

УДК 536.24.241

О ПОЛЕ ТЕМПЕРАТУР, ВОЗНИКАЮЩЕМ ПРИ ДВИЖЕНИИ
РЕАГИРУЮЩЕЙ СФЕРЫ ПРИ МАЛЫХ КОНЕЧНЫХ ЧИСЛАХ
ПЕКЛЕ И РЕЙНОЛЬДСА

Ю. П. Гуапало, Ю. С. Рязанцев, А. Т. Чалюк

(Москва)

Получено решение задачи о порожденном поверхностью химической реакцией поле температур вне и внутри сферической частицы, движущейся в жидкости при малых конечных числах Рейнольдса. Задача решается методом сращиваемых асимптотических разложений [1] по малому тепловому числу Пекле в предположении, что реакция протекает в диффузационном режиме.

Ранее [2] было получено поле концентраций реагента вокруг движущейся частицы, на поверхности которой протекает химическая реакция первого порядка, при малых конечных числах Рейнольдса и Пекле. Ниже с использованием результатов работы [2] построено поле температур вне и внутри реагирующей сферы, обусловленное тепловым эффектом реакции.

1. Постановка задачи. Метод решения. Рассматривается движущаяся в вязкой жидкости сферическая частица, на поверхности которой протекает химическая реакция, сопровождающаяся выделением (поглощением) тепла. На большом расстоянии от частицы поток жидкости предполагается однородным, так что скорость потока, концентрация реагирующего вещества и температура потока имеют постоянные значения U , c_0 и T_0 соответственно. В окрестности частицы за счет вносимых ею возмущений однородность полей скорости, концентрации и температуры нарушается. Распределение скоростей при малых конечных числах Рейнольдса было найдено в работах [3,4], а распределение концентраций при малых конечных числах Рейнольдса и Пекле — в работе [2]. Основываясь на результатах работы [2], найдем при тех же условиях распределения температур вне и внутри частицы в случае малых конечных значений теплового числа Пекле.

Уравнения теплопроводности в безразмерных переменных для областей вне и внутри сферы можно записать в виде

$$\Delta \varphi = \frac{P_x}{r^2} \frac{\partial(\psi, \Phi)}{\partial(r, \mu)}, \quad 1 \leq r < \infty \quad (\mu = \cos \theta) \quad (1.1)$$

$$\Delta \Phi = 0, \quad 0 \leq r \leq 1 \quad (1.2)$$

$$\left(\varphi = L c_p \frac{T - T_0}{h}, \quad \Phi = L c_p \frac{T_1 - T_0}{h}, \quad L = \frac{\chi}{D}, \quad P_x = \frac{U a}{\chi} \right)$$

Здесь $T(r, \mu)$ и $T_1(r, \mu)$ — распределение температуры в потоке и внутри частицы, r — радиальная координата, отнесенная к радиусу частицы a , θ — угол между радиус-вектором и направлением скорости невозмущенного потока, Δ — осесимметричный сферический оператор Лапласа, c_p — теплоемкость жидкости, h — теплота реакции, χ — коэффициент температуропроводности, D — коэффициент диффузии, L — число Льюиса, P_x — тепловое число Пекле, ψ — безразмерная (отнесенная к Ua^2) функция тока.

Для безразмерной функции тока используем полученные в работах [3,4] внутреннее и внешнее асимптотические разложения, которые запишем в форме

$$\begin{aligned}\psi_* &= \frac{1}{4}(r-1)^2(1-\mu^2) \left[\left(1 + \frac{3}{8\sigma} P_x + \frac{9}{40\sigma^2} P_x^2 \ln P_x\right) \left(2 + \frac{1}{r}\right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{8\sigma} P_x \left(2 + \frac{1}{r} + \frac{1}{r^2}\right) \mu \right] + O(P_x^2) \quad (\sigma = \frac{v}{x})\end{aligned}\quad (1.3)$$

$$\begin{aligned}\psi^* &= \frac{1}{2} \rho^2 (1 - \mu^2) - \frac{3}{2} \sigma P_x (1 + \mu) \left[1 - \exp\left(-\rho \frac{1 - \mu}{2\sigma}\right) \right] + O(P_x^2) \\ (\psi^* &= \psi P_x^2, \quad \rho = r P_x)\end{aligned}\quad (1.4)$$

Здесь и в дальнейшем звездочка внизу или сверху означает внутреннее или внешнее асимптотическое разложение соответственно, ρ — сжатая радиальная координата, σ — число Прандтля.

Границные условия, выражающие однородность температуры вдали от частицы, непрерывность температуры и баланс тепла на ее поверхности, а также ограниченность температуры в центре частицы, имеют вид

$$r \rightarrow \infty, \quad \varphi \rightarrow 0 \quad (1.5)$$

$$r = 1, \quad \varphi = \Phi \quad (1.6)$$

$$r = 1, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \delta \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{\partial \xi}{\partial r} \quad \left(\delta = \frac{\lambda_1}{\lambda}, \quad \xi = \frac{c_0 - c}{c_0} \right) \quad (1.7)$$

$$r = 0, \quad \Phi < \infty \quad (1.8)$$

Здесь δ — отношение коэффициентов теплопроводности частицы λ_1 и жидкости λ , ξ — степень продвижения реакции, c — концентрация реагента в потоке.

В граничное условие (1.7) входит величина нормальной составляющей градиента степени продвижения реакции на поверхности частицы. Для определения этой величины воспользуемся результатами работы [2], ограничившись случаем реакции, протекающей в диффузационном режиме (константа скорости реакции велика по сравнению с отношением коэффициента диффузии к радиусу частицы). Получим

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial \xi}{\partial r}\right)_{r=1} &= -1 - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8} \mu\right) L P_x - \frac{1}{2} L^2 P_x^2 \ln P_x - \\ &- \left[\frac{1}{2} \left(Q + \ln L\right) + \frac{9}{16} \left(1 - \frac{1}{4S}\right) \mu - \frac{1}{64} \left(\frac{33}{7} - \frac{13}{5S}\right) \frac{3\mu^2 - 1}{2}\right] L^2 P_x^2 - \\ &- \frac{1}{4} \left[1 - \frac{3}{4} \left(1 + \frac{9}{20S^2}\right) \mu\right] L^3 P_x^3 \ln P_x + O(P_x^3) \quad (1.9) \\ Q &= -\frac{173}{160} + \gamma + \frac{S^2}{2} - \frac{S}{4} - (S+1)^2 \left(\frac{S}{2} - 1\right) \ln \left(1 + \frac{1}{S}\right) \quad (S = \sigma L)\end{aligned}$$

Сформулированная выше задача (1.1) — (1.9) близка к рассмотренной в работе [2]. Для решения ее, как и в [2], применим метод сращиваемых асимптотических разложений.

Внутреннее и внешнее асимптотические разложения приведенной температуры вне сферы будем искать в виде

$$\varphi_* = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n(P_x) \varphi_n(r, \mu) \quad (1.10)$$

$$\varphi^* = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^{(n)}(P_x) \varphi^{(n)}(\rho, \mu) \quad (1.11)$$

Асимптотическое разложение решения внутри сферы, как показывают условия на поверхности (1.6) и (1.7), следует искать в виде, аналогичном (1.10)

$$\Phi = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n (P_x) \Phi_n (r, \mu) \quad (1.12)$$

Относительно функций $\alpha_n (P_x)$ и $\alpha^{(n)} (P_x)$ предполагается лишь, что порядок их малости по P_x увеличивается с ростом n .

Члены разложений (1.10), (1.12) будут последовательно определяться из уравнений (1.1), (1.2) с граничными условиями (1.6) — (1.8) с учетом (1.9), причем фигурирующая в (1.1) функция тока задана внутренним разложением (1.3).

Члены разложения (1.11) определим из уравнения (1.1) и условия (1.5), записанных во внешних переменных ($\rho = rP_x$, $\psi^* = \psi P_x^2$)

$$\Delta^* \psi^* = \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial (\psi^*, \varphi^*)}{\partial (\rho, \mu)} ; \quad \rho \rightarrow \infty, \quad \varphi^* \rightarrow 0 \quad (1.13)$$

Здесь Δ^* — осесимметричный оператор Лапласа, полученный из Δ заменой r на ρ , функция $\psi^* = \psi^* (\rho, \mu)$ определяется разложением (1.4).

Остающиеся неопределенными при решении задач (1.1) — (1.3), (1.6) — (1.9) и (1.13), (1.4) произвольные постоянные на каждом этапе решения определяются путем сращивания разложений (1.10) и (1.11).

2. Нулевое и первое приближения. Построение решения начинается с определения нулевого члена внешнего разложения. Очевидно, задаче (1.13), (1.4) удовлетворяет решение

$$\varphi^{(0)} = 0 \quad (2.1)$$

Для нулевых членов разложений (1.10), (1.12) из (1.1) — (1.3), (1.6) — (1.9) при $P_x = 0$ получим

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \sum_{m=0}^{\infty} (a_{0m} r^m + b_{0m} r^{-m-1}) P_m (\mu) \\ \Phi_0 &= \sum_{m=0}^{\infty} (a_{0m} + b_{0m}) r^m P_m (\mu) \\ b_{00} &= 1, \quad (\delta - 1) m a_{0m} + (\delta m - m + 1) b_{0m} = 0 \quad (m \geq 1) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь $P_m (\mu)$ — полиномы Лежандра.

Определив постоянные a_{0m} , b_{0m} путем асимптотического сращивания φ_0 с $\varphi^{(0)}$, получим

$$\varphi_0 = r^{-1}, \quad \Phi_0 = 1 \quad (2.3)$$

Очевидно, что выражения (2.3) описывают распределение температуры вне и внутри покоящейся сферической частицы с поверхностной неизотермической реакцией, протекающей в диффузационном режиме.

Записав φ_0 как функцию внешней переменной ρ , найдем, что во внешнем разложении $\alpha^{(1)} = P_x$. Тогда для определения первого приближения $\varphi^{(1)}$ для внешнего разложения получим из (1.13), (1.4) задачу, идентичную рассмотренной ранее [2] при нахождении $\xi^{(1)}$. При сращивании $\varphi^{(1)}$ с φ_0 из (2.3) видно, что φ_0 отличается от соответствующей функции ξ_0 из [2] лишь постоянной при r^{-1} . Поэтому можно сразу записать $\varphi^{(1)}$ в виде

$$\varphi^{(1)} = \rho^{-1} \exp [1/2 \cdot 0 (\mu - 1)] \quad (2.4)$$

Переходя в (2.4) к внутренней переменной r и разложив $\varphi^{(1)}$ в ряд по P_x , находим, что во внутреннем разложении $a_1 = P_x$. Для определения φ_1 и Φ_1 в двучленном внутреннем разложении получим из (1.1) — (1.3), (1.6) — (1.9) следующую задачу:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_1 &= -\frac{1}{r^2} \left(1 - \frac{3}{2r} + \frac{1}{2r^3}\right) \mu, \quad \Delta\Phi_1 = 0 \\ r &= 1, \quad \varphi_1 = \Phi_1, \quad \frac{\partial\varphi_1}{\partial r} - 6 \frac{\partial\Phi_1}{\partial r} = -L \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8} \mu\right) \\ r &= 0, \quad \Phi_1 < \infty \end{aligned} \quad (2.5)$$

Решение задачи (2.5) имеет вид

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4r} - \frac{1}{8r^3}\right) \mu + \sum_{m=0}^{\infty} (a_{1m}r^m + b_{1m}r^{-m-1}) P_m(\mu) \\ \Phi_1 &= -\frac{3}{8}r\mu + \sum_{m=0}^{\infty} (a_{1m} + b_{1m}) r^m P_m(\mu) \\ b_{10} &= \frac{1}{2}L, \quad (\delta - 1)a_{11} + (\delta + 2)b_{11} = \frac{3}{8}(3 + \delta - L) \\ (\delta - 1)m a_{1m} + (\delta m + m + 1)b_{1m} &= 0 \quad (m \geq 2) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Сращиванием $\varphi_{*1} = \varphi_0 + P_x\varphi_1$ с $\varphi^{*(1)} = \varphi^{(0)} + P_x\varphi^{(1)}$ определим постоянные a_{1m} , b_{1m} . Получим

$$\varphi_1 = -\frac{1}{2} + \frac{L}{2r} + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4r} + \frac{3}{8r^2} \frac{3+\delta-L}{2+\delta} - \frac{1}{8r^3}\right) \mu \quad (2.7)$$

$$\Phi_1 = (L-1) \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8} \frac{r}{2+\delta} \mu\right) \quad (2.8)$$

3. Второе и третье приближения. Двучленное внутреннее разложение, записанное во внешних переменных, показывает, что трехчленное внешнее разложение имеет вид

$$\varphi^{*(2)} = \varphi^{(0)} + P_x\varphi^{(1)} + P_x^2\varphi^{(2)} \quad (3.1)$$

Для $\varphi^{(2)}$ из (1.13) с использованием (1.4), (2.1), (2.4) получаем

$$\begin{aligned} \Lambda\varphi^{(2)} &= -\frac{3}{4} \frac{\sigma}{\rho^3} \left(\frac{\sigma+1}{\sigma} + \frac{2}{\rho} - \frac{\sigma-1}{\sigma} \mu\right) \exp\left(\rho \frac{\sigma+1}{\sigma} \frac{\mu-1}{2}\right) - \\ &- \frac{3}{4} \frac{\sigma}{\rho^3} \left(1 + \frac{2}{\rho} - \mu\right) \exp\left(\rho \frac{\mu-1}{2}\right), \quad \Lambda = \Lambda^* - \mu \frac{\partial}{\partial\rho} - \frac{1-\mu^2}{\rho} \frac{\partial}{\partial\mu} \quad (3.2) \\ \rho &\rightarrow \infty, \quad \varphi^{(2)} \rightarrow 0 \end{aligned}$$

Задача (3.2) совпадает с рассмотренной ранее [2]. Используя полученное в [2] решение и определив неизвестные постоянные сращиванием $\varphi^{*(2)}(\rho, \mu)$ с $\varphi_{*1}(r, \mu)$, находим выражение для асимптотики $\varphi^{(2)}(\rho, \mu)$

$$\begin{aligned} \varphi^{(2)}(\rho, \mu) &= \frac{1}{2\rho} \left(L - \frac{3}{2}\mu\right) - \frac{1}{2} \ln \rho + \zeta(L, \sigma) + \quad (3.3) \\ &+ \frac{1}{4} \left[L + \frac{3}{4\sigma} - \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{5\sigma} - \frac{1}{10\sigma^2}\right) \rho \ln \rho\right] \mu - \frac{5}{24} \left(1 + \frac{3}{10\sigma}\right) \frac{3\mu^2 - 1}{2} + O(\rho) \\ \zeta(L, \sigma) &= -\frac{1}{4} \sigma^2 + \frac{1}{8} \sigma + \frac{25}{24} - \frac{L}{4} - \frac{\gamma}{2} + \frac{1}{4} (\sigma + 1)^2 (\sigma - 2) \ln \left(1 + \frac{1}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

Формула (3.3) показывает, в частности, что во втором приближении для внешнего разложения появляется логарифмическая особенность. Переходя в (3.3) к внутренней переменной, найдем коэффициент a_2 во внутреннем разложении (1.10)

$$\alpha_2(P_x) = P_x^2 \ln P_x$$

Из (1.10), (1.12), (1.1) — (1.3), (1.6) — (1.9) получим для φ_2 и Φ_2 соотношения, аналогичные соотношениям (2.2) (с заменой $a_{0m} \rightarrow a_{2m}$, $b_{0m} \rightarrow b_{2m}$), с тем лишь отличием, что $b_{02} = \frac{1}{2}L^2$. Поэтому после сращивания φ_{*2} с $\varphi^{*(2)}$ сразу получим

$$\varphi_2 = \frac{1}{2}(L^2 / r - 1), \quad \Phi_2 = \frac{1}{2}(L^2 - 1)$$

Одновременно со вторым приближением соотношение (3.3) дает возможность получить и третье приближение для внутреннего разложения. Из (3.3) следует, что $a_3 = P_x^2$. Функция $\varphi_3(r, \mu)$ удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_3 &= \sum_{n=0}^2 Y_n(r) P_n(\mu) \\ Y_0(r) &= \frac{1}{3r} - \frac{1}{2r^2} + \frac{3}{16} \left(\eta - \frac{2}{9} \right) \frac{1}{r^4} + \frac{1}{8r^5} - \frac{3\eta}{16r^6} + \frac{1}{12r^7} \\ Y_1(r) &= \left(\frac{L}{4} + \frac{3}{16\sigma} \right) \left(-\frac{2}{r^2} + \frac{3}{r^3} - \frac{1}{r^5} \right), \quad \eta = \frac{3+\delta-L}{2+\delta} \\ Y_2 &= -\frac{1}{3r} + \frac{5}{4r^2} - \frac{3}{4} \left(\eta + \frac{3}{2} \right) \frac{1}{r^3} + \frac{15}{16} \left(\eta + \frac{4}{9} \right) \frac{1}{r^4} - \frac{5}{16r^5} - \\ &\quad - \frac{3\eta}{16r^6} + \frac{5}{48r^7} + \frac{3}{16\sigma} \left(\frac{2}{r^2} - \frac{3}{r^3} + \frac{1}{r^4} - \frac{1}{r^5} + \frac{1}{r^6} \right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Общее решение уравнения (3.4)

$$\begin{aligned} \varphi_3 &= \sum_{m=0}^{\infty} [\varphi_{3,m}(r) + a_{3m}r^m + b_{3m}r^{-m-1}] P_m(\mu) \\ \varphi_{3,0} &= \frac{r}{6} - \frac{\ln r}{2} + \frac{3}{32} \left(\eta - \frac{2}{9} \right) \frac{1}{r^2} + \frac{1}{48r^3} - \frac{\eta}{64r^4} + \frac{1}{240r^5} \\ \varphi_{3,1} &= \left(\frac{L}{4} + \frac{3}{16\sigma} \right) \left(1 - \frac{3}{2r} - \frac{1}{4r^3} \right) \\ \varphi_{3,2} &= \frac{r}{12} - \frac{5}{24} + \frac{1}{8} \left(\eta + \frac{3}{2} \right) \frac{1}{r} - \frac{15}{64} \left(\eta + \frac{4}{9} \right) \frac{1}{r^2} + \\ &+ \frac{\ln r}{16r^3} - \frac{\eta}{32r^4} + \frac{5}{672r^5} + \frac{3}{16\sigma} \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{2r} - \frac{1}{4r^2} + \frac{\ln r}{5r^3} + \frac{1}{6r^4} \right) \\ \varphi_{3,m} &= 0 \quad (m \geq 3) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Сращиванием $\varphi_{*3} = \varphi_0 + P_x \varphi_1 + P_x^2 \ln P_x \varphi_2 + P_x^2 \varphi_3$ при $r \rightarrow \infty$ с внешним разложением $\varphi^{*(2)} = P_x \varphi^{(1)} + P_x^2 \varphi^{(2)}$ при $\rho \rightarrow 0$ находим константы a_{3m}

$$a_{30} = \zeta(L, \sigma), \quad a_{31} = -\frac{1}{4}, \quad a_{3m} = 0 \quad (m \geq 2) \quad (3.6)$$

Из (1.2), (1.12) с учетом (1.6), (1.8) имеем для члена порядка P_x^2 в асимптотическом разложении решения внутри сферы

$$\Phi_3 = \sum_{m=0}^{\infty} [\varphi_{3,m}(1) + a_{3m} + b_{3m}] r^m P_m(\mu) \quad (3.7)$$

Границное условие (1.7) позволяет теперь определить константы b_{3m} . В силу (3.5) — (3.7), (1.9) получим соотношения

$$\begin{aligned}\varphi_{30}'(1) - b_{30} &= -\frac{L^2}{2}(Q + \ln L) \\ \varphi_{31}'(1) + \frac{\delta-1}{4} + (2+\delta)b_{31} - \delta p_{31}(1) &= \frac{9L^2}{16}\left(\frac{1}{45L} - 1\right) \\ \varphi_{32}'(1) - (3+2\delta)b_{32} - 2\delta p_{32}(1) &= \frac{L^2}{64}\left(\frac{33}{7} - \frac{13}{565L}\right) \\ b_{3m} &= 0 \quad (m \geq 3)\end{aligned}$$

Отсюда

$$\begin{aligned}b_{30} &= -\frac{\eta+3}{8} + \frac{L^2}{2}(Q + \ln L) \\ b_{31} &= \frac{9\eta}{645} + \left(1 - \frac{3}{4}\eta\right)\left(1 + \frac{3}{4}L\right) + \frac{9L^2}{16}\frac{1+\delta}{2+\delta} \\ b_{32} &= \frac{1}{3+2\delta}\left(\frac{87+46\delta}{672} + \frac{45+9\delta}{32}\eta - \frac{2+\delta}{32\sigma}\eta + \frac{2+3L}{320\sigma} - \frac{33L^2}{448}\right)\end{aligned}\quad (3.8)$$

Итак, третий член внутреннего разложения имеет вид (3.5), где коэффициенты a_{3m} , b_{3m} задаются формулами (3.6), (3.8) соответственно.

4. Поле температур вне и внутри частицы. Поток тепла на поверхность частицы. Выражение для распределения температуры в окружающем частицу потоке имеет вид (вблизи частицы)

$$\begin{aligned}\varphi_* &= \frac{1}{r} + P_x\left[-\frac{1}{2} + \frac{L}{2r} + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4r} + \frac{3\eta}{8r^2} - \frac{1}{8r^3}\right)\mu\right] + \\ &+ P_x^2 \ln P_x \left(-\frac{1}{2} + \frac{L^2}{2r}\right) + P_x^2 \left\{\zeta - \frac{r}{4} + \sum_{m=0}^2 [\varphi_{3,m}(r) + b_{3m}r^{-m-1}] P_m(\mu)\right\}\end{aligned}\quad (4.1)$$

Здесь $\varphi_{3,m}(r)$ и b_{3m} определяются формулами (3.5), (3.8). Поле температур внутри частицы

$$\begin{aligned}\Phi &= 1 + P_x(L-1)\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{8}\frac{r\mu}{2+\delta}\right) + \frac{1}{2}P_x^2 \ln P_x (L^2 - 1) + \\ &+ P_x^2 \sum_{m=0}^2 A_{3m} r^m P_m(\mu) \\ A_{30} &= -\frac{49}{240} - \frac{3\eta}{64} + \zeta + \frac{L^2}{2}(Q + \ln L) \\ A_{31} &= \frac{1-L}{645(2+\delta)}(9 - 125L - 165), \quad A_{32} = \frac{1-L}{64(3+2\delta)}\left[\frac{33}{7}(L+1) + \right. \\ &\left. + \frac{3}{2+\delta} - \frac{13}{55}\right]\end{aligned}\quad (4.2)$$

При $L = 1$, как легко проверить, $\Phi = 1$. Это подтверждает тот факт, что в случае подобия полей концентраций и температур температура частицы должна оставаться постоянной.

Тепловое число Нуссельта определяется формулой

$$N = - \int_{-1}^1 \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=1} d\mu \quad (4.3)$$

Вычисление показывает, что число Нуссельта можно записать в следующем виде, совпадающем с соответствующим выражением работы [2] при

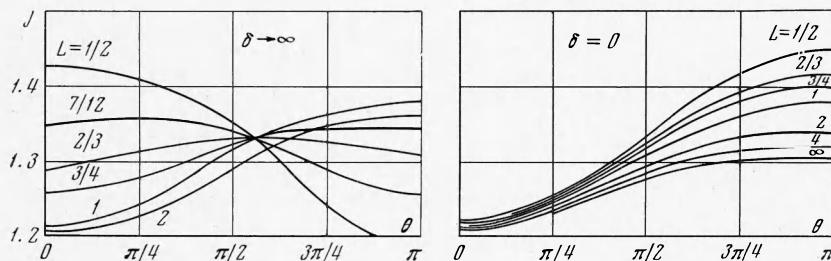
$$k \rightarrow \infty : N = 2 + P + P^2 \ln P + P^2 Q$$

где Q определяется (1.9), $P = P_x L$.

На фигурах приведены распределения локального теплового потока на сферическую частицу в зависимости от числа Льюиса. Локальный тепловой поток на частицу равен

$$\begin{aligned} j &= -\frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=1} = 1 + P_x \left[\frac{L}{2} - \left(\frac{9}{8} - \frac{3}{4} \frac{3+\delta-L}{2+\delta} \right) \mu \right] + \frac{L^2}{2} P_x^2 \ln P_x + \\ &+ P_x^2 \left\{ \frac{L^2}{2} (Q + \ln L) - \frac{3}{4(2+\delta)} \left[\delta \left(\frac{L}{4} + \frac{3}{16\delta} - 1 \right) + \frac{3L}{8\delta} - \frac{3L^2}{2} \right] \mu - \right. \\ &\left. - \frac{3}{4(3+2\delta)} \left[\frac{29+11\delta-7L}{56(2+\delta)} \delta - \frac{13\delta}{120\delta} + \frac{L^2}{16} \left(\frac{33}{7} - \frac{13}{5\delta L} \right) \right] \frac{3\mu^2-1}{2} \right\} \end{aligned}$$

Кроме числа Льюиса в качестве параметров сюда входят число Прандтля $\sigma = v/\chi$, тепловое число Пекле и отношение коэффициентов теплопроводности сферы



и окружающей среды. Значения σ и диффузионного числа Пекле фиксируются: $\sigma = 1$, $P = 1/2$. Числа L берутся в пределах от 0.5 до 2, что соответствует реальным значениям для многих газов и жидкостей. Тогда

$$P_x = P / L = 1/2 L^{-1}$$

$$\begin{aligned} j &= 1.163 + 0.125Q - P_x 0.375\mu - P_x^2 [(3/16L - 39/4)\mu + 0.034(3\mu^2 - 1)/2] \quad \text{при } \delta \rightarrow \infty \\ j &= 1.163 + 0.125Q - 0.1875\mu - 0.25 [(9/64L^{-1} - 9/16)\mu + 3/128(33/7 - 13/5L^{-1})(3\mu^2 - 1)/2] \quad \text{при } \delta = 0 \end{aligned}$$

Графики показывают, что при $\delta \rightarrow \infty$ в точке набегания потока на частицу ($\theta = \pi$) локальный тепловой поток сначала растет с ростом числа Льюиса, потом, когда число Льюиса становится больше единицы, начинает медленно падать. Это видно и из выражения для j при $\delta \rightarrow \infty$: $\partial j / \partial L > 0$ при $L = 1$, $\partial j / \partial L < 0$ при $L = 2$.

В лобовой части существует такое значение угла $\theta \approx 103^\circ$, при котором j практически не зависит от числа Льюиса для всех $L \leq 1$. В кормовой точке ($\theta = 0$) плотность теплового потока с ростом L падает.

В случае $\delta = 0$ локальный тепловой поток на частицу уменьшается с ростом L , а для каждого отдельного значения L он плавно уменьшается от наибольшего своего значения в точке набегания потока ($\theta = \pi$) до наименьшего в кормовой точке ($\theta = 0$).

Поступила 7 XII 1971

ЛИТЕРАТУРА

1. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М., «Мир», 1967.
2. Гупало Ю. П., Рязанцев Ю. С. О массо- и теплообмене сферической частицы в ламинарном потоке вязкой жидкости. ПММ, 1971, т. 35, № 2.
3. Poundman I., Pearson J. R. A. Expansions at small Reynolds number for the flow past a sphere and a circular cylinder. J. Fluid Mech., 1957, vol. 2. p. 3, pp. 237—262.
4. Карлун S., Lagerstrom P. A. Asymptotic expansions of Navier — Stokes solutions for small Reynolds numbers. J. Math. Mech., 1957, vol. 6, p. 585.