РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
АВТОМЕТРИЯ

2005, том 41, № 3

УДК 621.391.266

Р. Г. Хафизов, Д. Г. Хафизов
(Йошкар-Ола)

РАСПОЗНАВАНИЕ ГРУППОВЫХ ТОЧЕЧНЫХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ В СОБСТВЕННОЙ СИСТЕМЕ ОТСЧЕТА КВАТЕРНИОННЫХ СИГНАЛОВ *

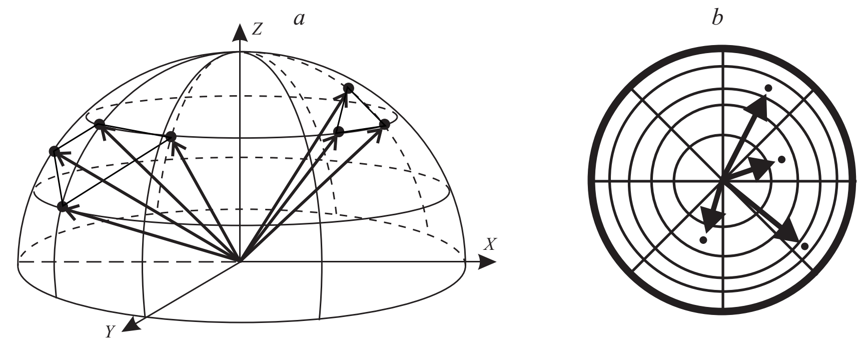
Рассмотрено представление кватернионных сигналов, описывающих пространственные групповые точечные объекты, в собственной системе отсчета. Введены структурные признаки образа, задаваемого кватернионным сигналом, инвариантные к операциям вращения и масштабирования. Решена задача распознавания кватернионных сигналов, представленных в собственной системе отсчета, не требующая выполнения операции предварительного совмещения сигналов.

Введение и постановка задачи. Современные научно-технические задачи в области ориентации летательных и космических аппаратов часто сводятся к обработке информации, получаемой от расположенных на плоскости или в пространстве групп точечных объектов. Примерами таких групповых точечных объектов (ГТО) могут служить изображения звезд в машинном кадре астродатчика летательного аппарата (рис. 1, *a*), изображения на дисплее радиолокационной или гидролокационной станции (рис. 1, *b*), изображения объемных объектов различного характера (рис. 1, *c*) [1–3].

Одним из эффективных подходов к обработке изображений ГТО с целью оценки их параметров, распознавания и идентификации является трактовка этих изображений как определенного вида сигналов. Для их обработки используются обычные методы теории сигналов: спектральный и корреляционный анализ, различные виды фильтрации.

Так, например, в работе [3] предлагается в качестве одного из возможных подходов к созданию теории обработки пространственно расположенных объектов применение алгебры гиперкомплексных чисел (в частности, теории кватернионных сигналов), включающей в качестве частного случая анализ комплексных сигналов. На основе скалярного произведения комплексных чисел вводится скалярное произведение кватернионов, являющееся мерой их схожести и как следствие мерой схожести задаваемых ими кватернионных сигналов (КТС). Данное скалярное произведение позволило задать ортонормированную систему отсчета для представления таких сигналов,

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 04-01-00243).



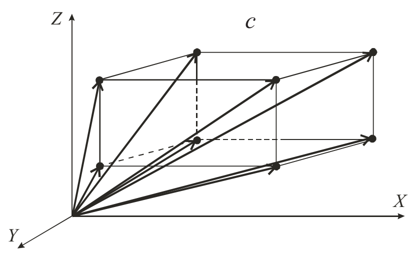


Рис. 1. Примеры групповых точечных объектов, расположенных на плоскости и в пространстве

ввести КТС, осуществить разложение и фильтрацию произвольных КТС. Однако, как показано в работе [4], операция скалярного произведения двух КТС не инвариантна к вращению одного из них в пространстве. Неинвариантность модуля скалярного произведения КТС к величине угла их взаимного поворота в значительной степени усложняет процедуру распознавания по сравнению со случаем комплекснозначных сигналов. Для принятия решения о классе зашумленного и преобразованного КТС необходимо выполнить дополнительные операции: либо найти оценку угла его поворота относительно эталонного сигнала своего класса и затем скорректировать угловое рассогласование, либо выполнить близкую по содержанию операцию совмещения двух КТС. При наличии шумов каждая из этих операций сопровождается дополнительной ошибкой, что в конечном счете снижает вероятность правильного распознавания сигнала и значительно увеличивает время принятия решения по сравнению со случаем, когда отсутствует угловое рассогласование между распознаваемым и эталонным КТС.

В связи с этим значительный интерес представляют подходы к распознаванию КТС, свободные от дополнительных операций по сравнению с комплекснозначными сигналами. Один из таких подходов базируется на задании кватернионного сигнала в собственной системе отсчета. Целью данной работы является создание методики формирования представления КТС, инвариантного к пространственному расположению распознаваемого КТС относительно эталонного.

Мера схожести кватернионных сигналов. Пространственно расположенный точечный объект можно описать при помощи пучка векторных кватернионов или кватернионного сигнала, задаваемого в следующем виде [2, 3]:

$$\mathbf{Q} = \{q(n)\}_{0,s-1} = \{q_0(n) + q_1(n)i + q_2(n)j + q_3(n)k\}_{0,s-1},$$

где s – размерность сигнала, определяемая количеством векторов в пучке; $q_0(n), q_1(n), q_2(n)$ и $q_3(n)$ – произвольные вещественные числа. Здесь i, j, k мнимые единицы.

В отличие от умножения комплексных чисел операция умножения кватернионов является некоммутативной: $ij \quad ji, ik \quad ki, jk \quad kj$. Кватернионы тесно связаны с комплексными числами и выражаются через них [3, 5]. Например, первая комплексная форма, или i-представление,

$$q \quad t^{(i)} \quad w^{(i)} j,$$

где $t^{(i)} \quad q_0 \quad q_1 i$ и $w^{(i)} \quad q_2 \quad q_3 i$.

Одним из основных преимуществ применения кватернионов для описания трехмерных объектов является простота выполнения операции вращения. При повороте КТС Q на угол 2 вокруг оси, направление которой определяется единичным вектором r, на идентичный угол поворачиваются все векторы сигнала вокруг оси:

$$\mathbf{Q}_{\ ,r} \quad b\mathbf{Q}b^{\ 1},$$

где $b \quad b_0 \quad b_1 i \quad b_2 j \quad b_3 k \quad \cos \quad r \sin$ – вращающий кватернион; $b^{\ 1}$ – кватернион, обратный кватерниону b, т. е. $bb^{\ 1} \quad 1$.

Основной базовой операцией при линейной обработке сигналов является скалярное произведение, служащее мерой их схожести. К образованию скалярного произведения обрабатываемого и эталонного сигналов сводятся такие операции, как разложение и фильтрация сигналов, а также получение их корреляционных функций. В действительном линейном пространстве E^{3s} скалярное произведение двух КТС P и Q записывается как [2]

$$_{E^{3s}} \quad (\mathbf{P}, \mathbf{Q})_{E^{3s}} \quad \overset{s \ \ 1}{\underset{n \ \ 0}{}} p_0(n) q_0(n)$$

$$p_1(n) q_1(n) \quad p_2(n) q_2(n) \quad p_3(n) q_3(n)$$

и представляет собой действительное число, а в гиперкомплексном пространстве H^s

$$_{H^s} \quad (\mathbf{P}, \mathbf{Q})_{H^s} \quad \overset{s \ \ 1}{\underset{n \ \ 0}{}} (p_0(n) q_0(n) \quad p_1(n) q_1(n) \quad p_2(n) q_2(n) \quad p_3(n) q_3(n))$$

$$i \overset{s \ \ 1}{\underset{n \ \ 0}{}} (\ p_0(n) q_1(n) \quad p_1(n) q_0(n) \quad p_2(n) q_3(n) \quad p_3(n) q_2(n))$$

$$j \overset{s \ \ 1}{\underset{n \ \ 0}{}} (\ p_0(n) q_2(n) \quad p_1(n) q_3(n) \quad p_2(n) q_0(n) \quad p_3(n) q_1(n))$$

$$k_{n\quad 0}^{s\quad 1}(\quad p_0(n)q_3(n)\quad p_1(n)q_2(n)\quad p_2(n)q_1(n)\quad p_3(n)q_0(n))$$

– полный кватернион, который можно записать в виде суммы вещественных и мнимых компонент: $\quad_0 \quad _1 i \quad _2 j \quad _3 k.$

Расстояние между двумя КТС P и Q

$$R^2 \quad \|\mathbf{P}\|^2 \quad \|\mathbf{Q}\|^2 \quad 2\mathrm{Re}(\mathbf{P},\mathbf{Q}), \tag{1}$$

где $\|\mathbf{P}\|^2$ и $\|\mathbf{Q}\|^2$ – квадраты нормы КТС P и Q соответственно, равные суммам квадратов модулей составляющих их кватернионов:

$$\|\mathbf{Q}\|^2 \quad {}_{n\quad 0}^{s\quad 1} |q(n)|^2 \quad {}_{n\quad 0}^{s\quad 1} q(n)\,q^*(n);$$

$q^*(n)$ – кватернион, сопряженный с соответствующим кватернионом $q(n)$, т. е.

$$q^*(n) \quad q_0(n) \quad q_1(n)i \quad q_2(n)j \quad q_3(n)k.$$

Если КТС P и Q нормированы, т. е. $\mathbf{Q}_{\text{н}} \quad \mathbf{Q}/\|\mathbf{Q}\|$ и $\mathbf{P}_{\text{н}} \quad \mathbf{P}/\|\mathbf{P}\|$, то расстояние между ними

$$R_{\text{н}}^2 \quad 2[1 \quad \mathrm{Re}(\mathbf{P}_{\text{н}},\mathbf{Q}_{\text{н}})],$$

где $(\mathbf{P}_{\text{н}},\mathbf{Q}_{\text{н}}) \quad\quad _{\text{н}}$ – нормированное скалярное произведение КТС:

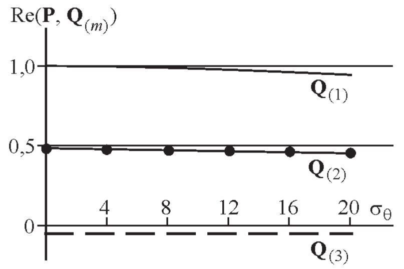
$$_{\text{н}} \quad \frac{(\mathbf{P},\mathbf{Q})}{\|\mathbf{P}\|\|\mathbf{Q}\|} \quad \frac{}{\|\mathbf{P}\|\|\mathbf{Q}\|}.$$

Взаимная энергия связи двух КТС P и Q определяется величиной модуля их скалярного произведения. При $\mathbf{P} \quad \mathbf{Q}$ их взаимная энергия максимальна и равна энергии КТС $\mathbf{Q}$, т. е. $| \quad | \quad \|\mathbf{Q}\|^2$.

Таким образом, значение $| \quad _{\text{н}}|$, как и расстояние $R_{\text{н}}^2$, может служить мерой схожести двух КТС. Однако, как показано в [2, 3], величина модуля нормированного скалярного произведения КТС Q и P меняется при повороте одного из них. Последнее обстоятельство затрудняет применение данной статистики для принятия решения о классе сигнала.

Распознавание пространственно заданных точечных объектов на основе анализа кватернионных сигналов. Задача распознавания КТС ставится следующим образом. Задан некоторый сигнальный (распознаваемый) КТС $\mathbf{P} \quad \{p(n)\}_{0,\,s\quad 1}$, представляющий собой зашумленный, масштабированный в $| \quad |$ раз, повернутый на угол вокруг оси, задаваемой единичным вектором r, со смещенной на величину d нумерацией своих кватернионов КТС $\mathbf{Q}$. Необ-

Рис. 2. Графики зависимости реальной части скалярного произведения от СКО углового шума



ходимо на основе принятого критерия вынести решение о принадлежности сигнального КТС P к одному из M классов, представленных в виде эталонных КТС $\mathbf{Q}_{(m)}$, где m – номер класса, $m \quad 1,2,\ldots,M$.

Решение задачи распознавания КТС P осуществляется на основе критерия минимума расстояния между сигнальным P и эталонным $\mathbf{Q}_{(m)}$ КТС, т. е.

$$\mathbf{P} \quad A_m \text{ при } R_{\mathbf{P},\mathbf{Q}_{(m)}} \quad \underset{m}{} \ \min.$$

Если сигнальный и все эталонные КТС пронормированы, то $\|\mathbf{P}\| \quad \|\mathbf{Q}\| \quad 1$ и из выражения (1) следует, что

$$\mathbf{P} \quad A_m \text{ при } \mathrm{Re}(\mathbf{P},\mathbf{Q}_{(m)}) \quad \underset{m}{} \ \max.$$

Рассмотрим в качестве примера случай распознавания трех КТС:

$$\mathbf{Q}_{(1)} \quad \{i \quad j \quad k;\ i \quad 2j \quad k;\ i \quad 2j \quad 2k\};$$

$$\mathbf{Q}_{(2)} \quad \{2i \quad j;\ 2i \quad j \quad k;\ 2i \quad j \quad 1{,}5k\}; \qquad (2)$$

$$\mathbf{Q}_{(3)} \quad \{\ 1{,}5i \quad 1{,}5j \quad 2k;\quad 1{,}5i \quad 2j \quad 1{,}8k;\quad 1{,}8i \quad 2j \quad k\}.$$

Все КТС имеют размерность $s \quad 3$. На рис. 2 приведены зависимости реальной части нормированного скалярного произведения зашумленного КТС $\mathbf{P} \quad \mathbf{Q}_{(1)}$ и эталонных КТС всех трех классов от выраженного в градусах среднеквадратического отклонения (СКО) углового координатного шума [6, 7].

Координатный шум представляет собой ошибки измерения угловых координат точки, задающей векторный кватернион, которые носят случайный характер, а их значения подчиняются нормальному закону распределения вероятностей с нулевым математическим ожиданием и СКО . Процесс зашумления кватерниона q координатным угловым шумом поясняется рис. 3. Здесь изображен сферический сегмент с центральным углом 2 , ось которого совпадает с исходным кватернионом q и, следовательно, отрезки $OA \quad OB \quad OC$. Зашумленный кватернион задает произвольную точку в пределах сегмента сферы, ограниченного конусом. При воздействии углового координатного шума модуль исходного кватерниона q сохраняется.

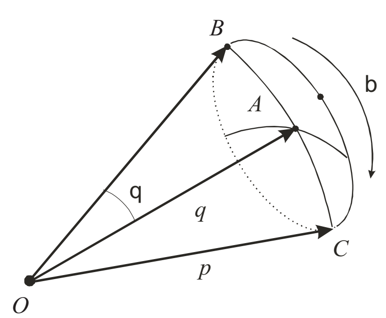


Рис. 3. Получение кватерниона, задающего в трехмерном пространстве зашумленный по угловым координатам точечный объект

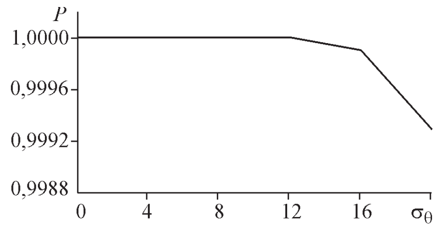


Рис. 4. График зависимости оценки вероятности правильного распознавания от СКО углового шума (в качестве сигнального используется

На рис. 4 представлена характеристика распознавания $P_{\text{пр}} \quad f(\quad)$, т. е. зависимость вероятности правильного распознавания от уровня углового координатного шума для случая, когда сигнальный КТС относится к первому классу.

Характеристики распознавания КТС зависят от расположения в пространстве эталонов [3], что, очевидно, связано с неинвариантностью скалярного произведения двух КТС при вращении одного из них.

Из-за неинвариантности модуля скалярного произведения двух КТС при вращении одного из них величина взаимной энергии нормированных кватернионных сигналов, т. е. степень схожести КТС, меняется. Следствием этого эффекта является зависимость принимаемого решения о классе распознаваемого КТС $\mathbf{Q}$ от расположения эталонов в пространстве. Поэтому перед получением скалярного произведения распознаваемого Р и эталонного $\mathbf{Q}_m$ сигналов необходимо обеспечить их совмещение, что усложняет процесс принятия решения о классе КТС [4].

Представление произвольного векторного КТС в собственной системе отсчета. Такое представление, позволяющее исключить операцию коррекции угла поворота, может быть получено при использовании свойства конформности (сохранения углов между кватернионами) операции вращения векторного КТС [3], т. е. угол между двумя кватернионами $q(n)$ и $q(n \quad 1)$, входящими в состав КТС $\mathbf{Q} \quad \{q(n)\}_{0,\,s \quad 1}$, определяемый как

$$\cos \quad (n) \quad \frac{q_1(n)q_1(n \quad 1) \quad q_2(n)q_2(n \quad 1) \quad q_3(n)q_3(n \quad 1)}{\left|q(n)\right|\left|q(n \quad 1)\right|}, \quad n \quad 0,1,\ldots,s \quad 1, \tag{3}$$

сохраняется при любых вращениях КТС Q в пространстве. Пусть КТС $\mathbf{P}$ $\{p(n)\}_{0,\,s \quad 1}$ образован путем вращения КТС $\mathbf{Q} \quad \{q(n)\}_{0,\,s \quad 1}$, т. е. $\mathbf{P} \quad b\mathbf{Q}b \quad ^1$.

На основании свойства конформности операции вращения угол между двумя соседними кватернионами повернутого КТС будет по-прежнему определяться выражением (3), которое применительно к КТС $\mathbf{P} \quad \{p(n)\}_{0,\,s \quad 1}$ имеет вид

$$\cos \quad (n) \quad \frac{p_1(n)p_1(n \quad 1) \quad p_2(n)p_2(n \quad 1) \quad p_3(n)p_3(n \quad 1)}{\left|p(n)\right|\left|p(n \quad 1)\right|}, \quad n \quad 0,1,\ldots,s \quad 1. \tag{4}$$

Упорядоченная последовательность $\cos \quad (n), n \quad 0,1,\ldots,s \quad 1,$ задает угловую структуру КТС в собственной системе отсчета, обладающую свойством инвариантности к вращениям. Обозначим такую последовательность как Q $\{\cos \quad (n)\}_{0,\,s \quad 1}$. С учетом данного обозначения можно записать:

Q const для любого векторного КТС вида $b\mathbf{Q}b \quad ^1$.

Модульная структура КТС, понимаемая как совокупность модулей кватернионов, входящих в состав КТС, определяется последовательностью

$$\mathrm{W} \quad \frac{1}{\|\mathbf{Q}\|} \quad |q(0)|, |q(1)|, \ldots, |q(s \quad 1)| \qquad \frac{|q(n)|}{\|\mathbf{Q}\|}_{0,\, s \quad 1}.$$

Эта структура инвариантна к изменению масштаба сигнала:

$$\mathrm{W} \quad \text{const для любого векторного КТС вида } h\mathrm{W},$$

где $h \quad 0$ – произвольное вещественное число.

Последовательности Q и W являются структурными признаками образа, задаваемого кватернионным сигналом. Они не меняются при вращении и масштабировании КТС, а при сдвиге номера начального кватерниона на величину d происходит аналогичный циклический сдвиг элементов в этих последовательностях. Вместе с тем совокупность последовательностей Q и W не позволяет однозначно восстановить исходный КТС **Q**. Наличие информации о значении угла $\quad(n)$ между кватернионами $q(n \quad 1)$ и $q(n)$ при известном кватернионе $q(n)$ недостаточно для определения кватерниона $q(n \quad 1)$. Как видно из рис. 5, существует бесконечное множество кватернионов, образующих с кватернионом $q(n)$ угол $\quad(n)$. Они задают образующие конуса с углом $\quad(n)$ при вершине и осью, определяемой кватернионом $q(n)$.

Для обеспечения однозначного задания КТС Q кроме последовательностей Q и W необходимо задать еще и кватернионный сигнал $\mathbf{R} \quad \{r(n)\}$, кватернионы которого определяют нормали к граням тела, образуемым каждой парой кватернионов $q(n \quad 1)$ и $q(n)$, $n \quad 0, 1, \ldots, s \quad 1$. Именно поворот кватерниона $q(n)$ вокруг нормали $r(n)$ на угол $\quad(n)$ даст кватернион $q(n \quad 1)$. Тем не менее сами по себе последовательности Q и W в целом ряде случаев обладают высокой информативностью для правильного принятия решения о классе КТС.

Создадим на основе последовательностей Q $\quad \{\cos \quad (n)\}_{0,\, s \quad 1}$ и W $\quad \dfrac{|q(n)|}{\|\mathbf{Q}\|}_{0,\, s \quad 1}$ одну последовательность F $\quad \{ \quad (n)\}_{0,\, s \quad 1}$, объединяющую со-

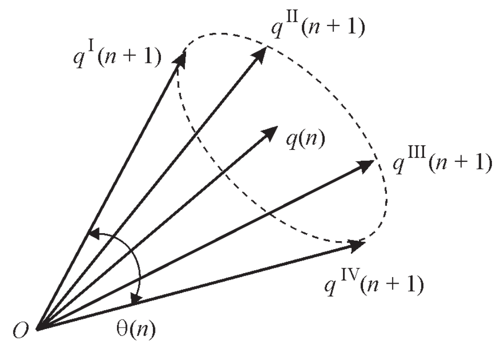


Рис. 5. Пример неоднозначности задания кватерниона $q(n \quad 1)$

содержащуюся в них информацию о КТС $\mathbf{Q} \quad \{q(n)\}_{0,\, s \quad 1}$:

$$(n) \quad \frac{|q(n)|}{\|\mathbf{Q}\|} \cos \quad (n)$$

$$\frac{1}{\|\mathbf{Q}\|} \frac{q_1(n) q_1(n \quad 1) \quad q_2(n) q_2(n \quad 1) \quad q_3(n) q_3(n \quad 1)}{|q(n \quad 1)|}, \quad n \quad 0,1,\ldots, s \quad 1. \tag{5}$$

Последовательность $\mathrm{F} \quad \{ \quad (n)\}_{0,\, s \quad 1}$ в векторном виде будем рассматривать в качестве сигнала, имеющего ту же размерность, что и КТС $\mathbf{Q}$, и отражающего его структуру.

Рассмотрим в качестве примера КТС

$$\begin{aligned} \mathbf{P} \quad \{ & 5{,}3472i \quad 0{,}2679j \quad 2{,}708k; \\ & 3{,}226i \quad 1j \quad 5{,}347k; \\ & 2{,}967i \quad 3{,}464j \quad 3{,}346k; \\ & 0{,}828i \quad 3{,}732j \quad 6{,}433k\}, \end{aligned}$$

полученный из исходного КТС

$$\mathbf{Q} \quad \{2i \quad j \quad 2k;\ 3i \quad k;\ 2i \quad 2j;\ 3i \quad j \quad 2k\}$$

поворотом вокруг оси X на угол $2 \quad_x \quad 30$, затем поворотом вокруг оси Y на угол $2 \quad_y \quad 75$ и увеличением масштаба в 2 раза.

Получив в соответствии с выражением (5) структурные представления $\mathrm{F}_{\mathbf{Q}}$ и $\mathrm{F}_{\mathbf{P}}$ сигналов Q и $\mathbf{P}$, видим, что эти представления совпадают и равны:

$$\mathrm{F}_{\mathbf{P}} \quad \mathrm{F}_{\mathbf{Q}} \quad \{0{,}416;\ 0{,}296;\ 0{,}442;\ 0{,}125\}.$$

Пусть далее КТС $\mathbf{G} \quad \{2i \quad 2j;\ 3i \quad j \quad 2k;\ 2i \quad j \quad 2k;\ 3i \quad k\}$ получен из КТС Q сдвигом начального кватерниона на два элемента. Его структурное представление

$$\mathrm{F}_{\mathbf{G}} \quad \{0{,}442;\ 0{,}125;\ 0{,}416;\ 0{,}296\}$$

с аналогичным циклическим сдвигом на два элемента отличается от структурных представлений $\mathrm{F}_{\mathbf{P}}$ и $\mathrm{F}_{\mathbf{Q}}$.

Рассмотренный выше подход к получению структурных представлений кватернионных сигналов распространяется и на комплексные сигналы. Причем, если объект представляет собой плоскую фигуру и задан контуром на плоскости в комплекснозначном виде или в пространстве в виде кватернионного сигнала, его структурные представления для обоих случаев совпадают.

Например, пусть контур плоского изображения имеет вид

$$\mathrm{G} \quad \{3;\ 5i;\ 5 \quad 3i;\quad 10i;\quad 2 \quad 5i;\quad 2 \quad 2i;\quad 4 \quad 5i\}.$$

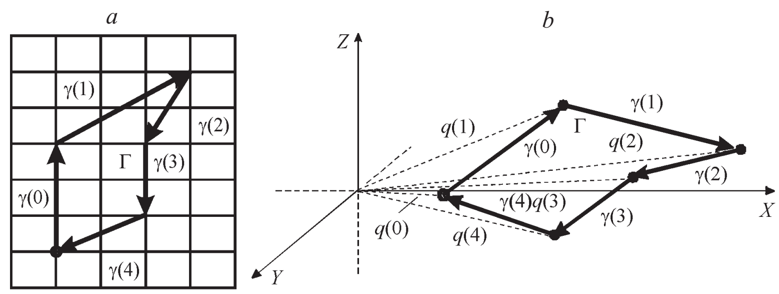


Рис. 6. Представление объекта в виде контура: на плоскости (*a*) и в пространстве (*b*)

После поворота его на 90 , растяжения в 2 раза и сдвига начальной точки на три элемента он станет равен

$$\mathbf{N} \quad \{20; \quad 10 \quad 4i; \ 4 \quad 4i; \quad 10 \quad 8i; \ 6i; \quad 10; \ 6 \quad 10i\}.$$

Структурные представления контуров G и N имеют вид

$$\mathrm{F}_{\mathrm{G}} \quad \{0; \quad 0{,}191; \ 0{,}328; \quad 0{,}319; \quad 0{,}071; \quad 0{,}045; \quad 0{,}119\};$$

$$\mathrm{F}_{\mathbf{N}} \quad \{ \ 0{,}319; \quad 0{,}071; \quad 0{,}045; \quad 0{,}119; \ 0; \quad 0{,}191; \ 0{,}328\}.$$

Видно, что последнее выражение повторяет выражение для исходного изображения с точностью до сдвига на три элемента.

Далее, пусть изображение фигуры на плоскости задано в виде контура (рис. 6, *a*)

$$\mathrm{G} \quad \{3i; \ 3 \quad 2i; \quad 1 \quad 2i; \quad 2i; \quad 2 \quad i\}.$$

Структурное представление этого комплекснозначного сигнала, полученное с помощью выражения (3), записывается как

$$\mathrm{F}_{\mathrm{G}} \quad \{0{,}3333; \quad 0{,}32358; \ 0{,}29814; \ 0{,}16667; \quad 0{,}22361\}.$$

Расположим теперь эту фигуру в пространстве так, чтобы точки ее вершины задавались кватернионным сигналом вида (рис. 6, *b*)

$$\mathbf{Q} \quad \{1{,}39719i \quad 0{,}17365j \quad 0{,}13302k; \ 3{,}66041i \quad 0{,}69459j \quad 1{,}76604k;$$
$$7{,}09759i \quad 1{,}04189j \quad 0{,}73396k; \ 4{,}94599i \quad 0{,}69459j \quad 0{,}23396k;$$
$$3{,}43718i \quad 0{,}34730j \quad 1{,}03209k\}.$$

Пространственный контур фигуры есть

$$\mathrm{G} \quad \{2{,}26322i \quad 0{,}52094j \quad 1{,}89906k; \ 3{,}43718i \quad 0{,}3473j \quad 1{,}03208k;$$
$$2{,}1516i \quad 0{,}3473j \quad 0{,}5k; \ 1{,}50881i \quad 0{,}34729j \quad 1{,}26605k;$$
$$2{,}03999i \quad 0{,}17365j \quad 0{,}89907k\}.$$

Структурное представление

$$\mathrm{F} \quad \{0{,}3333; \quad 0{,}32358;\ 0{,}29814;\ 0{,}16667; \quad 0{,}22361\},$$

полученное для пространственного контура, совпадает с представлением для контура фигуры, расположенной на плоскости.

Для повышения помехоустойчивости представления КТС в собственной системе отсчета начало этой системы целесообразно расположить в центре тяжести ГТО. Положение центра тяжести зашумленного ГТО имеет среднеквадратическое отклонение от его истинного положения в $\sqrt{s}$ раз меньше, чем среднеквадратическое отклонение точек, входящих в состав объекта. Кватернион c, задающий радиус-вектор центра тяжести ГТО, равен

$$c \quad \frac{1}{s} \ {}^{s \quad 1}_{n \quad 0} \ q(n).$$

Учитывая более высокую устойчивость кватерниона c к воздействию шумов по сравнению с кватернионами $q(n)$, $n \quad 0,1,\ldots,s \quad 1,$ составляющими КТС, для углового описания КТС используются углы не между соседними кватернионами, а между текущим кватернионом $q(n)$ и кватернионом c. В этом случае структурное представление КТС Q имеет вид

$$(n) \quad \frac{1}{\|\mathbf{Q}\|} \frac{q_1(n)c_1 \quad q_2(n)c_2 \quad q_3(n)c_3}{|c|}, \quad n \quad 0,1,\ldots,s \quad 1. \tag{6}$$

Распознавание кватернионных сигналов на основе их структурного представления. Структурные представления КТС в виде выражения (5) или (6) являются информативными признаками формы сигналов. Они инвариантны к преобразованиям вращения и масштабирования. Сдвиг номера начального кватерниона в сигнале меняет лишь порядок компонент векторов этих представлений. Поэтому результаты распознавания зашумленных КТС по их структурным представлениям не будут зависеть от вращения, масштабирования зашумленного КТС и сдвига номера его начального кватерниона.

При использовании критерия минимума расстояния между структурными представлениями распознаваемого $\mathbf{P} \quad \{p(n)\}_{0,\,s \quad 1}$ и эталонными $\mathbf{P} \quad A_m$, $m \quad 0,1,\ldots,M \quad 1$, кватернионными сигналами решение в пользу принадлежности к одному из M классов имеет вид

$$\mathbf{P} \quad A_l \quad \text{при } R_{\mathrm{F}_{\mathbf{P}},\,\mathrm{F}_{\mathbf{Q}(m)}} \quad \underset{m}{\ } \quad \min,$$

где

$$R^2_{\mathrm{F}_{\mathbf{P}},\,\mathrm{F}_{\mathbf{Q}(m)}} \quad \|\mathrm{F}_{\mathbf{P}}\|^2 \quad \|\mathrm{F}_{\mathbf{Q}(m)}\|^2 \quad 2(\mathrm{F}_{\mathbf{P}},\mathrm{F}_{\mathbf{Q}(m)}), \quad m \quad 0,1,\ldots,M \quad 1,$$

– расстояние между векторами $\mathrm{F}_{\mathbf{P}}$ и $\mathrm{F}_{\mathbf{Q}(m)}$, определяющее структурные представления распознаваемого сигнала P и эталонного сигнала $\mathbf{Q}_{(m)}$ m-го

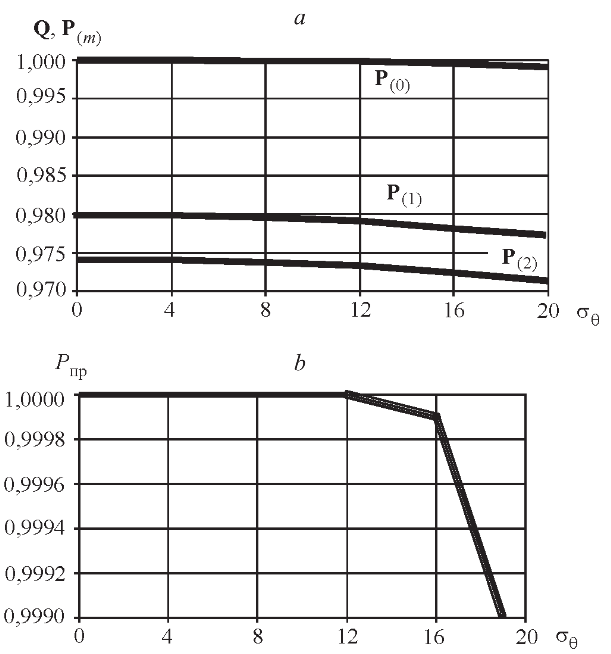


Рис. 7. Результаты распознавания КТС по их структурным представлениям: зависимость скалярного произведения зашумленного вектора класса A_0 и эталонных векторов (a) и зависимость вероятности правильного распознавания КТС класса A_0 (b) от СКО углового координ-ди-

класса соответственно. При условии нормировки этих векторов решающее правило принимает вид

$$\mathbf{P} \quad A_m \ \text{при}\ (\mathrm{F}_{\mathbf{P}}, \mathrm{F}_{\mathbf{Q}_{(m)}}) \ \underset{m}{\ } \max, \quad m \quad 0,1,\ldots,M \quad 1.$$

Здесь $(\mathrm{F}_{\mathbf{P}}, \mathrm{F}_{\mathbf{Q}_{(m)}})$ – скалярное произведение нормированных векторов структурных представлений сигналов P и $\mathbf{Q}_{(m)}$:

$$(\mathrm{F}_{\mathbf{P}}, \mathrm{F}_{\mathbf{Q}_{(m)}}) \quad \frac{\overset{s\ \ 1}{\underset{n\ \ 0}{}} \ \mathbf{P} \quad \mathbf{Q}_{(m)}}{\left\| \mathrm{F}_{\mathbf{P}} \right\| \left\| \mathrm{F}_{\mathbf{Q}_{(m)}} \right\|}.$$

Если в распознаваемом сигнале неизвестен кватернион с начальным номером, то в качестве достаточной статистики при вынесении решения используется максимальный среди отсчетов, формируемых M фильтрами, каждый из которых согласован с одним из эталонных представлений.

В качестве примера рассмотрим случай распознавания трех КТС, задаваемых выражением (2), на основе их представления в собственной системе отсчета. Кватернион c, задающий радиус-вектор центра тяжести, равен

$$c_1 \quad i \quad 1{,}667j \quad 1{,}333k; \quad c_2 \quad 2i \quad j \quad 0{,}167k; \quad c_3 \quad 0{,}6i \quad 1{,}833j \quad 1{,}6k.$$

Структурные представления КТС в виде (6) равны

$$F_{\mathbf{Q}_{(0)}} \quad \{0{,}4;\ 0{,}5667;\ 0{,}7\}; \quad F_{\mathbf{Q}_{(1)}} \quad \{0{,}522;\ 0{,}5046;\ 0{,}5481\};$$

$$F_{\mathbf{Q}_{(2)}} \quad \{0{,}5337;\ 0{,}43;\ 0{,}4945\}.$$

Результаты распознавания зашумленного сигнала нулевого класса, полученные при моделировании по результатам 10^5 опытов, приведены на рис. 7 и не зависят от того, был ли распознаваемый сигнал полностью известен или повернут по отношению к эталону своего класса на неизвестный угол.

Заключение. В данной работе рассмотрена методика распознавания кватернионных сигналов, заданных в собственной системе отсчета. При этом для формирования представления КТС используется как его модульная структура, так и фазовые соотношения между текущим кватернионом и предыдущим. Переход к заданию кватернионного сигнала в собственной системе отсчета позволяет устранить зависимость результата распознавания от влияния операций вращения и масштабирования распознаваемого зашумленного сигнала, а также от расположения эталонных сигналов в пространстве.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анисимов Б. В., Курганов В. Ф., Злобин В. К. Распознавание и цифровая обработка изображений. М.: Высш. шк., 1983.
2. Furman Ya. A. Processing of quaternion signals specifying spatially located group point objects // Pattern Recogn. and Image Analysis. 2002. 12, N 2. P. 175.
3. Введение в контурный анализ и его приложения к обработке изображений и сигналов /Под ред. Я. А. Фурмана. М.: Физматлит, 2002.
4. Фурман Я. А., Хафизов Д. Г. Распознавание групповых точечных объектов в трехмерном пространстве // Автометрия. 2003. 39, № 1. С. 3.
5. Кантор И. Л., Солодовников А. С. Гиперкомплексные числа. М.: Наука, 1973.
6. Комплекснозначные и гиперкомплексные системы в задачах обработки многомерных сигналов /Под ред. Я. А. Фурмана. М.: Физматлит, 2004.
7. Khafizov D. G. Model of a noised quaternion signals // Pattern Recogn. and Image Analysis. 2003. 13, N 1. P. 110.

Марийский государственный
технический университет,
E-mail: RTS@MARSTU.MARI.RU

Поступила в редакцию
3 июня 2004 г.