

О ВЛИЯНИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА ТЕПЛООБМЕН, СТРУКТУРУ И ХИМИЧЕСКОЕ РЕАГИРОВАНИЕ В ПЛАМЕНИ

B. H. Вилюнов, И. Г. Дик

Рассматриваются различные стационарные режимы распространения турбулентного пламени и структура зоны горения в рамках модели, предложенной в [1].

Постановка задачи

Стационарное уравнение для осредненной температуры $\langle T \rangle$ без учета теплового расширения в одномерном случае имеет вид

$$\langle u \rangle \cdot d\langle T \rangle / dx + d\langle u' T' \rangle / dx = Q/c \cdot \langle \Phi(T) \rangle. \quad (1)$$

Здесь $\langle u \rangle$ — скорость смеси; u' — пульсация скорости; T' — пульсация температуры вблизи среднего значения $\langle T \rangle$; Q — теплота реакции; c — теплоемкость; $\langle \Phi(T) \rangle$ — средняя скорость реакции, зависящая от амплитуды температурных пульсаций $\langle T'^2 \rangle$.

Для получения уравнений, связывающих $\langle u' T' \rangle$ и $\langle T'^2 \rangle$ с $\langle T \rangle$ рассмотрим поверхность $x=x_1$. Составим соотношения теплового баланса в слое толщиной порядка $2L$ (масштаб турбулентности), примыкающего к этой поверхности. В системе координат, связанной с движущимся газом, движение частиц среды происходит из-за флюктуаций гидродинамического поля скоростей $\sqrt{\langle u'^2 \rangle}$, которое считаем однородным. При наличии градиента $\langle T \rangle$ пульсации скорости вызывают пульсации температуры T' . Считаем, что в пределах слоя T' может принимать лишь значения $\pm \sqrt{\langle T'^2 \rangle}$, причем с одинаковой частотой. Положительная пульсация $\sqrt{\langle T'^2 \rangle}$ возникает при движении частицы газа справа $u' < 0$, пульсация $-\sqrt{\langle T'^2 \rangle}$ при $u' > 0$, поскольку $dT/dx > 0$.

Отрицательная пульсация скорости приводит к конвективному потоку тепла $\sqrt{\langle u'^2 \rangle} d\langle T \rangle / dx$, возникшая пульсация $\sqrt{\langle T'^2 \rangle}$ затухает (размывается стохастическими движениями) с характерным временем $\tau_1 = L/\sqrt{\langle u'^2 \rangle}$. Химическая реакция, идущая с выделением тепла, препятствует затуханию $\sqrt{\langle T'^2 \rangle}$. При $\tau_1 \ll \tau_x$ (τ_x — характерное время химической реакции) вклад реакции в баланс тепла можно оценить как $Q/c \cdot \Phi(\langle T \rangle) + \sqrt{\langle T'^2 \rangle}$. Составляя аналогичные соотношения для частиц газа, приходящих на контрольную поверхность слева, запишем уравнение баланса (дополнительно считаем $d\langle T \rangle / dx = \text{const}$ в пределах слоя

$$\sqrt{\langle u'^2 \rangle} d\langle T \rangle / dx - \langle T'^2 \rangle / \tau_1 - Q/c \Phi(\langle T \rangle - \sqrt{\langle T'^2 \rangle}) = -\sqrt{\langle u'^2 \rangle} \times \\ \times d\langle T \rangle / dx + \sqrt{\langle T'^2 \rangle} |\tau_1 - Q/c \Phi(\langle T \rangle + \sqrt{\langle T'^2 \rangle})|,$$

откуда получим

$$\sqrt{\langle u'^2 \rangle} d\langle T \rangle / dx = \sqrt{\langle T'^2 \rangle} |\tau_1 - (1/2) [\Phi(\langle T \rangle + \sqrt{\langle T'^2 \rangle}) - \Phi(\langle T \rangle - \sqrt{\langle T'^2 \rangle})] Q/c|. \quad (2)$$

При отсутствии реакции (а также при отсутствии температурной зависимости Φ) или в случае реакции без выделения тепла ($Q=0$) из (2) вытекает соотношение, соответствующее гипотезе пути смешения Прандтля. Аналогично (2) можно выписать уравнение для $\langle u'T' \rangle$. Однако, чтобы не повторять подобных рассуждений, достаточно предположить, что

$$\langle u'T' \rangle = -\sqrt{\langle u'^2 \rangle} \sqrt{\langle T'^2 \rangle}. \quad (3)$$

Такая корреляция хорошо выполняется в инертных потоках [2]. Химическая реакция в несжимаемом газе не воздействует на поле скоростей, ее влияние на величину $\langle u'T' \rangle$ оказывается непосредственно через $\langle T'^2 \rangle$. В отсутствие перекрестных эффектов соотношение (3) остается справедливым.

Уравнения (2), (3) получены в [1] с помощью формализма Фридмана — Келера. Приведенный вывод следует рассматривать как иллюстрацию, отражающую механику процесса генерации пульсаций температуры и потока тепла $\langle u'T' \rangle$.

Осреднение $\langle \Phi(T) \rangle$ производим среднеарифметическим способом [3]:

$$\langle \Phi(T) \rangle = (1/2) [\Phi(\langle T \rangle + \sqrt{\langle T'^2 \rangle}) + \Phi(\langle T \rangle - \sqrt{\langle T'^2 \rangle})], \quad (4)$$

который тождествен применению функции плотности распределения T' в виде полусуммы двух δ -функций, расположенных при $T' = \pm \sqrt{\langle T'^2 \rangle}$. Несмотря на некоторую искусственность выбора такого распределения, способ обладает тем преимуществом, что позволяет явно разделить влияние положительных и отрицательных пульсаций температуры. Кроме того, нетрудно показать, что при $\langle T'^2 \rangle \rightarrow 0$ (4) совпадает с $\langle \Phi(T) \rangle$, полученной общим способом разложения $\Phi(T)$ вблизи $\langle T \rangle$ с последующим осреднением и удержанием лишь членов до $\langle T'^2 \rangle$.

С помощью (3) запишем (1) в виде

$$\langle u \rangle d\langle T \rangle / dx = \sqrt{\langle u'^2 \rangle} d\sqrt{\langle T'^2 \rangle} / dx + Q/c \langle \Phi(T) \rangle,$$

и, наконец, используя (2), получим

$$\begin{aligned} d\sqrt{\langle T'^2 \rangle} / d\langle T \rangle &= \langle u \rangle [\sqrt{\langle u'^2 \rangle} - Q/c \langle \Phi(T) \rangle] / \sqrt{\langle T'^2 \rangle} / \tau_1 - \\ &- (Q/2c) [\Phi(\langle T \rangle + \sqrt{\langle T'^2 \rangle}) - \Phi(\langle T \rangle - \sqrt{\langle T'^2 \rangle})], \\ dx &= \sqrt{\langle u'^2 \rangle} d\langle T \rangle [\sqrt{\langle T'^2 \rangle} / \tau_1 - Q/2c [\Phi(\langle T \rangle + \sqrt{\langle T'^2 \rangle}) - \\ &- \Phi(\langle T \rangle - \sqrt{\langle T'^2 \rangle})]]. \end{aligned} \quad (5)$$

При $\langle T \rangle \rightarrow T_+$ (температура горения) $d\langle T \rangle / dx \rightarrow 0$, следовательно $\langle T'^2 \rangle \rightarrow 0$. В режиме нормального горения при обрезании $\Phi(T)$ вблизи $\langle T \rangle = T_- = T_+ - Q/c$ также и $\langle T'^2 \rangle \rightarrow 0$.

Рассмотрим случай реакции первого порядка

$$\Phi(T) = (T_+ - T) / (T_+ - T_-) \cdot z \exp(-E/RT).$$

Введением переменных и параметров

$$u = (T_+ - \langle T \rangle) / (T_+ - T_-), \quad p = \sqrt{\langle T'^2 \rangle} / F (T_+ - T_-),$$

$$\omega = \langle u \rangle \sqrt{\tau_+/L} (\langle u'^2 \rangle)^{-1/4},$$

$$\tau_+ = (1/z) \exp(E/RT_+), \quad x_0 = \sqrt{L\tau_+} \langle u'^2 \rangle^{1/4}, \quad \xi = x/x_0,$$

$$F = L/x_0 = \sqrt{\tau_1/\tau_+}, \quad \delta = 1 - T_-/T_+, \quad \theta_0 = E(T_+ - T_-)/RT_+^2 \quad (6)$$

сформулируем задачу в безразмерном виде

$$\left. \begin{aligned} dp/du &= \Phi_*/(p + F\Phi_{**}) - \omega, \\ d\xi &= du/(p + F\Phi_{**}), \\ p(0) &= 0, \\ p(1) &= 0, \\ \Phi_{**} &= (1/2)\{\Phi(u + Fp) \pm \Phi(u - Fp)\}, \\ \Phi(u) &= u \exp(-\theta_0 u/(1 - \sigma u)), \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где Φ_* , Φ_{**} — безразмерные комплексы.

Использование граничного условия $p(1)=0$ требует, чтобы $\Phi(u)=0$ при $\epsilon \leq u \leq 1$, где ϵ некоторое число, близкое к единице. Наклон интегральной кривой в особой точке $p=u=0$ есть

$$dp/du|_0 = -\omega/2 + \sqrt{\omega^2/4 + 1/(1+F^2)}.$$

В отличие от модели горения, рассматриваемой в [3], $dp/du|_0$ зависит от F .

Режим нормального горения

Поскольку режимы горения (в частности, смена одного режима другим) определяются соотношением скорости смеси ω и нормальной скоростью горения ω_0 [4], целесообразно вначале рассмотреть режим нормального горения.

На рис. 1 показаны интегральные кривые $p(u)$ при различных F . По мере роста F максимум p растет, сдвигаясь в область более низких температур. Из (8) при $\omega_0 \ll 1$ и $\omega_0 F \ll 1$ можно получить оценку для $u \ll 1$:

$$p \approx u/\sqrt{1+F^2}. \quad (9)$$

Заметим, что наклон интегральной кривой в нуле в случае $\omega_0 F \gg 1$ падает гораздо быстрее: $dp/du|_0 \approx 1/\omega_0 F^2$. Поскольку при $\epsilon \leq u \leq 1$ $\Phi(u)=0$, имеем в этой области

$$p = \omega_0(1-u). \quad (10)$$

Отрезки прямых (9), (10) удовлетворительно аппроксимируют интег-

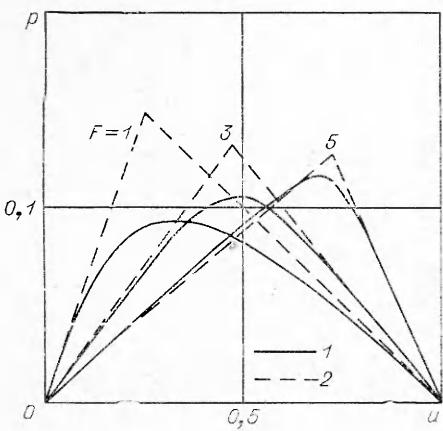


Рис. 1. Интегральные кривые $p(u)$;
 $\theta_0 = 10$, $\sigma = 0,2$, $\epsilon = 0,95$.
1 — расчет на ЭВМ; 2 — аппроксимация.

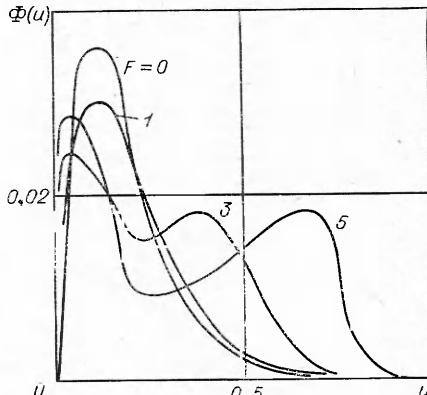


Рис. 2. Кривые тепловыделения $\Phi(u)$ при различных F .

ральную кривую $p(u)$ (см. рис. 1, 2) при различных F . Используя (9) при $F > 1$, получим для $u \ll 1$

$$u + Fp \approx 2u, \quad u - Fp \approx 0.$$

Тогда

$$\Phi_* \approx \Phi_{**} \approx u \exp(-2\Theta_0 u / (1 - 2\sigma u)). \quad (11)$$

Результат (11) можно интерпретировать следующим образом: в области высоких температур основное влияние на реакцию оказывают отрицательные пульсации температуры (моли, приходящие в горячую область более холодными, но по составу близкие к исходной смеси, активируют реакцию), причем реакция протекает по закону с удвоенной энергией активации. Соответственно максимум ее будет при

$$u \approx (1/2)\theta_0 \quad (12)$$

(считаем для простоты $\sigma = 0$) вместо $u = 1/\theta_0$ для невозмущенной реакции. Положительные пульсации температуры (выгоревшие моли из области продуктов горения) влияния на реакцию не оказывают.

В области холодных температур, где $u \approx 1$, наоборот, $\Phi(u + Fp) \ll \Phi(u - Fp)$ в силу экспоненциальной зависимости скорости горения от температуры

$$\Phi_* \approx -\Phi_{**} \approx (1/2)\Phi(u - Fp). \quad (13)$$

Использование (10) показывает, что функция (13) достигает максимума при

$$u \approx 1/\theta_0(1 + \omega_0 F) + \omega_0 F / (1 + \omega_0 F), \quad (14)$$

по абсолютной величине равного (при $\sigma = 0$)

$$\Phi_{*max} = (1/2)e\theta_0. \quad (15)$$

Второе слагаемое в (14) есть температура, где p максимально, с ростом F координаты максимума Φ и p сближаются.

На рис. 2 показано распределение функции тепловыделения при различных F . Видно, что при $F \approx 3$ скорость реакции имеет два максимума, удовлетворительно предсказываемые формулами (12) и (14). При малых F (порядка единицы) два максимума сливаются, образуя профиль скорости реакции, слабо отличающийся от ламинарного при $F = 0$. Тот факт, что $p(u)$ достигает максимума при температуре, близкой к той, где достигает максимума реакция, учитывая положительные температурные пульсации (14), свидетельствует, что именно эта реакция становится ведущей при больших F .

Перенос тепла турбулентной диффузией в зоне реакции $dp/du \approx 1/F$ уменьшается с ростом F , а конвекция ω_0 растет вместе с F (это обстоятельство не зависит от способа осреднения Φ). Поэтому при достаточно больших F основную роль при теплообмене в зоне реакции играет конвективный член. Физически это связано с ростом зоны реакции при больших F [3, 5].

Используя (10), (14), получим

$$p_{max} \approx \omega_0(1 - u_{max}) \approx \omega_0(\theta_0 - 1) / (1 + \omega_0 F) \theta_0 \approx \omega_0 / (1 + \omega_0 F). \quad (16)$$

Пренебрегая кондуктивным членом в первом уравнении системы (7), с помощью (13), (15) и (16) получим

$$\omega_0 F = z / (1 - z) + \sqrt{[z / (1 - z)]^2 + z / (1 - z)}, \quad (17)$$

где $z = F^2 / 2e\theta_0$. На рис. 3 представлены сравнительные результаты рас-

четов по (2), (17) и численных расчетов задачи (6), (7). Лучшего совпадения кривых можно добиться, учитывая влияние σ , но при этом (17) становится слишком громоздкой.

Формула (17) получена в предположении малых ωF , но и при больших F она вполне удовлетворительна. При $F \rightarrow 0$ из (7) следует

$$\omega_0 \rightarrow \sqrt{\theta_0/2e} \cdot (1/\theta_0). \quad (18)$$

В диапазоне $5 \leq \theta_0 < 10$ эта формула дает не-
плохие результаты.

При $z \rightarrow 1$ $\omega_0 \rightarrow \infty$, при этом получаем верхний предел изменения F , при которых справедлива модель

$$F_* \approx 2e\theta_0. \quad (19)$$

Физический смысл этого предела следующий. Химическая реакция генерирует пульсации температуры в холодной области пламени (и поглощает их в области высоких температур). Кроме того, температурные пульсации генерируются на градиенте температуры, а источник затухания пульсаций — гидродинамическое размывание. При достаточно интенсивной реакции в области низких температур затухание по механизму гидродинамического размывания неспособно уравновесить общую генерацию пульсаций температуры, и они неограниченно растут. При этом становятся существенными механизмы диффузии в поле флюктуаций температуры, их конвективный перенос средним течением и т. д. [1], не учтенные в данной модели.

Существование предельного значения F не связано с конкретным приемом осреднения, но величина предела может существенно изменяться. Действительно, пренебрегая в (6) членами порядка F^2 , получим независимо от выбора функции плотности распределения пульсаций температуры [1]

$$1/2 \cdot dp^2/du = ue^{-\theta_0 u} / [1 + F(1 - \theta_0 u) e^{-\theta_0 u}] - \omega p. \quad (20)$$

Предельное значение

$$F_* = e^2$$

не зависит от θ_0 , но (20) справедливо при $F \ll 1$, так что соотношение (19) предпочтительней.

Для нахождения ω_0 при $F \ll 1$ применяем метод Зельдовича — Франк-Каменецкого, а для оценки интеграла — приближенные формулы [6]

$$\omega_0 \approx \omega_{01}(1 + F/2e), \quad (21)$$

где ω_{01} — скорость пламени при $F=0$. С ростом F скорость горения возрастает независимо от способа осреднения. Другая зависимость типа (21) получена в [1] разложением знаменателя в (20) в ряд по F .

Таким образом, рост скорости горения при увеличении F связан с реакциями, протекающими в области низкой средней температуры, и в основном через механизм генерации там температурных пульсаций. Отрицательные пульсации температуры менее существенны для интенсификации горения.

Можно интерпретировать этот факт и так. Из (2) при $\sqrt{\langle T'^2 \rangle} \ll \langle T \rangle$ для коэффициента турбулентной температуропроводности κ_t получим [1]

$$\kappa_t = L \sqrt{\langle u'^2 \rangle} / [1 - Q/c \cdot d\Phi/d\langle T \rangle \cdot 1/\tau_1].$$

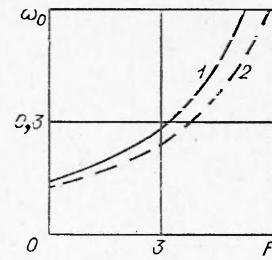


Рис. 3. Зависимость $\omega_0(F)$
для $\theta_0 = 10$, $\sigma = 0,2$.

Увеличение κ_t в низкотемпературной области приводит к быстрому прогреву смеси и, следовательно, к увеличению скорости реакции. При фиксированном F с ростом $\theta_0 \omega_0$ стремится к (2), (18), так что при $\theta_0 \gg 1$ влияние турбулентности на горение через рассмотренные механизмы исчезает.

Индукционный и теплопроводностный режимы

С увеличением F значительная часть тепла в турбулентном пламени, как было показано выше, выделяется в области низких температур. Следовательно, процедура обрезания функции тепловыделения при $\varepsilon \leq u \leq 1$ может оказаться физически некорректной. В связи с этим представляет интерес исследование задачи без использования условия $p(1)=0$. На рис. 4 показаны интегральные кривые $p(u)$ при различных ω . Для сравнения приведены кривые из работы [7], где изучались

режимы турбулентного горения без учета влияния химических реакций на коэффициент температуропроводности. Значительное повышение p при низких температурах связано с генерацией пульсаций температуры в этой области. Этот эффект не пропадает при увеличении ω с переходом в индукционный режим, где вследствие малости теплового потока деформация функции тепловыделения мала [7].

Рис. 5 содержит кривые $\Phi(u)$, отложенные при различных ω . Двухстадийность реакции не исчезает с ростом ω , но максимальные значения реакций при положительных и отрицательных температурных пульсациях меняются, сближаются и координаты максимумов. Максимум функции $p(u)$ наблюдается вблизи тех u , где максимальны $\Phi(u-Fp)$.

Поскольку направление $p(u)$ при выходе из точки $u=0$ слабо меняется при изменении ω , используем (9) и аппроксимацию профиля при $1-u \ll 1$

$$p = p(1) + \omega(1-u), \quad (22)$$

считая, что реакции в этой области нет

$$p_{\max} = [1/2e\theta_0] (F + 1/\omega). \quad (23)$$

(Формула (23) дает завышение до 30%.) Соответствующая координата определяется равенством

$$u_{\max} = Fp_{\max} = F/2e\theta_0 \cdot (F + 1/\omega). \quad (24)$$

Отсюда получаем условие достижения при $u < 1$ максимума $p(u)$ (и

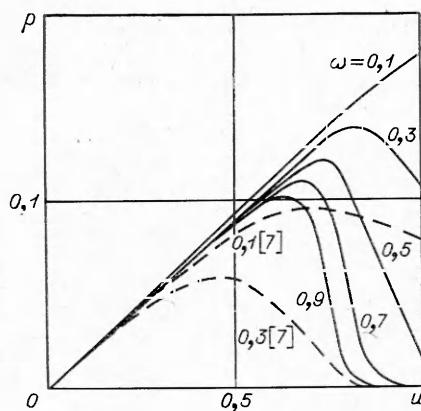


Рис. 4. Кривые $p(u)$ при различных ω .

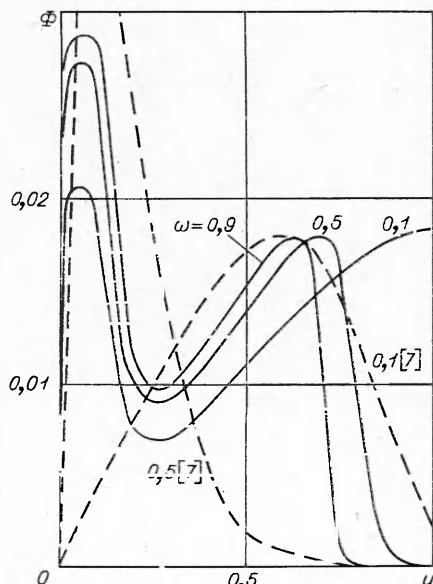


Рис. 5. Изменение распределения скорости тепловыделения при различных ω .

скорости реакции $\Phi(u - Fp)$:

$$\omega > (F/2e\theta_0) \cdot (1/[1 - F^2/2e\theta_0]).$$

Например, при $F=5$ $\theta_0=10$, $\omega \geq 0,2$.

По мере приближения к условию (19) кривые $p(u)$ без максимума существуют во все более широких пределах изменения ω . Тепловой поток в холодную смесь $p(1)$ оценим из (22) — (24)

$$p(1) = p_{\max} - \omega(1 - Fp_{\max}). \quad (25)$$

Оценки неплохо выполняются при малых ω .

При больших ω (в индукционном режиме) область u , где p мало, расширяется. Смесь прогревается за счет тепла химических реакций до некоторой температуры u_0 , после чего горение протекает в нормальном режиме. Значение u_0 можно подсчитать по формуле

$$u_0 = p_{\max}(\omega_0)/\omega_0 + u_{\max}(\omega_0),$$

где для вычисления $p_{\max}(\omega_0)$ и $u_{\max}(\omega_0)$ по (23), (24) значение ω_0 берется из (17). В этом режиме при $u \rightarrow 0$ $p \ll 1$, так что для оценки $p(1)$ можно использовать приближение (20), положив $u=1$ и $dp/du=0$:

$$p(1) \approx (e^{-\theta_0/\omega}) \cdot (1 + F\theta_0 e^{-\theta_0}). \quad (26)$$

Результат (26) слабо зависит от F .

На рис. 6 показана зависимость $p(1)$ от ω при различных F . Штриховыми линиями для сравнения отложены кривые из [7]. Резкое уменьшение $p(1)$ при некотором $\omega \approx \omega_0$ (в зависимости от F) связано с переходом горения из теплопроводного режима в индукционный. Кривые a , b показывают характер приближений (25), (26).

Пространственная структура пламени при различных ω показана на рис. 7. Штриховые линии, взятые из [7] профили температуры, построены без учета эффекта изменения температуропроводности в турбулентном пламени. Существование области догорания при высоких температурах делает этот участок значительно более пологим, чем в модели [3, 7]. Именно эта зона определяет длину пламени в теплопроводном режиме (и в режиме нормального горения). В индукционном режиме прибавляется расстояние от точки с исходной температурой $u=1$ до температуры u_0 , обеспечивающей скорость горения, равную скорости ω .

Обычно длина пламени определяется [4, 7] как расстояние от области, где $u=1$, до температуры, где наблюдается максимум тепловыделения. Здесь эта длина не имеет смысла из-за двух максимумов тепловыделения.

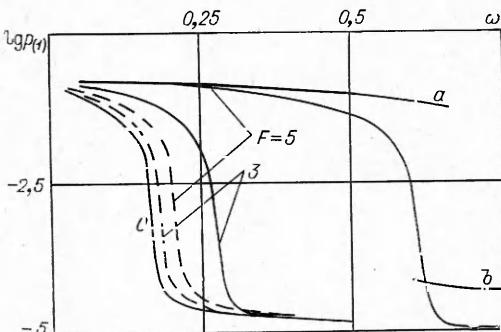


Рис. 6. Тепловой поток в исходную смесь в зависимости от ω .

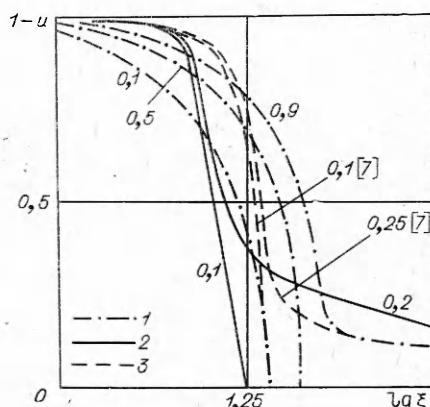


Рис. 7. Структура пламени при F равном 5 (1), 0 (2) и 5 (3) по [7].

Авторы благодарны В. И. Лисицыну за плодотворное обсуждение предварительных результатов работы.

НИИ прикладной математики и механики
при Томском государственном университете

Поступила в редакцию
4/IX 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Н. Вилюнов, И. Г. Дик. ПМТФ, 1976, 5.
2. Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1974, с. 628.
3. В. С. Башев, В. Н. Вилюнов. ПМТФ, 1972, 3.
4. А. Г. Мержанов, А. К. Филоненко. Докл. АН СССР, 1963, 152, 1.
5. В. Б. Либрович, В. И. Лисицын. Взаимодействие пульсаций потока с химической реакцией в пламени. Препринт № 57. М., ИПМ, 1975.
6. Я. Б. Зельдович, А. Д. Мышикис. Элементы прикладной математики. М., «Наука», 1967, с. 84.
7. В. Н. Вилюнов, И. Г. Дик. ПМТФ, 1973, 5.

К ЧИСЛЕННОМУ АНАЛИЗУ СВОЙСТВ НАСЫЩЕННОЙ СРЕДЫ ТУРБУЛЕНТНОГО НФ-ХИМИЧЕСКОГО ЛАЗЕРА ДИФФУЗИОННОГО ТИПА

В. И. Головичев, Н. Г. Преображенский

1. Развитие идеи Басова и др. [1] об использовании конвективных потоков высокой скорости для осуществления непрерывной генерации в химических системах, состоящих из колебательно-возбужденных продуктов реакции предварительно неперемешанных реагентов, привело к созданию сверхзвуковых химических лазеров диффузионного типа СДХЛ [2]. Основная проблема в развитии подобных лазерных систем состоит в обеспечении оптимальных условий преобразования химической энергии в энергию радиационного поля на основе тщательного учета взаимного влияния газовой динамики, неравновесных химических реакций и стимулированного оптического излучения. При этом необходимо обеспечить высокую скорость смешения реагентов в сравнении с характерными скоростями столкновительной релаксации и протока рабочего вещества через область резонатора. Время протока должно быть в свою очередь сравнимо со временами жизни инверсно населенных состояний активных молекул или «доноров» в непроточной системе.

Особый интерес представляют лазерные системы, активная среда которых состоит из продуктов реакции молекулярного водорода (или дейтерия) и частично или полностью диссоциированного молекулярного фтора. Эффекты взаимного влияния указанных выше процессов и их связь с выходными энергетическими характеристиками СДХЛ анализировались ранее [3—6] на основе модели фронта пламени в потоке реагентов постоянной скорости. Впоследствии были разработаны (в том числе и авторами настоящей работы) более сложные аналитические модели [7—9] с детальным учетом смешения реагентов в сдвиговых ламинарных и турбулентных течениях различных конфигураций, пригодные, однако, для анализа лазерных систем в усилительном режиме. Оценки достижимой мощности в этом случае могут быть получены лишь в приближении «точечного» резонатора.

Введение членов, учитывающих наличие излучения в среде, не вносит существенных изменений в макроскопические уравнения баланса вещества и энергии: требуется ввести лишь интенсивность радиационно-