi}{\partial\tau} \tag{3}$$

В (2), (3) $\mathbf{n}$ и τ — векторы внешней и касательной нормалей к стенке канала. К граничным условиям (2), (3) добавляются асимптотические условия на бесконечности и условия непротекания тока на оси симметрии.

Видно, что реализация граничных условий (2), (3) при моделировании затруднительна. В то же время нетрудно показать, что замена независимых переменных r, z на r, z', где $z' = z / \sqrt{1 + \omega^2\tau^2}$, сводит решение рассматриваемой задачи к нахождению решения уравнения Лапласа

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z'^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial\varphi}{\partial r} = 0 \tag{4}$$

и соответствующего ему уравнения [6] для функции тока U

$$\frac{\partial}{\partial z'} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial z'} + \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial r} = 2\pi r j_z, \quad \frac{\partial U}{\partial z'} = -2\pi r j_r \tag{5}$$

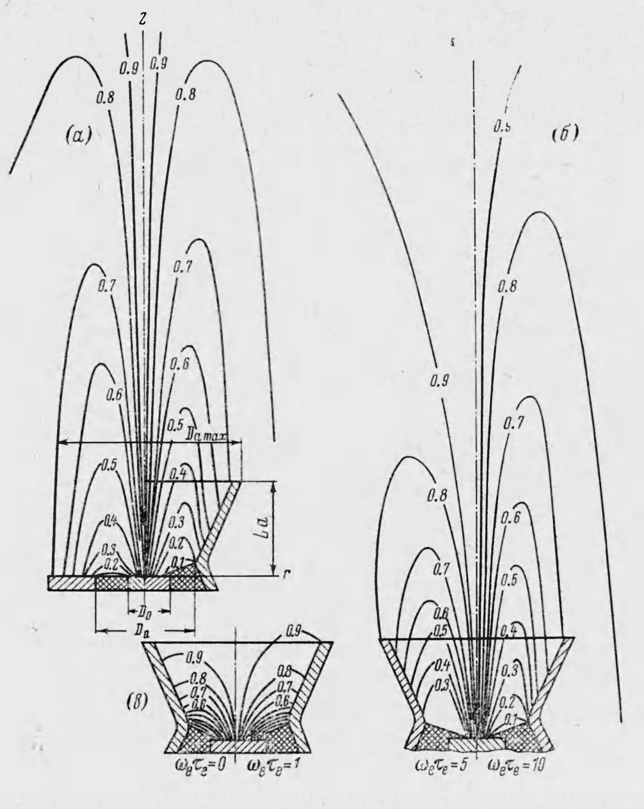
с граничными условиями на бесконечности и на оси симметрии, а также с условиями $\varphi = \mathrm{const}$, $j_\tau = 0$ на проводнике и $j_n = 0$ на изоляторе.

Решение уравнения (4) с указанными граничными условиями можно получить известными методами при моделировании на электролитической ванне [6]. Толщина слоя электролита в ванне δ должна удовлетворять соотношению $\delta\,(r, z') = kr$ ($k = \mathrm{const}$).

Обращая задачу для случая неоднородной среды, можно получить на электролитической ванне решение уравнения (5). В этом случае толщина слоя электролита в ванне должна удовлетворять соотношению $\delta\,(r, z') = k / r$ ($k = \mathrm{const}$). Для ограничения δ при $r = 0$ необходимо вдоль оси симметрии установить медную пластину.

Устройство исследуемого канала приведено на фигуре, *а*. При моделировании использовался ток промышленной частоты. Распределение потенциала в электролите снималось по мостиковой схеме.

В соответствии с введенной заменой независимых переменных величина параметра $\omega\tau$ определяет деформацию исследуемого канала, необходимую для его реализации в координатах r, z' при моделировании. При изготовлении модели исследуемого канала в координатах r, z' масштаб в направлении оси z' выбирается в $\sqrt{1+\omega^2\tau^2}$ раз меньшим, чем в направлении оси r. При достаточно больших значениях параметра $\omega\tau$, таких что $D_{a\,\max} \gg L_a/\sqrt{1+\omega^2\tau^2}$, и любой форме исследуемого канала конфигурация электродов в плоскости rz' будет мало отличаться от электродов, выполненных в форме тонких дисков с диаметрами D_0 и $D_{a\,\max} - D_a$ и расположенных в плоскости $z' = 0$ (см. фигуру, *а*). Обозначения D_0, D_a, $D_{a\,\max}$, L_a указаны на фигуре, *а*.



Для решения системы (1) полученное при моделировании в координатах r, z' распределение необходимо перестроить в координатах r, z.

Из сказанного выше следует, что при $\omega\tau \gg L_a/D_{a\,\max}$ форма электродов не оказывает существенного влияния на распределение потенциала и токов вне наружного электрода. Приведенные на фигуре, *а* результаты моделирования иллюстрируют высказанное предположение. На фигуре, *а* приведен график распределения тока при $\omega\tau = 10$ для двух различных конфигураций электродов. Часть графика справа от оси симметрии соответствует эксперименту, в котором внешний электрод имел форму конуса, как показано на фигуре. Левая часть графика получена при измерениях, когда внешний электрод был диском. Видно, что при $z \gg L_a$ распределения токов в обоих экспериментах мало отличаются одно от другого.

Некоторые полученные при моделировании распределения тока в исследуемом канале в плоскости rz приведены на фигуре, *б*, *в*. Здесь же показано влияние параметра $\omega\tau$ на распределение токов. На фигуре, *в* слева от оси симметрии приведено распределение тока при значении параметра $\omega\tau = 0$, а справа — при $\omega\tau = 1$. На фигуре, *б* слева от оси симметрии $\omega\tau = 5$, справа $\omega\tau = 10$. Видно, что с ростом $\omega\tau$ область, занятия токами, увеличивается. Причем при больших $\omega\tau$ область, занятая токами в направлении оси z, будет увеличиваться линейно с ростом параметра $\omega\tau$, так как $z \approx z'\omega\tau$.

По известному распределению токов в плоскости rz можно рассчитать азимутальные холловские токи j_θ. Из уравнения (1) следует

$$j_\theta = \omega\tau j_r = -\frac{\omega\tau}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} \frac{1}{2\pi r} \frac{\partial U(r, z')}{\partial z'}$$

Так как при больших $\omega\tau$ функция $U(r, z')$ и ее производная $\partial U / \partial z'$ слабо зависят от величины параметра Холла, то распределение плотности азимутального тока в координатах r, z' также будет мало меняться с изменением $\omega\tau$. При увеличении $\omega\tau$ плотность азимутального тока меняться практически не будет, суммарный же азимутальный ток

$$U_\theta = \int\limits_S j_\theta dr\, dz$$

будет нарастать линейно с $\omega\tau$, так как $z \approx z'\ \omega\tau$.

Поступила 29 VI 1970

ЛИТЕРАТУРА

1. Hurwitz H. Jr., Kilb R. W., Sutton G. W. Influence of tensor conductisity on current distributien in a MHD generator. J. Appl., Phys., 1961, vol. 32, No. 2, p. 205.
2. Толмач И. М., Ясницкая Н. Н. Эффект Холла в канале с секционированными электродами. Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1965, № 5.
3. Ватажин А. Б. Некоторые двумерные задачи о распределении тока в электропроводной среде, движущейся по каналу в магнитном поле. ПМТФ, 1963, № 2.
4. Ковалев А. И. Моделирование распределения плотности тока в магнитогидродинамическом канале с учетом анизотропии проводимости. ПМТФ, 1965, № 2.
5. Карплюс У. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. М., Изд-во иностр. лит., 1962.
6. Фильчаков П. Ф., Панчишин В. И. Интеграторы ЭГДА. Моделирование потенциальных полей на электропроводной бумаге. Киев, Изд-во АН УССР, 1961.

ЭФФЕКТЫ ДИФФУЗИОННОГО РАЗДЕЛЕНИЯ ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ПОТОКОВ РАЗРЕЖЕННОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ

А. А. Бочкарев, В. А. Косинов, В. Г. Приходько, А. К. Ребров

(Новосибирск)

Излагаются результаты экспериментального исследования при помощи электронного пучка столкновения гиперзвуковых потоков аргон-гелиевой смеси. Область потока вблизи лобовой точки показывает повышенную концентрацию тяжелой компоненты смеси. Рассматривается столкновение двух встречных осесимметричных струй и столкновение плоских сверхзвуковых потоков у вогнутой пластины.

Столкновение сверхзвуковых потоков может привести к образованию некоторой области потока с градиентами давления, направленными к ее центру. Такой случай представляет интерес для изучения бародиффузионных процессов, вследствие которых упомянутая область обогащается тяжелой компонентой смеси. Схема потока с существенным обогащением может служить основой для создания аппаратов для разделения газовых смесей. Заметим, что разделению газов на одиночных струях посвящена работа [1].

1. Эксперименты проводились на аэродинамической трубе низкой плотности, оборудованной аппаратурой для электронно-пучковой диагностики разреженных потоков, аналогично описанной в работе [2].

Газ в исследуемой области потока возбуждался пучком электронов с энергией 10 *кв*, током 1 ÷ 5 *ма* (диаметр пучка ≈ 1.5 *мм*). Анализатором излучения был спектрограф ИСП-51, используемый как монохроматор и оборудованный фотоумножителем ФЭУ-27.