УДК 534.222.2

ЭНЕРГИЯ АСИМТОТИЧЕСКИ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ТОЧЕЧНОГО ВЗРЫВА ДЛЯ ВЗРЫВА ЗАРЯДА КОНЕЧНОГО ОБЪЕМА В СОВЕРШЕННОМ ГАЗЕ

С. К. Асланов, О. С. Голинский

(Одесса)

Для взрыва заряда конечного объема (ВЗКО) в совершенном газе из законов затухания ударных волн на больших расстояниях от места их возникновения [1, 2] следует существование асимптотически эквивалентного точечного взрыва (АЭТВ), т. е. такого точечного взрыва (ТВ), к параметрам ударной волны которого асимптотически стремятся параметры ударной волны ВЗКО. Указанный факт находится в соответствии с известными численными расчетами различных моделей ВЗКО [3—8].

Определение энергии АЭТВ может быть произведено непосредственно при помощи численных расчетов конкретных моделей ВЗКО [7, 8]. Точное аналитическое определение энергии АЭТВ в силу неизоэнтропичности разлета продуктов взрыва (ПВ), порождаемой вторичными ударными волнами [3, 9, 10], представляет собой в настоящее время неразрешимую задачу. В связи с этим возникает естественная потребность в теоретическом получении аналитических оценок энергии АЭТВ только по начальным параметрам ПВ и внешней газовой среды. В качестве приближенного значения энергии АЭТВ в [11, с. 447] принималась работа A'_{∞}, совершаемая продуктами мгновенной детонации над воздухом при изоэнтропическом расширении последних до давления невозмущенного воздуха. Однако такой подход не учитывает всех основных факторов, определяющих энергию АЭТВ, что приводит к ее заниженным значениям как по отношению к численным расчетам [7, 8], так и по отношению к результатам, полученным в [7] по экспериментальным данным [12].

В настоящей работе предложена методика определения энергии АЭТВ по исходному состоянию ПВ и коэффициенту их объемного расширения; проведена двусторонняя аналитическая оценка этой энергии. Для простейших моделей ВЗКО получены простые аналитические выражения для одной из границ указанной оценки, которые являются достаточно хорошим приближением для энергии АЭТВ. Точность приближений, найденных в предположении изоэнтропичности разлета ПВ, ограничена влиянием вторичных ударных волн.

1. Пусть в некоторой точке O неограниченного пространства, заполненного однородным покоящимся газом с давлением p_0 и показателем адиабаты γ, в момент времени $t = 0$ мгновенно выделяется конечная энергия E_0, т. е. происходит ТВ [13]. Выберем произвольную замкнутую контрольную поверхность S, ограничивающую конечный объем V, содержащий внутри себя точку O, и определим полный поток энергии сквозь эту поверхность.

В начальный момент времени полная энергия газа внутри объема V равна сумме его внутренней энергии $E = p_0V/(\gamma - 1)$ и энергии E_0, выделившейся при ТВ. На основании известных результатов численных расчетов задачи о ТВ [13] заключаем, что в пределе при $t \to \infty$ газ внутри объема V будет покоиться, его давление станет равным давлению p_0, а полная энергия — энергии E. Следовательно, сквозь контрольную поверхность S за время полного выравнивания давления возмущенного газа вытекает вся энергия, выделившаяся при ТВ.

Используя это характерное свойство ТВ, определим энергию АЭТВ для ВЗКО в однородном покоящемся газе с давлением p_0, плотностью ρ_0 и показателем адиабаты γ. Пусть покоящаяся горючая смесь занимает объем $V_н$, ограниченный сферой радиуса r_0, и характеризуется произвольно распределенными по лагранжевой координате m плотностью ρ_c, удельной теплотой взрыва Q и показателем адиабаты γ_c. За лагранжеву координату m принимается масса газа, заключенного в объеме шара радиуса r. Отвлекаясь от конкретной модели взрыва, будем считать, что начальное состояние ПВ определяется скоростью $u_1(m)$, давлением $p_1(m)$, плотностью $\rho_1(m)$ и показателем адиабаты $\gamma_1(m)$.

При решении поставленной задачи процесс разлета ПВ предполагаем адиабатическим. Для упрощения дальнейших выкладок исходную горючую смесь заменим горючей смесью с параметрами ρ_c, Q^0, γ_1, обеспечивающей одинаковое с первой начальное состояние ПВ. При этом в силу закона сохранения энергии эффективная удельная теплота взрыва

$Q^0 = Q + (\gamma_1 - \gamma_c)p_0/(\gamma_c - 1)(\gamma_1 - 1)\rho_c$, а соответствующая ей эффективная энергия взрыва

$$(1.1) \qquad E^0 = \int_0^{m_0} Q^0 dm$$

(m_0 — масса горючей смеси).

Выберем в качестве контрольной поверхность S, ограничивающую объем $V_к$ расширившихся до давления p_0 ПВ. В начальный момент времени энергия газа в объеме $V_к$ равна сумме начальной энергии ПВ

$$(1.2) \qquad E_н = \int_0^{m_0} \left[\frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho_1(\gamma_1 - 1)} \right] dm$$

и энергии невозмущенного газа, заключенного в разности объемов $V_к$ и $V_н$:

$$(1.3) \qquad E_2 = \int_0^{m_0} \left(\frac{1}{\rho_к} - \frac{1}{\rho_1} \right) \frac{p_0}{\gamma - 1} dm$$

($\rho_к(m)$ — плотность расширившихся ПВ). Энергия расширившихся ПВ

$$(1.4) \qquad E_3 = \int_0^{m_0} \frac{p_0}{\gamma_1 - 1} \frac{dm}{\rho_к}.$$

Тогда на основании закона сохранения энергии находим, что

$$(1.5) \qquad E_\infty = E_н + E_2 - E_3$$

выражает энергию, протекающую через выбранную контрольную поверхность или через любую другую, содержащую ее внутри себя. Поэтому E_∞ — энергия АЭТВ.

При вычислении E_∞ в силу закона сохранения энергии выражение для $E_н$ (1.2) можно заменить ему эквивалентным

$$(1.6) \qquad E_н = E^0 + E_1,$$

где эффективная внутренняя энергия горючей смеси

$$(1.7) \qquad E_1 = \int_0^{m_0} \frac{p_0}{\rho_c(\gamma_1 - 1)} dm.$$

Аналогично энергии E_∞ определим работу A_∞, совершаемую над внешней газовой средой ПВ, расширяющимися до давления p_0:

$$(1.8) \qquad A_\infty = E_н - E_3.$$

Будем говорить, что A_∞ определяет работоспособность ПВ. Сравнивая (1.5) и (1.8), находим $E_\infty - A_\infty = E_2$. Таким образом, E_∞ больше A_∞ на величину энергии невозмущенного газа, вытесняемого расширяющимися ПВ из разности объемов $V_к$ и $V_н$.

2. При постоянном значении показателя адиабаты ПВ γ_1 выражения (1.5) и (1.8) в соответствии с (1.1)—(1.7) преобразуются к виду

$$(2.1) \qquad E_\infty = E^0 - \frac{(\gamma - \gamma_1)(V_к - V_н)}{(\gamma - 1)(\gamma_1 - 1)} p_0;$$

$$(2.2) \qquad A_\infty = E^0 - \frac{V_к - V_н}{\gamma_1 - 1} p_0.$$

Из (2.1) следует, что неравенство $E_\infty \gtrless E^0$ ($\gamma_1 \gtrless \gamma$) связано с различием свойств ПВ и внешней газовой среды, выражающимся разными значениями их показателей адиабаты.

Для априорной оценки энергии E_∞ воспользуемся вытекающим непосредственно из (2.1), (2.2) равенством

$$E_\infty = \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma - 1} E^0 + \frac{\gamma - \gamma_1}{\gamma - 1} A_\infty. \tag{2.3}$$

Используя справедливое при $E^0 > 0$ неравенство $A_\infty > 0$, находим простую аналитическую оценку

$$E_\infty \gtrless \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma - 1} E^0 \quad (\gamma \gtrless \gamma_1), \tag{2.4}$$

которая при сделанных выше предположениях учитывает влияние на энергию E_∞ вторичных ударных волн, образующихся при ВЗКО. Коэффициент при E^0 в (2.4) имеет простой физический смысл: он равен отношению эффективных энергий продуктов мгновенной детонации со значениями показателей адиабаты γ_1 и γ и одинаковыми начальными избыточными давлениями.

3. В предположении сохранения энтропии в каждой индивидуальной частице разлетающихся ПВ справедливо равенство $\rho_1(m)/\rho_к(m) = [p_1(m)/p_0]^{1/\gamma_1(m)}$, позволяющее определить E'_∞ и A'_∞ в виде

$$E'_\infty = A'_\infty + [p_0/(\gamma - 1)] \int_0^{m_0} \{[(p_1/p_0)^{1/\gamma_1} - 1]/\rho_1\}\, dm; \tag{3.1}$$

$$A'_\infty = \int_0^{m_0} \left\{ \frac{u_1^2}{2} + \frac{p_1 - p_0}{\rho_1(\gamma_1 - 1)} - \frac{p_0}{\rho_1(\gamma_1 - 1)} \left[(p_1/p_0)^{1/\gamma_1} - 1 \right] \right\} dm, \tag{3.2}$$

т. е. исключительно по исходному состоянию ПВ и внешней газовой среды.

В частности, для разлетающихся продуктов мгновенной детонации с постоянными начальными значениями давления p_1 и показателя адиабаты γ_1

$$E'_\infty = \eta E^0, \quad A'_\infty = \alpha E^0. \tag{3.3}$$

Безразмерные характеристики ВЗКО (энергетический коэффициент η [7] и коэффициент α [11]) являются функциями безразмерного начального избыточного давления $\Delta p_1 = (p_1 - p_0)/p_0$:

$$\eta = 1 - \frac{\gamma - \gamma_1}{\gamma - 1} \varphi(\Delta p_1); \tag{3.4}$$

$$\alpha = 1 - \varphi(\Delta p_1) \quad \left(\varphi(\Delta p_1) = \left[(1 + \Delta p_1)^{1/\gamma_1} - 1\right]/\Delta p_1\right). \tag{3.5}$$

Для дальнейшего исследования нам будут полезны асимптотические представления для коэффициентов η и α: при $\Delta p_1 \ll 1$

$$\eta(\Delta p_1) = \frac{(\gamma_1 - 1)\gamma}{(\gamma - 1)\gamma_1} - \frac{\gamma_1 - \gamma}{2\gamma_1(\gamma_1 - 1)} \Delta p_1, \quad \alpha(\Delta p_1) = \frac{\gamma_1 - 1}{\gamma_1} + \frac{\gamma_1 - 1}{2\gamma_1^2} \Delta p_1; \tag{3.6}$$

при $\Delta p_1 \gg 1$

$$\eta(\Delta p_1) = 1 - \frac{\gamma - \gamma_1}{\gamma - 1} \Delta p_1^{-(\gamma_1 - 1)/\gamma_1}, \quad \alpha(\Delta p_1) = 1 - \Delta p_1^{-(\gamma_1 - 1)/\gamma_1}. \tag{3.7}$$

Из количественного анализа соотношений (3.4), (3.5), полученных в предположении изоэнтропичности разлета продуктов мгновенной детонации, следует, что расчет энергии E'_∞ по [11] приводит к занижению этой энергии на ~ 10 % даже для конденсированных ВВ. Для топливно-кислородных и топливно-воздушных смесей это занижение достигает 40—50 %. Возрастание энтропии ПВ за счет вторичных ударных волн приводит к увеличению объема $V_к$ расширившихся ПВ. Так как при этом ▌

$$A_\infty = A'_\infty - p_0 \Delta V_к/(\gamma_1 - 1), \quad E_\infty = E'_\infty - (\gamma - \gamma_1)\, p_0 \Delta V_к/(\gamma_1 - 1)(\gamma - 1) \tag{3.8}$$

($\Delta V_к$ — приращение объема расширившихся ПВ), то в силу вытекающего из (3.8) неравенства $A_\infty/E_\infty < A'_\infty/E'_\infty$ относительное занижение значения E_∞ при замене ее на A_∞ будет еще более существенным.

Для плотности расширившихся адиабатическим путем ПВ справедливо неравенство $\rho_1/\rho_к > (p_1/p_0)^{1/\gamma_1}$, позволяющее на основании (1.2)—(1.5) и (3.1) получить для E_∞ еще одну оценку: $E_\infty \gtrless E'_\infty$ $(\gamma_1 \gtrless \gamma)$. Последняя вместе с (2.4) дает для E_∞ важную двустороннюю оценку

$$\frac{\gamma_1-1}{\gamma-1}E^0 \gtrless E_\infty \gtrless E'_\infty \qquad (\gamma_1 \gtrless \gamma). \tag{3.9}$$

Определим теперь энергию АЭТВ для изоэнтропически разлетающихся продуктов детонации Чепмена — Жуге. В силу стационарности процесса распространения фронта такой детонационной волны энтропия для всех частиц продуктов детонации одинакова. Следовательно, давление $p_1(m)$ и плотность $\rho_1(m)$ связаны соотношением

$$p_1 = k\rho_1^{\gamma_1}, \tag{3.10}$$

где постоянная k определяется из условий на фронте детонационной волны как на скачке уплотнения с притоком тепла [13] в виде

$$k = \frac{p_0}{\rho_0^{\gamma_1}(\gamma_1+1)}\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_1+1}\right)^{\gamma_1}\frac{\left(1+B+\sqrt{B^2-\gamma_1^2}\right)^{\gamma_1+1}}{\left(B+\sqrt{B^2-\gamma_1^2}\right)^{\gamma_1}} \qquad \left(B = (\gamma_1^2-1)\,Q^0\rho_0 p_0^{-1}+\gamma_1\right).$$

Для расширившихся продуктов детонации из соотношения (3.10) находим выражение $\rho_к = (p_0/k)^{1/\gamma_1}$, подстановка которого в равенство (3.1) дает

$$E'_\infty = \eta E^0. \tag{3.11}$$

Здесь

$$\eta = 1 - \frac{\gamma-\gamma_1}{(\gamma-1)\,q}\left\{\frac{\gamma_1}{B_1}\left(\frac{1+B_1}{\gamma_1+1}\right)^{(\gamma_1+1)/\gamma_1} - 1\right\}; \tag{3.12}$$

$$q = \rho_1 Q^0(\gamma_1-1)/p_0, \quad B_1 = \gamma_1 + (\gamma_1+1)\,q + \sqrt{[\gamma_1+(\gamma_1+1)\,q]^2-\gamma_1^2}. \tag{3.13}$$

Из соотношений (3.10) следует, что в предельных случаях $q \ll 1$ и $q \gg 1$ для η справедливы асимптотические представления

$$\eta(q) = \frac{(\gamma_1-1)\gamma}{(\gamma-1)\gamma_1} + \frac{(\gamma-\gamma_1)(\gamma_1-1)}{3\gamma_1^2(\gamma-1)}\sqrt{\frac{2\gamma_1}{\gamma_1+1}q} \quad (q \ll 1); \tag{3.14}$$

$$\eta(q) = 1 - \frac{(\gamma-\gamma_1)\,\gamma_1 2^{1/\gamma_1}}{(\gamma-1)(\gamma_1+1)}q^{-(\gamma_1-1)/\gamma_1} \quad (q \gg 1). \tag{3.15}$$

На основании закона сохранения энергии начальное безразмерное избыточное давление мгновенной детонации выражается как $\Delta p_1 = \rho_1 Q^0(\gamma_1 - 1)/p_0$ и в силу (3.12) совпадает с эффективной безразмерной удельной теплотой взрыва q. Сопоставляя (3.7) и (3.15), приходим к заключению, что для $q \gg 1$ в силу имеющего место при $\gamma_1 \geqslant 1$ неравенства $0{,}942 < 2^{(1-\ln 2)/\ln 2}\ln 2 < \gamma_1 2^{1/\gamma_1}/(\gamma_1+1) < 1$ значение энергетического коэффициента для разлетающихся продуктов детонации Чепмена — Жуге больше (меньше) значения такового для разлетающихся продуктов мгновенной детонации при $\gamma_1 < \gamma$ $(\gamma_1 > \gamma)$. Как показал дополнительный численный анализ формул (3.4), (3.11) и соотношений (3.6), (3.14), сделанный выше вывод относительно значений энергетических коэффициентов для двух рассмотренных моделей взрыва имеет место при любых значениях

$q > 0$. Кроме того, относительное различие между значениями этих энергетических коэффициентов при $\gamma_1 > 1{,}1$ не превышает 3 %.

Конкретные значения энергий АЭТВ для разлетающихся продуктов детонации Чепмена — Жуге, полученные по формуле (3.11), хорошо согласуются (относительное расхождение не превышает 1 %) с найденными для пяти составов детонирующей газовой смеси в [8].

4. Пусть в произвольный после начала разлета ПВ момент времени t состояние газа в объеме V, ограниченном сферической поверхностью взрывной ударной волны, определяется функциями $p(m, t)$, $\rho(m, t)$, $u(m, t)$ и $\gamma(m)$ ($\gamma(m)$ — кусочно-постоянная функция, равная γ_1 для ПВ и γ для возмущенного ими газа). Считая разлет ПВ и возмущенного ими газа изоэнтропическим, найдем их суммарную работоспособность. С этой целью воспользуемся интегральной формулой (3.2). Заменяя в ней верхний предел интегрирования m_0 на лагранжеву координату ударной волны m_2, а в подынтегральном выражении функции u_1, p_1, ρ_1, γ_1 функциями u, p, ρ, γ, получим, что искомая работа

$$A = I_1 - I_2 - I_3, \quad I_1 = \int_0^{m_2} \left[\frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho(\gamma - 1)}\right] dm, \tag{4.1}$$

$$I_2 = \int_0^{m_0} \frac{p_0}{(\gamma_1 - 1)\rho_{\text{к}}(m)} dm, \quad I_3 = \int_{m_0}^{m_2} \frac{p_0}{(\gamma - 1)\rho_{\text{к}}(m)} dm.$$

Интеграл I_1 определяет полную энергию газа за ударной волной. Согласно закону сохранения энергии, он равен сумме эффективной энергии взрыва E^0, внутренней энергии горючей смеси, занимающей объем $V_{\text{н}}$, и начальной энергии внешней газовой среды, находящейся в разности объемов V и $V_{\text{н}}$:

$$I_1 = E^0 + \frac{p_0 V_{\text{н}}}{\gamma_1 - 1} + \frac{p_0 (V - V_{\text{н}})}{\gamma - 1}. \tag{4.2}$$

Интегралы I_2 и I_3 выражают остаточную энергию расширившихся до давления p_0 соответственно ПВ и возмущенного ими к рассматриваемому моменту времени газа. Условие сохранения энтропии в каждой индивидуальной частице газа за фронтом ударной волны позволяет представить I_2 в виде

$$I_2 = \frac{p_0}{\gamma_1 - 1} \int_0^{m_0} \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{1/\gamma_1} \frac{dm}{\rho_1}. \tag{4.3}$$

Это же условие позволяет при вычислении I_3 заменить интегрирование по пространству в данный момент времени интегрированием вдоль траектории фронта ударной волны, что дает

$$I_3 = \frac{p_0}{\gamma - 1} \int_{m_0}^{m_2} \left[\frac{p(m_2)}{p_0}\right]^{1/\gamma} \frac{dm_2}{\rho(m_2)}. \tag{4.4}$$

Тогда с учетом (4.1) и (4.2) находим

$$A(m_2) = A(m_0) - \frac{p_0}{\gamma - 1} \int_{m_0}^{m_2} \Phi \rho_0^{-1} dm_2. \tag{4.5}$$

Здесь $A(m_0) = A_\infty$, а функция Φ с помощью адиабаты Гюгонио может быть выражена следующим образом:

$$\Phi(\Delta p) = (1 + \Delta p)^{1/\gamma} \frac{(\gamma - 1)\Delta p + 2\gamma}{(\gamma + 1)\Delta p + 2\gamma} - 1 \tag{4.6}$$

($\Delta p = (p_2 - p_0)/p_0$ — относительное избыточное давление в ударной волне). Радиус фронта ударной волны r_2 связан с лагранжевой координатой m_2 соотношением $m_2 = m_0 + \delta(r_2^\nu - r_0^\nu)\rho_0/\nu$, где ν — показатель симметрии ($\nu = 1, 2, 3$ отвечает плоской, осевой и точечной симметрии), а $\delta = 2\pi(\nu - 1) + (\nu - 2)(\nu - 3)/2$. Введем в рассмотрение безразмерный радиус фронта ударной волны $R = r_2(p_0/\eta E^0)^{1/\nu}$. Обозначим через R_0 его начальное значение и преобразуем (4.5) к виду

$$A(R) = A(R_0) - \frac{\delta\eta E^0}{\gamma - 1}\int\limits_{R_0}^{R} \Phi(\Delta p)\, R^{\nu-1}dR. \tag{4.7}$$

Для простоты ограничимся ниже случаем разлетающихся продуктов мгновенной детонации с постоянным начальным распределением параметров. Тогда

$$A(R_0) = E^0[1 - \varphi_*(\Delta p_1)] \quad (\Delta p_1 = (\gamma_1 - 1)\nu/\delta R_0^\nu \eta(R_0)). \tag{4.8}$$

Переходя в (4.7) к пределу при $R_0 \to 0$ и учитывая, что в соответствии с (4.8) $\lim\limits_{R_0\to 0} A(R_0) = E^0$, получим выражение

$$A_{\text{ТВ}} = E^0\left(1 - \frac{\delta}{\gamma - 1}\int\limits_0^R \Phi(\Delta p)\, R^{\nu-1}dR\right), \tag{4.9}$$

справедливое при ТВ. На больших расстояниях от центра ВЗКО работа, которую суммарно могут совершить ПВ и возмущенная среда над невозмущенной, должна стремиться к значению таковой для АЭТВ. Из этого утверждения следует

$$\lim_{R\to\infty}[A(R)/\eta(R_0)] = \lim_{R\to\infty} A_{\text{ТВ}}(R).$$

Поскольку правая часть является константой, однозначно определяемой параметрами ТВ, то значение предела слева для ВЗКО не зависит от R_0; обозначая указанную константу A_*, находим

$$A_* = A(R_0)/\eta(R_0) - \frac{\delta E^0}{\gamma - 1}\int\limits_{R_0}^{\infty} \Phi(\Delta p)\, R^{\nu-1}dR. \tag{4.10}$$

С целью ее определения устремим в (4.10) $R_0 \to \infty$. Покажем, что

$$\lim_{R_0\to\infty}\int\limits_{R_0}^{\infty} \Phi(\Delta p)\, R^{\nu-1}dR = 0. \tag{4.11}$$

Действительно, так как избыточное давление продуктов мгновенной детонации

$$\Delta p_1 \ll 1 \quad (R_0 \gg 1), \tag{4.12}$$

а избыточное давление в ударной волне $\Delta p < \Delta p_1$, то имеет место неравенство $\Delta p \ll 1$ $(R_0 \gg 1)$. Последнее позволяет для подынтегральной функции $\Phi(\Delta p)$ использовать асимптотическую формулу $\Phi(\Delta p) = \beta\Delta p^3$ и представить интеграл (4.10) в виде

$$\int\limits_{R_0}^{\infty} \Phi(\Delta p)\, R^{\nu-1}dR = \beta(I_4 + I_5), \quad I_4 = \int\limits_{R_0}^{R_1} \Phi(\Delta p)\, R^{\nu-1}dR, \tag{4.13}$$

$$I_5 = \int\limits_{R_1}^{\infty} \Phi(\Delta p)\, R^{\nu-1}dR.$$

В качестве R_1 выбираем радиус фронта ударной волны, начиная с которого применимы известные асимптотические формулы для $\Delta p(R)$ [см., например, 13]

$$\Delta p(R) = a_1 R^{-0,5} \quad (\nu = 1),$$
$$\Delta p(R) = a_2 R^{-0,75} \quad (\nu = 2), \tag{4.14}$$
$$\Delta p(R) = a_3/R\sqrt{\ln R + a_4} \quad (\nu = 3)$$

(a_i — постоянные).

Так как при $R_0 \gg 1$ R_1 соответствует радиусу ударной волны, на котором последнюю догоняет образующаяся при распаде произвольного разрыва и отраженная от центра симметрии волна разрежения, то

$$R_1 = cR_0^2 \tag{4.15}$$

(c — постоянная).

С учетом (4.12), (4.15) и неравенства $\Delta p < \Delta p_1$ для интеграла I_4 получаем оценку $I_4 < [(\gamma_1 - 1)\nu/\delta]^3 c^\nu R_0^\nu$, откуда $\lim\limits_{R_0\to\infty} I_4 = 0$.

В свою очередь, подстановка (4.14) в интеграл I_5 дает для него асимптотические формулы

$$I_5 = 2a_1^3 R_1^{-0,5} \quad (\nu = 1),$$
$$I_5 = 4a_2^3 R_1^{-0,25} \quad (\nu = 2), \tag{4.16}$$
$$I_5 = 2a_3^3(\ln R_1 + a_4)^{-0,5} \quad (\nu = 3).$$

Из (4.16) находим, что $\lim\limits_{R_0\to\infty} I_5 = 0$. Тем самым справедливость равенства (4.11) доказана. Следовательно, $A_* = \lim\limits_{R_0\to\infty} [A(R_0)/\eta(R_0)]$. Переход к пределу осуществим с помощью (4.8). В результате $A_* = (\gamma - 1)E^0/\gamma$.

И окончательно соотношение (4.10) приводит к выражению интеграла энтропийиых потерь в ударной волне для ВЗКО:

$$\frac{\delta\eta(R_0)}{\gamma - 1}\int\limits_{R_0}^{\infty}\Phi(\Delta p) R^{\nu-1}\,dR = \alpha(R_0) - \frac{\gamma-1}{\gamma}\eta(R_0).$$

Устремляя здесь начальный радиус объема ПВ R_0 к нулю, находим интеграл энтропийных потерь для ТВ $\frac{\delta}{\gamma-1}\int\limits_0^\infty \Phi(\Delta p) R^{\nu-1}\,dR = \frac{1}{\gamma}$, вид которого совпадает с таковым, полученным в [9] другим способом.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ландау Л. Д.** Об ударных волнах на далеких расстояниях от места их возникновения // ПММ.— 1945.— Т. 9, вып. 4.
2. **Зельдович Я. Б.** Теория ударных волн и введение в газодинамику.— М.: Изд-во АН СССР, 1946.
3. **Chou Pei Chi, Huang Shin Lien.** Late stage equivalence in spherical blast as calculated by the method of caracteristics // J. Appl. Phys.— 1969.— V. 40, N 2.
4. **Lutzky M., Lehto D. L.** Scaling of spherical blasts // J. Appl. Phys.— 1970.— V 41, N 2.
5. **Фонарев А. С., Чернявский С. Ю.** Расчет ударных волн при взрыве сферических зарядов взрывчатых веществ в воздухе // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1968.— № 5.
6. **Ждан С. А.** Расчет взрыва газового сферического заряда в воздухе // ПМТФ.— 1975.— № 6.
7. **Голинский О. С., Дубнов Л. В., Романов А. И., Воронцов В. Р.** Исследование поведения некоторых параметров взрыва заряда конечного объема // XIII Всесоюз. конф. по вопр. испарения, горения и газовой динамики дисперсных систем: Тез. докл.— Одесса, 1979.
8. **Ждан С. А., Феденок В. И.** Параметры плоской ударной волны при взрыве смеси реагирующего газа // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1981.— Вып. 51.

9. **Губкин К. Е.** Распространение взрывных волн // Механика в СССР за 50 лет.— М.: Наука, 1970.— Т. 2.
10. **Коробейников В. П., Марков В. В., Путятин Б. В.** О расчете сходящихся течений газов // Динамика сплошной среды в Космосе и на Земле.— М.: ВАГО АН СССР, 1978.
11. **Физика** взрыва/Под. ред. К. П. Станюковича.— 2-е изд., перераб.— М.: Наука, 1975.
12. **Когарко С. М., Адушкин В. В., Лямин А. Г.** Исследование сферической детонации газовых смесей // Науч.-техн. пробл. горения и взрыва.— 1965.— Вып. 2.
13. **Седов Л. И.** Методы подобия и размерности в механике.— 8-е изд., перераб.— М.: Наука, 1977.

Поступила 19/VIII 1987 г.

УДК 534.222.2

ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ТЕЧЕНИЙ В ЗАДАЧАХ МЕТАНИЯ НЕСЖИМАЕМЫХ ПЛАСТИН ПРОДУКТАМИ ВЗРЫВА

А. В. Аттетков, М. М. Бойко, Л. Н. Власова, В. С. Соловьев

(Москва)

В настоящее время значительно возрос интерес к аналитическим методам решения одномерных газодинамических задач метания несжимаемых пластин [1—7]. Это вызвано тем, что использование предположений об изоэнтропичности течения продуктов детонации и несжимаемости метаемой пластины приводит к относительной простоте теоретических исследований, возможности получения аналитических решений, позволяет выявить основные газодинамические особенности возникающих течений, прогнозировать и оптимизировать газодинамические возможности анализируемых схем.

Большинство из изучаемых в [1—6] областей течения представляют собой центрированные волны разрежения, с той лишь разницей, что в зависимости от начальных и граничных условий задачи центры волн могут как принадлежать, так и находиться вне анализируемой области течения продуктов детонации. При этом возникают и области решения, когда семейства прямолинейных ($u \pm c$)-характеристик не имеют единственной точки пересечения (центра волны), а образуют огибающую, лежащую вне рассматриваемой области волны. Аналогичная ситуация возникает, например, при схождении характеристик в волне сжатия. Отличие заключается в том, что огибающая в последнем случае находится в области волны. Уравнение огибающей семейства характеристик простой волны сжатия получено в [7]. В данной работе изучается способ определения огибающей семейства характеристик волны разрежения. Анализируется метод нахождения решений плоских одномерных изоэнтропических уравнений газовой динамики в задачах метания несжимаемой пластины продуктами детонации, основанный на использовании уравнения огибающей волны разрежения.

Одна из возможных ситуаций, связанная с появлением огибающей в задаче метания пластины продуктами детонации, представлена на рис. 1 (*1* — траектория движения пластины, *2* — огибающая волны разрежения, *I* — анализируемая область течения продуктов детонации). В данном случае огибающую образует семейство прямолинейных ($u - c$)-характеристик. Такая область течения возникает, в частности, при метании пластины продуктами взрыва заряда ВВ, в котором реализуется режим детонации с переменным энерговыделением во фронте волны (см., например, [8]).

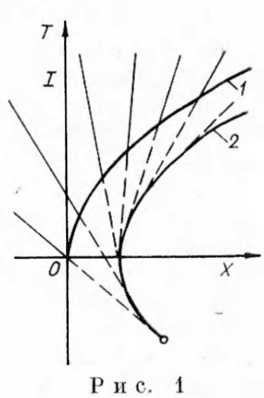

Рис. 1

Определим уравнение огибающей рассматриваемого семейства характеристик. Решение ищем в безразмерных переменных, используя в качестве единиц толщину l слоя ВВ, скорость детонации Чепмена — Жуге, время распространения волны детонации Чепмена — Жуге через слой ВВ толщиной l и массу слоя ВВ (на единицу площади). Соответствующие безразмерные переменные и параметры обозначим X, T, U, C, M.

Воспользуемся общим решением одномерных изоэнтропических уравнений газовой динамики. Вводя обозначение $\beta = U - C$, запишем решение