

*А. Г. Иванов, В. А. Огородников, Е. С. Тюнькин*

**ПОВЕДЕНИЕ ОБОЛОЧЕК  
ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИМПУЛЬСНОЙ НАГРУЗКИ.  
МАЛЫЕ ВОЗМУЩЕНИЯ**

Исследование поведения тонкостенных конструкций и их элементов (оболочек, стержней и т. п.) под действием импульсных нагрузок относится к числу быстроразвивающихся разделов механики деформируемого тела; одно из направлений изучения связано с неустойчивостью оболочек. Качественная картина явления сводится к следующему. При нагружении идеальной оболочки равномерно распределенной внешней импульсной нагрузкой все ее элементы имеют одинаковые начальные радиальные скорости, направленные к оси. Если возникающие напряжения достигают величины динамического предела текучести материала оболочки, то начинается течение, которое продолжается до тех пор, пока начальная кинетическая энергия оболочки не израсходуется на работу пластического деформирования. В результате получается оболочка меньшего радиуса и большей толщины. Однако имеющие место несовершенства в оболочках и неравномерность в нагрузках могут приводить к некоторому разбросу в значениях скоростей и конечных перемещений по поверхности оболочки, т. е. к малым возмущениям радиального схождения в материале. Отклонение оболочки от круговой формы увеличивается под действием скимающих окружных наряжений. Возникающее при этом движение может при определенных условиях сопровождаться потерей устойчивости. Оболочка, потерявшая устойчивость, сохранит выпущенную форму, если был превышен предел упругости материала.

Представляет интерес выяснение основных факторов (начальные геометрия и скорость оболочки, физико-механические свойства ее материала), контролирующих такое движение.

1. Явление динамической упругой неустойчивости и динамической потери устойчивости за пределами упругости материала цилиндрических оболочек под действием внешней импульсной нагрузки исследовалось в ряде работ [1—7]. Так, в [2, 3] установлено, что при относительно низких амплитудах нагрузки, когда материал оболочки находится в упругой области ( $W_0/c < \varepsilon_s$ ,  $W_0$ ,  $c$  — начальная скорость оболочки и скорость звука,  $\varepsilon_s$  — деформация материала при достижении предела текучести), возмущенная форма оболочки, определяемая числом волн (складок) в окружном направлении, оценивается как  $n_1 = (2R_0/a)(W_0/c)^{1/2}$  ( $R_0$ ,  $a$  — начальные средний радиус и толщина оболочки).

При относительно высоких уровнях нагрузки, когда материал оболочки находится в пластическом состоянии ( $W_0/c \geq \varepsilon_s$ ), возмущенная форма оболочки из вязкопластического материала, согласно [1], имеет вид  $n_2 = (\sqrt{b}R_0/a)(\sigma_t/E_h)^{1/2}$  ( $\sigma_t$  — напряжение на  $\sigma$  —  $\varepsilon$ -диаграмме при  $\varepsilon = 0,2\%$ ,  $E_h$  — модуль упрочнения).

С учетом того обстоятельства, что образование волн в окружном направлении оболочки происходит в результате взаимодействия между мембранный и изгибной формами деформации, составляющими реакцию оболочки на импульсную нагрузку, в [4] развит единый подход определения преобладающих форм в упругой и пластической стадиях реакции оболочек, который приводит к соотношению

$$n_3 = \frac{2,1R_0}{a} \left\{ \left( \frac{\sigma_t}{E_h} \right)^2 + \left( \frac{E}{E_h} \right) \left( \frac{W_0}{c} \right)^2 \right\}^{1/4}$$

( $E$  — модуль Юнга).

В [7] движение границ плоского вязкоупругого кольца по инерции к центру исследовано на устойчивость по отношению к малым гармоническим возмущениям границ, вектора скорости и тензора напряжений. Из анализа полученных асимптотик решения задачи вытекает, что в процессе схождения к центру малые возмущения неограниченно возрастают на внешней границе оболочки и имеют волновой характер на внутренней границе с ограниченной амплитудой. Соотношение, определяющее волновое число, при котором отмечается неустойчивость формы, записано в виде  $n_* = (4\mu/R_1)(2/\rho\sigma_s)^{1/2}$  ( $\mu$  — вязкость материала оболочки,  $R_1$  — внутренний радиус остановки кольца,  $\sigma_s$  — динамический предел текучести).

2. В настоящей работе приведены новые экспериментальные данные по неустойчивому схождению оболочек, выполненных из стали Ст. 3 и свинца С1 в состоянии поставки. В экспериментах использовались цилиндрические оболочки с отношением длины к диаметру, равным  $\sim 5$ . Чистота обработки поверхности оболочек соответствовала шестому классу. На боковую поверхность оболочек из стали наносился слой пластилического взрывчатого вещества (ВВ) толщиной  $h$ , имеющего плотность  $1,51 \text{ г/см}^3$  и скорость детонации  $7,8 \text{ км/с}$ . Оболочка с зарядом ВВ заключалась в металлический экран (оболочку толщиной  $H$ ) [8], в ряде случаев экран, как и в [1, 9], не применялся. В опытах с оболочками из свинца между наружной поверхностью оболочки и слоем ВВ был равномерный воздушный зазор  $2,8 \text{ мм}$ . При этом слой ВВ размещался на внутренней поверхности экрана. Один из торцов таких оболочек закрывался сплошным диском с нанесенным на его поверхность слоем ВВ. Детонация возбуждалась в центре диска (на оси оболочки) и радиально распространялась к слою ВВ, расположенному на боковой поверхности оболочки (или экрана), так что ее нагружение осуществлялось в режиме скользящей детонации.

Было установлено, что для цилиндрических оболочек есть критические значения их относительных толщин ( $\delta_* = a/R_{20}$ ,  $R_{20}$  — наружный радиус оболочки), меньше которых оболочка сходится неустойчиво. Так, для исследуемых оболочек из стали и свинца значения  $\delta_*$  составили  $\sim 10$  и  $30\%$  соответственно.

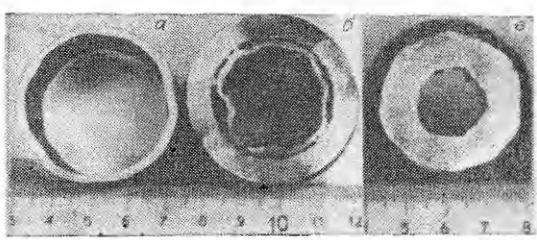
В опытах использовались оболочки с  $\delta \leq \delta_*$ , для которых при нагружении реализовалось инерционное осесимметричное схождение, когда начальная кинетическая энергия оболочки полностью переходит в процессе схождения в работу пластилического деформирования и оболочка останавливается на некотором радиусе. Это позволяло после опытов производить контроль поперечного сечения деформированных оболочек и определять визуально наблюдаемое число волн (складок) в окружном направлении  $N$ . В некоторых опытах с оболочками из стали толщиной, большей критической, специально реализовывался откол толщиной  $\delta_- < \delta_*$  [9]. В этом случае основная масса оболочки толщиной  $\delta_+ > \delta_*$  смешалась незначительно без потери устойчивости формы, а исследовалась неустойчивость схождения откольного слоя. В опытах с оболочками из стали изменялись начальные относительная толщина и скорость оболочки, а в опытах с оболочками из свинца — начальная скорость оболочек.

Постановка и результаты всех опытов представлены в таблице, где  $\varepsilon_{2*} = R_{20} - R_{2*}/R_{20}$  — средняя относительная деформация оболочки после остановки,  $\varepsilon = W_0/R_{20}$  — начальная скорость деформации материала оболочки. За начальную скорость оболочки  $W_0$  принимались ее значения, определяемые в серии I из законов сохранения [10], в серии II по результатам численного счета [9], в серии III по результатам измерения скорости свинцовой пластины в плоской системе с зазором. Здесь же приведены значения  $n_1 \dots n_4$ . При их вычислении использовались характеристики материала с учетом их зависимости от скорости деформации [11, 12] для стали ( $\mu = 4,7 \cdot 10^4 \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$ ,  $\sigma_t/E_h = 0,10$ ,  $E/E_h = 82$ ,  $\sigma_s = 1 \text{ ГПа}$ ) и для свинца ( $\mu = 3,7 \cdot 10^3 \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$ ,  $\sigma_t/E_h = 0,15$ ,  $E/E_h = 100$ ,  $\sigma_s = 30 \text{ МПа}$ ).

Материал	Серия	Номер опыта	Оболочка		Экран		ВВ	$W_0$ , м/с	$\varepsilon \cdot 10^4$	$\varepsilon_{2\pi} \cdot 10^4$	$R_1$ , мм	$N$	$n_1$	$n_2$	$n_3$	$n_4$
			$R_{20}$	$a$	Материал	$H$										
			мм	мм	мм	мм										
Сталь	I	1	22,5	1,87	D16	1	0,25	179	0,8	8,9	18,5	10	5	9	15	5
		2	22,2	1,82	D16	1	0,41	227	1,0	16,7	16,0	12	5	9	17	6
		3	22,5	1,88	D16	2	0,51	324	1,5	28,0	13,5	12—13	6	9	19	7
		4	22,5	1,78	Ст.3	2	0,67	393	1,8	42,2	4,0	16	7	9	22	24
		5	22,4	1,20	D16	1	0,49	330	1,5	44,4	10,0	12—14	10	14	30	10
Сталь (откол)	II	6	20,7	2,50	—	—	3,00	400	2,0	32,0	6,0	5	5	6	14	16
		7	20,0	1,50	—	—	2,00	300	1,5	28,0	14,0	8—9	7	10	20	7
		8	20,0	0,60	—	—	0,59	167	1,0	3,4	18,0	12—14	12	25	41	5
Свинец	III	9	22,0	6,00	D16	1	0,33	20	0,1	16,0	12,0	5—6 (12...15)	1	3	3	3
		10	22,0	6,00	D16	3	0,36	30	0,2	25,0	9,0	5—6 (12...15)	1	3	3	4

На рисунке показаны фотографии сечений некоторых оболочек после нагружения: сплошной оболочки из стали, расслоенной отколом оболочки из стали и сплошной оболочки из свинца (соответственно опыты 1, 7, 10); анализ поперечных сечений, сохраненных после нагружения оболочек, свидетельствует о том, что как для сплошных оболочек из стали (a), так и для слоев, отколавшихся в процессе нагружения от сплошных стальных оболочек (b), возмущенные внутренние и наружные границы синхронно следят друг за другом независимо от начальной скорости оболочки; такое поведение не свойственно для оболочек из свинца (c), для них характерно наличие основной возмущенной формы ( $N^0 = 5 \dots 6$ ), на которую накладываются дополнительные возмущения примерно с удвоенной частотой ( $N^b = 12 \dots 15$ ). Особенно наглядно это проявляется для внутренней границы оболочки. Аналогичное поведение оболочек наблюдалось в экспериментах по осесимметричному обжатию продуктами взрыва цилиндрических оболочек из дюралиюминия D16 [7]. Заметим, что амплитуда возмущений как на наружной, так и на внутренней границе у исследованных в данной работе оболочек и откольных слоев падает с уменьшением радиуса их остановки (или увеличением интенсивности нагрузки), что не согласуется с поведением асимптотик из [7].

Анализ экспериментальных данных, приведенных в таблице, показывает, что изгибная форма деформации стальных оболочек в пластической стадии их реакции контролируется как интенсивностью нагрузки (опыты 1—4), так и их начальной геометрией (опыты 6—8). Видно, что удовлетворительного соответствия между экспериментальными значениями номера формы  $N$  с расчетными  $n_1$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ ,  $n_4$  в целом не наблюдается. Для оболочек (опыты 1—5), нагружаемых импульсной нагрузкой различной интенсивности и находящихся в непосредственном контакте с продуктами взрыва, экспериментальные значения  $N$  заключены в области  $n_2 < N < n_3$ , что не противоречит выводам [4]. Для оболочек с различной начальной толщиной (опыты 6—8), являющихся откольными слоями, которые не находятся в контакте с продуктами взрыва, наблюдаемый номер формы лежит уже в других пределах ( $n_1 \leq N < n_4$ ). Причем результат опыта 8 ( $N = n_1$ ,  $N < n_2$ ,  $n_3$ ) можно объяснить, по-видимому, тем, что деформация оболочки невелика ( $\varepsilon_{2\pi} = 3,4\%$ ) и на ее поведение заметно влияет упругая реакция, которая происходит до и после пластической стадии [4]. Что касается оболочек из свинца, то в этом слу-



чае наблюдаемый номер формы не совпадает ни с одним из расчетных значений ( $N > n_1 \dots n_i$ ). Кроме того, как отмечено выше, здесь имеет место более сложная возмущенная форма границ оболочки, которая не укладывается, даже качественно, в рамки известных асимптотик (например, [7]).

Таким образом, подтверждено, что с уменьшением относительной толщины оболочки или с ростом ее начальной скорости увеличивается число возмущений на оболочке в окружном направлении. Вопрос о том, как материальные параметры оболочки ( $\rho_0, \sigma_s, \mu$ ) контролируют форму неустойчивого движения, требует более детального изучения, особенно в теоретическом плане. В целом надо признать справедливость утверждения из [13], что в настоящее время отсутствуют общепризнанные критерии исследованного типа неустойчивого движения оболочек.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Abrahamson G. R., Goodier J. N. Dynamic plastic-flow buckling of a cylindrical shell from uniform radial impulse // 4th U. S. National Congress of Applied Mechanics, Berkeley, 1962: Proc.— N. Y.: ASME, 1962.— V. 2.
2. Гудьер Дж., Макайвор И. Упругая цилиндрическая оболочка под действием радиального импульса, близкого к равномерному // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Прикл. механика.— 1964.— № 2.
3. Линдберг Х. Изгиб очень тонкой цилиндрической оболочки под действием импульсного давления // Там же.
4. Стюйвер В. О выпучивании колец под импульсным давлением // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Прикл. механика.— 1965.— № 3.
5. Флоренс А. Потеря устойчивости вязкопластичными цилиндрическими оболочками при импульсном нагружении // РТК.— 1968.— № 3.
6. Иванов А. Г., Минеев В. И., Тюнькин Е. С. Импульсное склонение стальных цилиндрических оболочек // Изв. АН СССР. МТТ.— 1982.— № 2.
7. Сериков С. В. Об устойчивости вязкопластического кольца // ПМТФ.— 1984.— № 1.
8. Огородников В. А., Садовой А. А., Софронов В. Н., Тюнькин Е. С. Экспериментально-расчетное исследование обжатия цилиндрических оболочек взрывом с учетом диссипативных процессов // Тр. В Всскоуз. совещ. по детонации.— Красноярск, 1991.— Т. 2.
9. Иванов А. Г., Софронов В. Н., Тюнькин Е. С. Особенности осесимметрического склонения откольных слоев в стальных цилиндрических оболочках // ПМТФ.— 1984.— № 3.
10. Иванов А. Г., Кочкин Л. И., Огородников В. А., Тюнькин Е. С. Особенности разгона пластин скользящей ДВ при наличии присоединенной или сосредоточенной массы // ФГВ.— 1990.— № 5.
11. Степанов Г. В. Упругопластическое деформирование материалов под действием импульсных нагрузок // Киев: Наук. думка, 1979.
12. Malatynski M., Klepaczko J. Experimental investigation of plastic properties of lead over a wide range of strain rates // Intern. J. Mech. Sci.— 1980.— V. 22.
13. Каршишин А. В., Жуков А. И., Колесов В. Г. и др. Методы динамических расчетов и испытаний тонкостенных конструкций.— М.: Машиностроение, 1989.

г. Арзамас-16

Поступила 18/VI 1991 г.,  
в окончательном варианте — 30/VI 1991 г.

УДК 539.2

E. A. Ланкина

#### ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИНЫ В СТРУКТУРНО-НЕОДНОРОДНОМ КОМПОЗИТЕ

Рассматривается плоская задача для упругого одностороннего композита с трещиной, растянутого на бесконечности постоянным напряжением  $\sigma$ . Ось  $y$  совпадает с направлением армирования. Если размеры связующего  $H$  и волокон  $h$  малы по сравнению с длиной трещины, макро-

© Е. А. Ланкина, 1992

8\*

115