

О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОЦЕССА ВЗРЫВНОЙ ШТАМПОВКИ НА ЭВМ

В. К. Борисевич, В. П. Савелькин, С. Н. Солодянкин

(Харьков)

Вопросу моделирования динамического поведения осесимметричной заготовки при взрывной штамповке в условиях плоского напряженного состояния при жестком закреплении или шарнирном опирании на контуре посвящен ряд работ [1—4] (подробная библиография приведена в работе [5]), в [6] изложена методика определения динамического поведения тонких неосесимметричных оболочек из идеально пластичного, деформационно упрочняющегося и чувствительного к скорости деформации материала при описанных выше граничных условиях.

В данной работе приводится методика численного расчета динамического поведения неосесимметричной заготовки сложной конфигурации. В отличие от работ, где решаются отвлеченные от практики задачи, здесь производится моделирование процесса штамповки — вытяжки с учетом как перемещения фланцевой части заготовки, так и сил трения, возникающих на фланцевой части заготовки в процессе высокоскоростного деформирования. Кроме того, в результате оптимизационного поиска определяется оптимальная внешняя приложенная к заготовке нагрузка, что позволяет в последующем определить величины и расположение зарядов, необходимых для ее деформирования.

1. Система дифференциальных уравнений, описывающих движение заготовки, точнее лагранжевой сетки, связанной с ее срединной поверхностью, записывается аналогично [5] и решается в явном виде по методу конечных разностей [7]. При этом оказывается, что конечно-разностная модель является чувствительной к шагу интегрирования по времени. Кроме того, устойчивость разностной схемы зависит от начальной величины ячейки сетки интегрирования. Согласно [8], верхняя граница шага интегрирования по времени выражается в виде

$$\Delta t = 2/\omega_{\max},$$

где $\omega_{\max}$ — наивысшая собственная частота соответствующей конечно-разностной модели. Однако при решении задач крайне неудобно определять заранее частоту $\omega_{\max}$, соответствующую каждой конкретной конечно-разностной модели. Поэтому для определения Δt можно пользоваться условием [5]

$$\Delta t \leq \Delta X_{\min}(\rho(1 - \nu^2)/E)^{1/2},$$

где $\Delta X_{\min}$ — величина ячейки сетки; ρ — плотность материала заготовки; ν — коэффициент Пуассона; E — модуль Юнга. При интегрировании уравнений в каждый последующий момент времени определяется перемещение узлов лагранжевой сетки. Если для начального момента времени $t = 0$ записать уравнение движения

$$F_{mn}^j = \bar{\rho} \ddot{Y}_{mn}^j,$$

где F_{mn}^j — проекции сил, приведенные к узлу mn ; $\ddot{Y}_{mn}^j$ — проекции ускорений узлов сетки; $\bar{\rho}$ — приведенная масса узла, определяемая из уравнения

$$\bar{\rho} = \rho \delta,$$

где δ — толщина заготовки, то приращение перемещения в любой последующий момент времени определится из разложения в ряд Тэйлора

$$(\Delta Y_{mn}^j)_{i+1} \simeq (\Delta Y_{mn}^j)_i + (\dot{Y}_{mn}^j)_i (\Delta t)^2, \text{ где } (\Delta Y_{mn}^j)_i = (\Delta \dot{Y}_{mn}^j)_i (\Delta t).$$

Геометрия заготовки определяется через базисные векторы

$$A_{\alpha}^{mn,i} = (Y_{\alpha}^j)^{mn,i} i_j,$$

где i_j — ортогональные базисные векторы декартовой координатной системы Y^j , а

$$(1.1) \quad (Y_{\alpha}^j)^{mn,i} = (\partial Y / \partial X^{\alpha})_{mn,i}.$$

Здесь вблизи границ используются разности «вперед» или «назад», а внутри заготовки — «центральные» разности, причем в рассматриваемом случае для прямоугольной в плане заготовки границы совпадают с $X^1=1, \dots, M$, $X^2=1, \dots, N$, где m и n — номера узлов лагранжевой сетки; M и N — максимальный ее размер.

Далее определяются метрические тензоры, их определители, тензоры кривизны, направления нормалей, а также приращения компонент тензора деформации

$$(\Delta \epsilon_{\alpha\beta})_{i+1}^{mn} = 0,5[(A_{\alpha\beta})_{i+1}^{mn,i} - (A_{\alpha\beta})_i^{mn}] - X^3[(B_{\alpha\beta})_{i+1}^{mn} - (B_{\alpha\beta})_i^{mn}],$$

где $(A_{\alpha\beta})^{mn}$ и $(B_{\alpha\beta})^{mn}$ — метрические тензоры и тензоры кривизны, α и β принимают значения 1 и 2.

Зная на каждом шаге приращение деформации и время, в течение которого оно получено, определяем скорости деформации

$$(\dot{\epsilon}_{\alpha\beta})_{i+1}^{mn} = (\Delta \epsilon_{\alpha\beta})_{i+1}^{mn} / \Delta t$$

и интенсивности скоростей деформаций

$$\dot{\epsilon}_{i+1}^{mn} = \frac{2}{3}^{1/2} \{[(\dot{\epsilon}_{11})_{i+1}^{mn}]^2 + [(\dot{\epsilon}_{22})_{i+1}^{mn}]^2 + [(\dot{\epsilon}_{12})_{i+1}^{mn}]^2 + [(\dot{\epsilon}_{11})_{i+1}^{mn} (\dot{\epsilon}_{22})_{i+1}^{mn}]\}^{1/2}$$

для учета как деформационного упрочнения, так и чувствительности материала заготовки к скорости деформации [9] через $\sigma_{sd} = \sigma_{s0} [1 + (\dot{\epsilon}^{mn}/D)^{1/\chi}]$, где σ_{s0} — предел текучести материала при статическом нагружении; D и χ — константы материала, определяемые экспериментально.

Ввиду того что моделирование процесса взрывной штамповки ведется в основном для тонких заготовок, вполне приемлемыми являются гипотезы Кирхгофа: 1) нормаль N_{mn} остается нормалью и к деформированной срединной поверхности заготовки; 2) в направлении этой нормали деформация отсутствует, хотя в конечном итоге утонение заготовки определяется из закона сохранения объема для каждой элементарной ячейки; 3) деформации поперечного сдвига равны нулю. Хотя изменение деформации по толщине оболочки и взято согласно допущению Кирхгофа, вычисление их производится для каждого слоя в отдельности. При этом наиболее оптимальным является выбор четырех слоев [5] по толщине заготовки (где сконцентрирован материал), которые работают при плоском

напряженном состоянии. Эти слои расположены на одинаковом расстоянии друг от друга и разделены материалом, который не может работать в условиях плоского напряженного состояния в плоскости, касательной к оболочке, но который обладает бесконечно большой жесткостью на сдвиг в поперечном направлении.

При определении приращений деформаций удобно разложить последние на упругую и пластическую компоненты [10]:

$$\Delta \varepsilon_{\alpha\beta} = \Delta \varepsilon_{\alpha\beta}^y + \Delta \varepsilon_{\alpha\beta}^p.$$

В декартовых координатах Y^j приращение напряжений через упругую составляющую приращения деформаций определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{11} &= E (\Delta \varepsilon_{11}^y + \nu \Delta \varepsilon_{22}^y) / (1 - \nu^2), \\ \Delta \sigma_{22} &= E (\Delta \varepsilon_{22}^y + \nu \Delta \varepsilon_{11}^y) / (1 - \nu^2), \quad \Delta \sigma_{12} = E \Delta \varepsilon_{12} / (1 + \nu). \end{aligned}$$

Условие текучести целесообразно использовать в форме Мизеса — Генки

$$(1.2) \quad \Phi_{mn,i}^T = -3J_2^{mn,i} - (\sigma_{sd})_{mn,i}^2 = 0,$$

где $\Phi_{mn,i}^T$ — функция текучести; $J_2^{mn,i}$ — второй инвариант девиатора напряжений. В нашем случае уравнение (1.2) принимает вид

$$(1.3) \quad \Phi_{mn,i}^T = -\sigma_{11,i}^{mn} \sigma_{22,i}^{mn} + 3\sigma_{12,i}^{mn} \sigma_{21,i}^{mn} + (\sigma_{11,i}^{mn})^2 + (\sigma_{22,i}^{mn})^2 - (\sigma_{sd,i}^{mn})^2.$$

Для упругого абсолютно пластического материала пластические компоненты тензора приращения деформаций связаны с напряжениями через закон течения, который, согласно теории пластического потенциала [11], выражается в виде

$$\Delta \varepsilon_{\alpha\beta,mn,i}^p = \vartheta_i^{mn} \partial \Phi_{mn,i}^T / \partial \sigma_{\alpha\beta}^{mn,i}$$

где ϑ_i^{mn} — положительная константа, определяемая по уравнению (1.3) при подстановке в последнее значений напряжений, полученных с учетом упругой и пластической компонент тензора деформации. На каждом i шаге, если имеется пластическое течение внутри области значений предельных деформаций, конец вектора напряжений возвращается на поверхность текучести $\Phi_{mn,i}^T$.

После определения напряжений (для каждого слоя) подсчитываются величины мембранных сил $H_{mn,i}^{\alpha\beta}$ и изгибающих моментов $L_{mn,i}^{\alpha\beta}$ для каждого узла в исходной недеформированной декартовой системе координат аналогично, как и для составляющих приращений деформаций

$$H_{mn,i}^{\alpha\beta} = \int_{-0,5\delta}^{0,5\delta} \sigma_{mn,i}^{\alpha\beta} dX_{mn,i}^3, \quad L_{mn,i}^{\alpha\beta} = \int_{-0,5\delta}^{0,5\delta} \sigma_{mn,i}^{\alpha\beta} X_{mn,i}^3 dX_{mn,i}^3.$$

Интегрирование лучше всего производить по квадратурным формулам Гаусса, используя стандартные подпрограммы типа [12].

Уравнение равновесия для моментов записываем в виде

$$(1.4) \quad \partial_\beta L_{mn,i}^{\alpha\beta} + \left\{ \frac{\alpha}{\gamma\beta} \right\}_{mn,i} L_{mn,i}^{\gamma\beta} + \left\{ \frac{\beta}{\gamma\beta} \right\}_{mn,i} L_{mn,i}^{\alpha\gamma} = Q_{mn,i}^\alpha,$$

где $Q_{mn,i}^\alpha$ — перерезывающая сила, выраженная в фигурных скобках — символы Кристоффеля второго рода.

Для $\alpha = 1$ уравнение (1.4) принимает вид

$$(1.5) \quad \begin{aligned} Q_{mn,i}^1 = & \partial L_{mn,i}^{11} / \partial X_{mn,i}^1 + A_{mn,i}^1 \cdot (\partial A_1^{mn,i} / \partial X^1) L_{mn,i}^{11} + \\ & + A_{mn,i}^1 \cdot (\partial A_2^{mn,i} / \partial X^1) L_{mn,i}^{21} + A_{mn,i}^1 \cdot (\partial A_1^{mn,i} / \partial X^1) L_{mn,i}^{11} + \\ & + A_{mn,i}^1 \cdot (\partial A_2^{mn,i} / \partial X^1) L_{mn,i}^{12} + \partial L_{mn,i}^{12} / \partial X^2 + A_{mn,i}^1 \cdot (\partial A_{mn,i}^1 / \partial X^2) \times \\ & \times L_{mn,i}^{12} + A_{mn,i}^1 \cdot (\partial A_2^{mn,i} / \partial X^2) L_{mn,i}^{22} + A_{mn,i}^2 \cdot (\partial A_1^{mn,i} / \partial X^2) \times \\ & \times L_{mn,i}^{11} + A_{mn,i}^2 \cdot (\partial A_2^{mn,i} / \partial X^2) L_{mn,i}^{12}. \end{aligned}$$

Аналогично и для $\alpha = 2$. Если сетка неравномерная, то в уравнении (1.5) вместо ∂X^1 и ∂X^2 следует записать ∂X_m^1 и ∂X_n^2 . Конечно-разностное представление уравнения (1.4) строится так же, как для (1.1).

Зная мембранные силы, изгибающие моменты, перерезывающие силы, ускорения узлов сетки определяем из уравнений движения [5]

$$\begin{aligned} \nabla_\beta H_{mn,i}^{\beta\alpha} - Q_{mn,i}^\beta B_{\beta, mn,i}^\alpha + F_{mn,i}^\alpha + G_{mn,i}^\alpha &= \bar{\rho} \bar{Y}_{mn,i}^\alpha, \\ H_{mn,i}^{\beta\alpha} B_{\alpha\beta}^{mn,i} + \nabla_\beta Q_{mn,i}^\beta + F_{mn,i}^\beta &= \bar{\rho} \bar{Y}_{mn,i}^\beta, \end{aligned}$$

которые после несложных преобразований дают

$$\ddot{Y}_{mn,i}^j = \left[A_{mn,i}^{\frac{1}{2}} / \left(\bar{\rho}_0 A_{mn,0}^{\frac{1}{2}} \right) \right] \left[F_{mn,i}^j + \partial C_{mn,i}^{\beta j} / \partial X^\beta + A_{mn,i}^\beta C_{mn,i}^{\gamma j} (\partial A_{\gamma}^{mn,i} / \partial X^\beta) \right],$$

где $A_{mn,0}$ и $A_{mn,i}$ — определители метрических тензоров; $C_{mn,i}^{\beta j}$ — поверхностно-пространственный тензор, определяемый из уравнения

$$C_{mn,i}^{\beta j} = H_{mn,i}^{\beta\alpha} Y_{\alpha, mn,i}^j + Q_{mn,i}^\beta N_{mn,i}^j,$$

где $N_{mn,i}^j$ — проекции нормали в узле mn .

После вычисления ускорений $\ddot{Y}_{mn,i}^j$ определяются приращения перемещений, новые положения лагранжевой сетки и процесс вычисления повторяется циклически.

2. Как указывается в работах [3, 4], при моделировании динамического поведения заготовки в процессе штамповки — вытяжки пренебрежение силами трения на фланцевой части заготовки вносит значительные погрешности в расчет. В данной работе этот недостаток устранен на базе гидродинамической теории трения. Здесь сила трения определяется по формуле Н. П. Петрова [13]

$$(2.1) \quad G = \eta \dot{Y}_\Phi S / (h + \eta / \mu_1 + \eta / \mu_2),$$

где η — вязкость смазочного слоя; $\dot{Y}_\Phi$ — скорость скольжения; S — площадь фланцевой части заготовки; h — толщина слоя смазки; μ_1 и μ_2 — коэффициенты внешнего трения смазки и поверхности скольжения.

При высокой адсорбционной способности смазки и поверхностей скольжения заготовки и матрицы величинами η / μ_1 и η / μ_2 можно пренебречь [13]. Тогда уравнение (2.1) принимает вид

$$G = \eta \dot{Y}_\Phi S / h.$$

Если фланцевая часть заготовки имеет pq узлов, тогда

$$(G_{pq})^{i+1} = 2\eta S_{pq} (\dot{Y}_{pq}^i)^i / h,$$

где $(G_{pq})^{i+1}$ — приведенная с обеих сторон к узлу pq сила трения; S_{pq} — площадь ячейки; $(\dot{Y}_{pq}^i)^i$ — скорость перемещения узла.

3. Основным вопросом, рассматриваемым в задачах взрывной штамповки, является вопрос о прикладываемой импульсивно к заготовке внешней нагрузке. В работе [14] рассматривается полуобратная задача формоизменения, заключающаяся в определении вида начального приведенного импульса по заданной конечной конфигурации осесимметричной оболочки. В отличие от задачи в полуобратной постановке в данной работе внешняя нагрузка, необходимая для деформирования неосесимметричных деталей сложной конфигурации, определяется методом оптимизационного поиска. При этом начальная форма заготовки представляет собой плоскость, цилиндр или конус постоянной толщины, если моделируется первый переход формообразования, или какую-либо сложную пространственную форму с определенным распределением толщины — при моделировании последующих переходов.

Пусть начальный импульс, приложенный к заготовке, записывается в виде

$$I_0 = \sum_{m=1}^{m=M} \sum_{n=1}^{n=N} \sum_{i=1}^{i=h} F_{mni} \cdot \Delta t_i,$$

где F_{mni} — приведенная к узлу сетки срединной поверхности заготовки сила.

Прикладывая начальный импульс I_0 к деформируемой заготовке, по методике, изложенной в пп. 1, 2, моделируем ее динамическое поведение и определяем конечные прогибы заготовки. Теперь, зная конечные прогибы заготовки и профиль матрицы, составляем квадратичный функционал Гаусса

$$(3.1) \quad \Gamma(I_0) = \sum_{m=1}^{m=M} \sum_{n=1}^{n=N} (N_{mn})^2,$$

где N_{mn} — длина нормали от mn узла до поверхности матрицы, определяемая из соотношения

$$N_{mn}(I_0) = [(N_{mn}^1)^2 + (N_{mn}^2)^2 + (N_{mn}^3)^2]^{1/2}.$$

Теперь задача определения внешней нагрузки сводится к минимизации функционала (3.1) на семействе кривых $\Gamma(F, t)$. Воспользуемся для этой цели методом Ньютона [15] с модификацией при определении перемещения в направлении точки оптимума на каждом шаге. Для упрощения решения предполагаем

$$\Delta t_i = \Delta t = \text{const},$$

тогда направление поиска определяется только по F_{mni} . Если через ΔF_{mni}^ζ обозначить приращение силы F_{mni}^ζ в mn узле лагранжевой сетки в i -й момент времени на ζ -м шаге итерации, тогда

$$(3.2) \quad \Delta F_{mni}^\zeta = F_{mni}^{\zeta+1} - F_{mni}^\zeta.$$

Здесь и дальше индексом ξ будем обозначать шаг итерации. Разложим функционал в ряд Тэйлора и, отбросив члены третьего и более высоких порядков, запишем

$$\Gamma(F_{mni}^{\xi+1}) = \Gamma(F_{mni}^{\xi}) + \nabla^T \Gamma(F_{mni}^{\xi}) \Delta F_{mni}^{\xi} + 0,5 (\Delta F_{mni}^{\xi})^T \nabla^2 \Gamma(F_{mni}^{\xi}) \Delta F_{mni}^{\xi},$$

где $\nabla^T \Gamma(F_{mni}^{\xi})$ — транспонированная матрица градиентов первого порядка

$$\nabla \Gamma(F_{mni}^{\xi}) = \left\| \frac{\partial \Gamma(F_{mni}^{\xi})}{\partial F_{kli}^{\xi}} \right\|;$$

$\nabla^2 \Gamma(F_{mni}^{\xi})$ — кубическая матрица вторых частных производных

$$\nabla^2 \Gamma(F_{mni}^{\xi}) = \left\| \nabla_{kli}^2 \Gamma(F_{mni}^{\xi}) \right\|,$$

где $\nabla_{mn}^2 \Gamma(F_{mni}^{\xi})$ определяется матрицей

$$\nabla_{mn}^2 \Gamma(F_{mni}^{\xi}) = \left\| \frac{\partial^2 \Gamma(F_{mni}^{\xi})}{\partial F_{kli}^{\xi} \partial F_{mni}^{\xi}} \right\|.$$

Минимум функционала в направлении ΔF_{mni}^{ξ} определяется дифференцированием $\Gamma(F_{mni}^{\xi})$ по каждой из компонент ΔF_{mni}^{ξ} и приравниванием нулю полученных выражений. Последнее приводит к

$$(3.3) \quad \Delta F_{mni}^{\xi} = - [\nabla^2 \Gamma(F_{mni}^{\xi})]^{-1} \cdot \nabla \Gamma(F_{mni}^{\xi}).$$

Выразим величину $F_{mni}^{\xi+1}$ из уравнения (3.2) и подставим значение ΔF_{mni}^{ξ} из (3.3). Окончательно получим

$$(3.4) \quad F_{mni}^{\xi+1} = F_{mni}^{\xi} - [\nabla^2 \Gamma(F_{mni}^{\xi})]^{-1} \cdot \nabla \Gamma(F_{mni}^{\xi}).$$

В уравнении (3.4) присутствует операция обращения матрицы, которую целесообразно производить по стандартным подпрограммам типа MINV [12], так как должна обеспечиваться ее положительная определенность. В том случае, когда положительная определенность ее не обеспечивается (в частных случаях подобные ситуации могут возникать), некоторые авторы предлагают дополнительные преобразования, делающие обращаемую матрицу положительно определенной на каждом шаге минимизации [16].

Проведение оптимизационного поиска в направлении Δt_i в данном варианте не рассматривается, поскольку в этом случае для обеспечения подобия импульсивного воздействия необходимо накладывать специальные ограничения на величину шага по Δt_i , в противном случае оно приобретает характер, который ни при каких условиях взрывного деформирования обеспечить невозможно.

4. Для проверки теоретических предпосылок по предлагаемой методике была составлена FORTRAN-программа в системе ОС и ДОС ЕС и проведено численное моделирование первого перехода взрывной штамповки детали типа коробочки на ЭВМ ЕС-1020 и ЕС-1033. Заготовка выбиралась плоская листовая прямоугольной формы в плане размерами $220 \times 140 \times 2,0$ мм³ из алюминиевого сплава АМг2-М. Равномерная сетка с шагом 10 мм покрывала всю плоскость заготовки. Хотя рассматриваемая задача в данном случае была симметричной относительно продольной и поперечной осей заготовки, решение проводилось для всей детали, что позволяло осуществлять проверку правильности решения по соответствию

Т а б л и ц а 1

$\bar{F}_{mn1}$	m											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	0	0	0,692	0,733	0,772	0,814	0,843	0,870	0,900	0,907
	5	0	0	0	0,703	0,750	0,794	0,831	0,870	0,907	0,920	0,937
	6	0	0	0	0,730	0,772	0,813	0,856	0,900	0,919	0,955	0,965
	7	0	0	0	0,733	0,782	0,822	0,870	0,906	0,937	0,965	0,978
	8	0	0	0	0,733	0,782	0,822	0,870	0,906	0,906	0,955	0,978

параметров в симметричных точках. Основные исходные данные: напряжение текучести $\sigma_{s0} = 7,85 \cdot 10^7$ Па; модуль Юнга $E = 6,97 \cdot 10^{10}$ Па; коэффициент Пуассона $\nu = 0,33$; показатели деформационного упрочнения $\lambda = 0,996$; $w = 0,15$; показатели кинематического упрочнения $D = 5,62 \cdot 10^6$ с $^{-1}$, $\chi = 3,75$; предельная динамическая деформация $\psi = 33\%$; коэффициент динамической вязкости смазочного слоя $\eta = 800$ П. Вследствие того, что усилия трения [13], возникающие на перетяжном ребре матрицы, превышают величину усилий трения на плоскости фланца в среднем в 3 раза, при моделировании они увеличивались на указанную величину по сравнению с расчетными и прикладывались в ближайших к перетяжному ребру узлах. Внешняя нагрузка, прикладываемая к деформируемой заготовке, определялась из эксперимента при подрыве сферического заряда взрывчатого вещества вблизи жестких граничных поверхностей.

В табл. 1 приведены значения внешней нагрузки в первый момент времени для четверти деформируемой заготовки. Для удобства вычислений усилие F_{mn1} , действующее в произвольном узле заготовки, выражено в долях нагрузки, приложенной в центральной точке заготовки $F_{12\ 8\ 1}$:

$$\bar{F}_{mn1} = F_{mn1}/F_{12\ 8\ 1}, \quad F_{12\ 8\ 1} = 39 \text{ МПа.}$$

Изменение силового воздействия во времени для центральной точки приведено в табл. 2, где

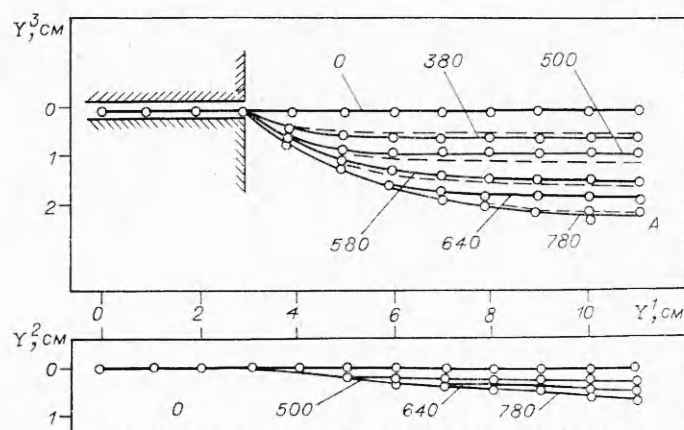
$$\bar{F}_{12\ 8\ i} = F_{12\ 8\ i}/F_{12\ 8\ 1}.$$

В остальных точках заготовки изменение нагрузки аналогично.

Фиг. 1 иллюстрирует положение как точек штампуемой заготовки, лежащих в продольной плоскости симметрии (верхняя часть), в дискрет-

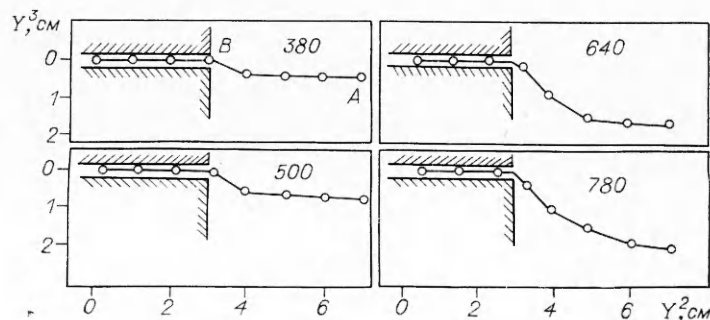
Т а б л и ц а 2

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\bar{F}_{12\ 8\ i}^*$	1	0,757	0,577	0,461	0,365	0,295	0,250	0,218	0,205	0,198	0,186	0,173	0,166
i	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
$\bar{F}_{12\ 8\ i}$	0,166	0,147	0,141	0,128	0,115	0,103	0,083	0,070	0,038	0,019	0,010	0,005	0,001



Ф и г. 1

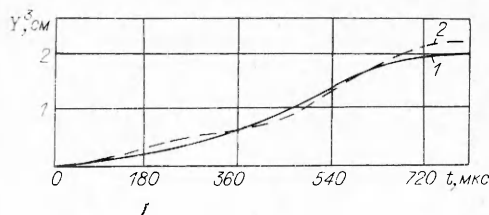
ные моменты времени, так и точек, лежащих на границе фланцевой части; сплошными линиями изображены результаты экспериментальных исследований, штриховыми — результаты численного моделирования. При этом отмечены соответствующие моменты времени от начала перемещения (для эксперимента: 0, 380, 500, 580, 640, 780 мкс) и от начала счета (для численного моделирования: 0, 380, 500, 580, 780 мкс). Аналогичные графики для точек, лежащих в поперечной плоскости симметрии, приведены на фиг. 2. Для различных моментов времени они разнесены, поскольку, как показало численное моделирование и последующие эксперименты, наблюдается значительное смещение наружной кромки заготовки с большей ее стороны, в то время как с меньшей стороны смещений не наблюдалось. Перемещения центральной точки заготовки (точки А на фиг. 1, 2) в зависимости от времени приведены на фиг. 3, линией 1 показаны расчетные перемещения, полученные при численном моделировании, 2 — результаты эксперимента; видно, что экспериментальная кривая в отличие от расчетной, несмотря на удовлетворительное общее соответствие, имеет ряд особенностей в виде слабо выраженных изгибов. Рассчитанный характер движения подобен приведенному в работе [17], однако не имеет особенностей. Вследствие того, что внешняя нагрузка в экспериментальной части работы генерировалась вблизи жестких граничных поверхностей, здесь дважды происходит догружение движущейся заготовки: первый раз — гидротоком при расширении газовой полости, второй — вследствие воздействия струи при схлопывании полости [18]. Лучшие резуль-



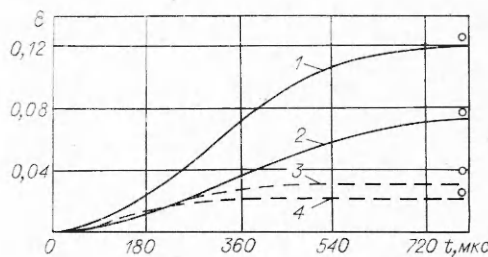
Ф и г. 2

таты по значениям конечных прогибов достигаются при измельчении пространственной сетки вблизи перетяжного ребра (X_{m4}^1 , X_{m12}^2 , X_{4n}^2 , X_{20n}^2).

На фиг. 4 показаны зависимости продольных и поперечных деформаций от времени в районе точек A и B (см. фиг. 1, 2). Здесь кривая 1 — ε_{11}^A , 2 — ε_{22}^A , 3 — ε_{11}^B , 4 — ε_{22}^B , точками отмечены конечные состояния из эксперимента. Как видно из графиков, рост деформаций происходит плавно, подобно росту перемещений центральной точки заготовки. При этом рост деформаций в точке B происходит более интенсивно, чем в точке A , что свидетельствует о направлении движения пластической волны от фланца к центру заготовки.



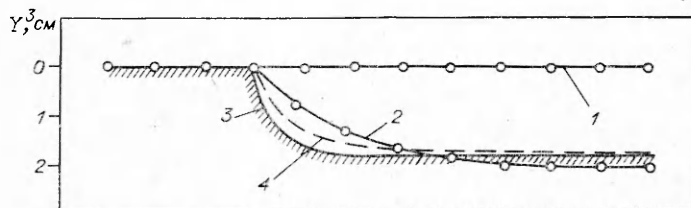
Ф и г. 3



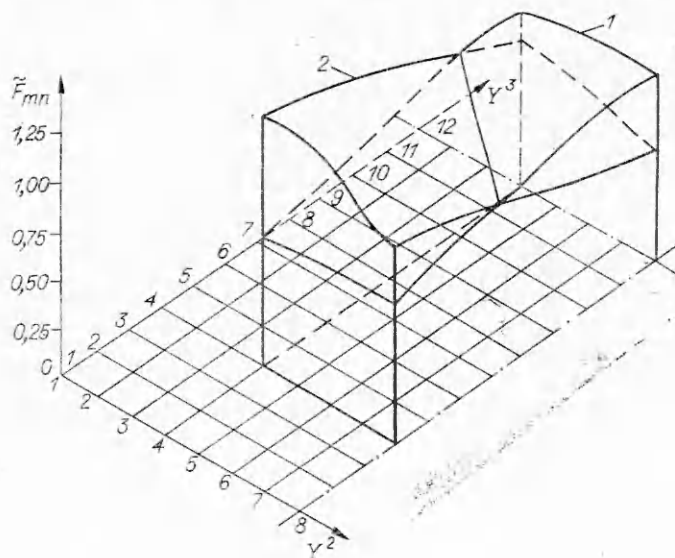
Ф и г. 4

Численный расчет проводился до момента остановки заготовки (450 шагов по времени), на ЭВМ ЕС-1033 время моделирования составило 56 мин. Возможно сокращение времени счета при использовании симметрии заготовки, кроме того, на машинах с увеличенным объемом оперативной памяти возможно сокращение времени на повторном выполнении некоторых программ, связанных с определением производных по пространственным координатам. Необходимо отметить, что в отличие от утверждения в работе [5] о возможности проведения счета с обычной точностью в процессе численного моделирования при определении базисных векторов и других элементов дифференциальной геометрии, а также частных производных в конечно-разностной форме возникала необходимость использования удвоенной точности (до 16-го знака после запятой), так как вычисления с обычной точностью уже на 100-м шаге по времени приводили к значительному накоплению погрешности и недопустимым ошибкам в счете. При этом рост погрешности прогрессировал при моделировании первых переходов штамповки, особенно когда заготовка представляла собой плоскую пластинку.

Результаты оптимизационного поиска, проведенного по предложенному в п. 3 алгоритму, приведены на фиг. 5, 6. При этом исходный импульс, прикладываемый к заготовке на первом шаге итерации, взят из табл. 1, 2. Требуемый конечный контур детали, определяемый поверхностью матри-



Ф и г. 5



Ф и г. 6

цы, задавался в табличном виде с последующей полиномиальной аппроксимацией по участкам. На фиг. 5 показано: 1 — сечение заготовки перед формообразованием, 2 — положение заготовки после моделирования первого перехода штамповки в результате приложения нагрузки (см. табл. 1, 2), 3 — формообразующий контур матрицы, 4 — профиль детали, полученный в результате воздействия оптимальной нагрузки. Профиль последней изображен на фиг. 6, где 1 — первоначально приложенная нагрузка, 2 — оптимальное силовое воздействие после пятого шага итерации; видно, что рост нагрузки более интенсивен вблизи перетяжных ребер, особенно вблизи углов, это вполне подтверждается практикой при штамповке деталей коробчатой формы.

Однако, как показывают расчеты, увеличение нагрузки вблизи перетяжных ребер возможно только до определенной величины, зависящей от радиуса перетяжного ребра, материала и толщины заготовки, усилий трения на фланцевой части. Так, при уменьшении нагрузки в зоне X_{m4}^1 , X_{m12}^1 , X_{4n}^2 , X_{20n}^2 наблюдался значительный рост функционала $\Gamma(F_{mni}^c)$ за счет увеличения суммы (3.1) вблизи углов. Увеличение же нагрузки в указанной зоне до значений 1,35 приводило к нарушению сплошности заготовки. Таким образом, на фиг. 6 изображена предельно возможная нагрузка, при которой для моделируемых условий наблюдается исчерпание пластических возможностей материала заготовки. Поэтому можно сделать вывод, что отформовать деталь приведенного на фиг. 5 профиля за один переход невозможно. Для полного оформления профиля ее необходимо подвергать импульсивному воздействию еще раз.

Поступила 20 III 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Щеглов Б. А. Динамика осесимметричного формообразования тонкостенных оболочек. — В кн.: Расчеты процессов пластического течения металлов. М., «Наука», 1973.
2. Базайкин В. И., Перетяшко В. Н. Напряженно-деформированное состояние круглой мембраны в динамике. — ПМТФ, 1975, № 4.

3. Osias R. User's guide for analysis of finite elastoplastic deformation. National aeronautics and Space Administration. Cleveland, Ohio. 44135, Rep. E-7610, June 1974.
4. Boyd E. Dynamic deformations of circular membranes.— «Journal of the Engineering Mechanics Division», N EM3, June 1966, p. 1—16.
5. Морино, Лич, Уитмер. Уточненный метод численного расчета нестационарных процессов в упругопластических тонких оболочках при больших деформациях.— «Труды американского о-ва инженеров-механиков. Прикладная механика», 1971, № 2, с. 131—144.
6. Leech W., Witmer A., Pian H. Numerical calculation technique for large elastic-plastic transient deformations of thin shells.— «AIAA J.», 1968, N 12, p. 2352—2359.
7. Годунов С. К., Рябенский В. С. Введение в теорию разностных схем. М., Физматгиз, 1962.
8. Лич, Су, Мэк. Устойчивость метода конечных разностей для решения матричных уравнений.— «Ракетн. техника и космонавтика», 1965, № 11, с. 27.
9. Jones N. Finite deflection of a rigid-viscoplastic strain hardening annular plate loaded impulsively.— «J. Appl. Mech.», 1968, vol. 35, N 4, p. 349—356.
10. Witmer A., Balmer A., Leech W., Pian H. Large dynamic deformations of beams, rings, plates, and shells.— «AIAA J.», 1963, N 8, vol. 1, p. 1848—1856.
11. Мальверн Л. Распространение продольных пластических волн с учетом скорости деформации.— Сб. пер. Механика, 1952, вып. 1, № 11.
12. Математическое обеспечение ЕС ЭВМ. Вып. 4. Минск, изд. Ин-та математики АН БССР, 1974.
13. Исаченков Е. И. Штамповка резиной и жидкостью. М., «Машиностроение», 1967.
14. Кошур В. Д. Динамическое формоизменение тонких осесимметричных оболочек при импульсном нагружении.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 29. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1977.
15. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. М., «Мир», 1975.
16. Greenstadt J. Math. Computation. N 21, 360 (1967).
17. Анучин М. А., Антоненков О. Д. и др. К вопросу о движении заготовки при свободной штамповке взрывом.— «Изв. высш. учеб. заведений. Машиностроение», 1963, № 6, с. 155—161.
18. Faruqi M. A. Metal forming with underwater explosion bubbles located between rigid and free surfaces.— «Int. J. Mach. Tool. Des Res.», 1976, vol. 16, N 4, p. 319—324.

УДК 533.6.011

О ГОМОТЕРМИЧЕСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЕ, ВЫЗВАННОЙ ДЕЙСТВИЕМ МГНОВЕННОГО МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В. Ф. Федоров

(Москва)

В [1] рассмотрено в адиабатическом приближении автомодельное движение газа, нагретого мгновенным точечным изотропным источником монохроматического излучения. Однако в случае сильного разогрева газа становится существенным влияние собственного излучения на движение.

В данной работе влияние излучения учитывается в рамках гомотермической модели, соответствующей большим значениям коэффициента теплопроводности [2].

Пусть в исходный момент времени внутренняя энергия, скорость и плотность газа удовлетворяют соотношениям

$$(1) \quad \varepsilon(r, 0) = A/r^2, \quad v(r, 0) = 0, \quad \rho(r, 0) = \rho_0.$$

Исходное состояние газа, описываемое (1), может быть получено за счет мгновенного выделения энергии E_0 в холодном газе с плотностью ρ_0