тельных тепловых потерь с ростом давления. Уменьшение тепловых потерь, связанных в основном с излучением (см., например, [3]), обусловлено ростом скорости распространения пламени с ростом давления. Известно также, что по мере распространения пламя ацетилена испытывает ускорение [2]. Следовательно, по мере удаления от места инициирования также может происходить повышение температуры, связанное с уменьшением тепловых потерь. Что касается влияния водорода на процесс сажеобразования, то, как показали наши опыты, оно несущественно. Например, количество ацетилена в первых двух опытах, приведенных в табл. 2, практически одинаково, а различие в начальных давлениях можно отнести в основном за счет водорода. При этом средние значения удельной поверхности сажи в этих опытах совпадают.

Поступила в редакцию
14/VII 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. П. А. Теснер, И. С. Рафалькес. Докл. АН СССР, 1951, 80, 401.
2. Б. А. Иванов. Физика взрыва ацетилена. М., «Химия», 1969.
3. G. A. Cummings, A. R. Hall, R. A. M. Straker. VIII Symposium on Combustion, Williams and Wilkins, 1962, 503.

УДК 536.46.

КРИТЕРИЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ МЕДЛЕННОГО ГОРЕНИЯ ГАЗОВЫХ СМЕСЕЙ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. Т. Граник
(Одесса)

Исследование поведения фронта пламени по отношению к малым возмущениям показало существование критерия, разделяющего устойчивый и неустойчивый режимы горения газовых смесей [1]. При этом полученный критерий обусловлен только внутренними факторами — скоростью, давлением и газодинамической структурой потока. В настоящей работе изучение устойчивости процесса медленного горения относительно малых возмущений проводится с учетом внешнего фактора — магнитного поля. Результаты [1, 2] выводятся из данного как предельные случаи, и удается получить в явном виде критерий, разделяющий устойчивый и неустойчивый режимы горения.

Рассмотрим стационарное плоское пламя, которое с постоянной скоростью $U \ll a$ (a — скорость звука) распространяется по электропроводящему идеальному газу, находящемуся в постоянном магнитном поле. Движение пламени происходит в отрицательном направлении оси x. В дальнейшем перейдем к системе координат, в которой пламя покоится.

Малая скорость движения газа позволяет пользоваться моделью несжимаемой жидкости. Преобразования горючей смеси в продукты сгорания осуществляется непрерывно в зоне пламени, занимающей некоторую область шириной L. Если считать, что химическая реакция заканчивается в некоторый момент времени на оси $x=0$, то пламенная зона располагается вверх по течению до $x=-L$.

Малое случайное возмущение в процессе горения приведет к возмущению зоны пламени как целого. Если число Альвена $N_{x1}=\frac{H_x}{\sqrt{4\pi\rho_1}}\times\frac{1}{U_1}<1$, то в несгоревшем газе «1» ($x<0$) появятся магнитоакустические возмущения, а в сгоревшем газе «2» ($x>0$) — магнитоакустические и магнитовихревые возмущения, переносимые относительно газа в неизменном виде с альвеновской скоростью. Такое горение назовем «быстрым».

Если число Альвена больше единицы, то в газе «1» существуют магнитоакустические и магнитовихревые возмущения. Такие же возмущения появляются и в газе «2». Такое горение назовем «медленным».

Решение линеаризованных уравнений магнитной гидродинамики для «быстрого» горения, удовлетворяющих естественному условию затухания при $|x|\to\infty$, будет

$$u'_{mx}=A_m\Psi_m+(m-1)\sum_{k=3}^{4}A_{mk}\Psi_{mk};\quad m=1,\ 2;$$

$$u'_{my}=(-1)^{m-1}iA_m\Psi_m-(m-1)\sum_{k=3}^{4}A_{mk}\Psi_{mk}\frac{iz+(-1)^{k-1}N_{ym}}{1-(-1)^{k-1}N_{xm}};$$

$$\frac{p'_m}{\rho_m U_m}=-\left[1+(-1)^{m-1}\frac{z}{\alpha^{m-1}}\right]A_m\Psi_m+(m-1)\times$$

$$\times\sum_{k=3}^{4}\left[N_{ym}\frac{N_{ym}+zi\dfrac{(-1)^{k-1}}{\alpha^{m-1}}}{1-(-1)^{k-1}N_{xm}}-(-1)^{k-1}N_{xm}\right]A_{mk}\Psi_{mk};\tag{1}$$

$$h'_{xm}=\frac{N_{xm}+i(-1)^{m-1}N_{ym}}{1+(-1)^{m-1}\dfrac{z}{\alpha^{m-1}}}A_m\Psi_m+(m-1)\sum_{k=3}^{4}(-1)^{k-1}A_{mk}\Psi_{mk};$$

$$h'_{ym}=i\left[\frac{N_{xm}+(-1)^{m-1}iN_{ym}}{\dfrac{z}{\alpha^{m-1}}+(-1)^{m-1}}\right]A_m\Psi_m+(m-1)\sum_{k=3}^{4}A_{mk}\Psi_{mk}\times$$

$$\times\frac{N_{ym}+\dfrac{zi}{\alpha^{m-1}}(-1)^{k-1}}{1-(-1)^{m-1}N_{xm}};\quad h'_{x,\,ym}=\frac{h_{x,\,ym}}{\sqrt{4\pi\rho_m}};$$

$$z=-\frac{i\omega}{k_1U_1};\quad \alpha=\frac{U_2}{U_1}=\frac{H_1}{H_2}=\frac{\rho_1}{\rho_2};\quad N_{x,\,ym}=\frac{H_{x,\,ym}}{\sqrt{4\pi\rho_m}U_m};$$

$$\Psi_m=\Psi_0\exp\left[(-1)^{m-1}k_1x\right];\ \Psi_0=\exp\left[ik_1y-i\omega t\right];$$

$$\Psi_{mk}=\Psi_0\exp\left[k_1\frac{iz+(-1)^{k-1}N_{ym}}{1-(-1)^{k-1}N_{xm}}\right];\quad k_1=\frac{2\pi}{\lambda}.$$

Для медленного горения решение записывается аналогично.

Сопряжение возмущенных состояний по обе стороны от пламени можно провести, пренебрегая его внутренней структурой и принимая классическую модель разрывного фронта. Это возможно, если заранее предположить, что ширина зоны горения L мала по сравнению с длиной волны λ возмущения пламени как целого. Поэтому воспользуемся законами сохранения потока массы и импульса и условиями сохранения нормальной составляющей магнитного поля и касательной составляющей электрического поля на фронте пламени $x=0$. Линеаризуя эти законы, получим:

$$u'_{x2} - \frac{\partial\varepsilon}{\partial t} = \alpha\left(u'_{x1} - \frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right);$$

$$\frac{p'_1}{\rho_1 U_1} + 2u'_{x1} + N_{y1}N_{x1}\frac{\partial\varepsilon}{\partial y} + N_{y1}h'_{y1} = \frac{p'_2}{\rho_2 U_2} + 2u'_{x2} + N_{y2}\left(N_{x2}\frac{\partial\varepsilon}{\partial y} + h'_{y2}\right);$$

$$u'_{y1} + U_1\frac{\partial\varepsilon}{\partial y}\left(1 - N_{x1}^2 + N_{y1}^2\right) - N_{y1}h'_{x1} - N_{x1}h'_{y1} = u'_{y2} + U_2\frac{\partial\varepsilon}{\partial y}\left(1 - N_{x2}^2 + \right.$$
$$\left. + N_{y2}^2\right) - N_{y2}h'_{x2} - N_{x2}h'_{y2}; \qquad (2)$$

$$h'_{x1} - N_{y1}\frac{\partial\varepsilon}{\partial y} = h'_{x2} - N_{y2}\frac{\partial\varepsilon}{\partial y};$$

$$N_{y1}\left(u'_{x1} - \frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right) + h'_{y1} + N_{x1}u'_{y1} = \sqrt{\alpha}\left[N_{y2}\left(u'_{x2} - \frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right) + h'_{y2} + N_{x2}u'_{y2}\right].$$

При этом оказывается, что последние два условия совпадают. Малое смещение фронта пламени представим в виде бегущей волны

$$\varepsilon = A_0\Psi_0.$$

Для замыкания полученной системы из четырех уравнений для пяти неизвестных A_0, A_1, A_2, A_{23}, A_{24}, необходимо вывести еще одно условие, связанное с процессами внутри зоны горения «з» ($-L<x<0$). С целью упрощения этой зоны заменим ее потоком с постоянными параметрами плотности ρ_3, давления p_3, скорости U_3 и магнитного поля H_3. Тогда из закона сохранения массы и нормальной составляющей магнитного поля получим:

$$q = \frac{U_3}{U_1} = \frac{\rho_1}{\rho_3} = \frac{T_3}{T_1} = \frac{H_1}{H_3} = \alpha - \frac{\alpha - 1}{e}.$$

Возмущение пламени как целого изменит его полную энергию, что приведет к ее изменению в возмущенном газе. Кроме этого, возмущенный газ получит дополнительное приращение энергии, вызванное ее изменениями внутри пламенной зоны шириной L. Это означает, что

$$W_1 + \delta W = W_2, \qquad (3)$$

где полная энергия единицы объема пламени как целого

$$W_1 = \rho_1\left[c_{v1}T_1 + \frac{1}{2}\left(U_1 + \frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right)^2 + \frac{H_{y1}^2 + H_{x1}^2}{8\pi\rho_1}\right], \qquad (4)$$

а полная энергия единицы объема возмущенного газа на переднем фронте пламени

$$W_2 = \rho_1\left[c_{v1}T_1\left(1 + \frac{T'_1}{T_1}\right) + \frac{1}{2}\left(U_1 + u'_{x1}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(u'_{y1}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{(H_x + h_{x1})^2}{8\pi\rho_1} + \frac{(H_{y1} + h_{y1})^2}{8\pi\rho_1}\right], \qquad (5)$$

T' — возмущение температуры.

Найдем приращение полной энергии единицы объема газа, происходящее внутри пламенной зоны. Для этого рассмотрим в ней элементарный слой толщиной dx. При смещении элементарного объема газа по произвольной траектории вдоль указанного слоя изменение полной энергии объема будет

$$\frac{\partial W_з}{\partial S_{mp}}, \tag{6}$$

где $W_з$ — полная энергия единицы объема газа внутри пламенной зоны:

$$W_з = \rho_з\left[c_{Vз}T_з\left(1+\frac{T'_з}{T_з}\right)+\frac{1}{2}(U_з+u'_{xз})^2+\frac{1}{2}(u'_{yз})^2+\right.$$
$$\left.+\frac{(H_x+h_{xз})^2}{8\pi\rho_з}+\frac{(H_{yз}+h_{yз})^2}{8\pi\rho_з}\right]. \tag{7}$$

Если проинтегрировать выражение (6) по рассматриваемой траектории от $x=0$ до $x=-L$, то получим искомое приращение полной энергии δW. Интегрирование проведем по переменной x, так как $dS_{mp}\approx dx$. В связи с тем, что в решении используются только линейные члены, то уравнение траектории возьмем в невозмущенном виде

$$S_{mp}=x=U_з(t'-t).$$

Возмущения скорости $u'_{xз}$ и магнитного поля $h'_{x,yз}$ выражаются через такие же возмущения в исходной смеси «1». Действительно, на границе пламени $x=-L$ магнитоакустическая волна, переходя в область «1», преломляется в волну с параметрами u'_{x1}, h'_{x1}, h'_{y1}. Тогда из законов сохранения массы, нормальной компоненты магнитного поля и импульса получим:

$$u'_{xз}=qu'_{x1};\quad h'_{xз}=\sqrt{q}\,h'_{x1};$$

$$\sqrt{q}\,h'_{yз}=\frac{q}{N^2_{x1}-q}\left[h'_{y1}(N^2_{x1}-1)+N_{x1}N_{y1}h'_{x1}\left(1-\frac{1}{q}\right)\right].$$

Используя эти равенства, линеаризуем уравнения (4), (5), (7). В результате получим условие обратной связи

$$\left.(u'_{x1}+N_{x1}h'_{x1}+N_{y1}h'_{y1})\right|_{x=0}-\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}=qU_1\int\limits_{t-\tau}^{t}\frac{\partial}{\partial x}\left[qu'_{x1}+N_{x1}h'_{x1}+\right.$$
$$\left.\left.+\frac{N_{y1}}{q(N^2_{x1}-q)}(N^2_{x1}-1)\,h'_{y1}+h'_{x1}N_{x1}N_{y1}\left(1-\frac{1}{q}\right)\right]\right|_{x=U_з(t'-t)}dt'.$$

$\tau=L/U_з$.

Отсюда как предельные случаи вытекают условия С. К. Асланова при N_{x1}, $N_{y1}\to 0$ и условия Л. Д. Ландау [2] при $N_{x1,2}$, $N_{y1,2}$, $\tau\to 0$. Физически это означает, что уравнение работы [1] получим, если в приведенном выше анализе учтем только кинетическую энергию единицы объема газа, что справедливо только для несжимаемых сред. Для сжимаемых жидкостей в полученных соотношениях нельзя пренебрегать внутренней энергией, т. е. членами, пропорциональными T'/T.

Рассмотрим частный случай горения в поперечном магнитном поле $H_x=0$. Здесь существует режим только «быстрого» горения, а возмущения направлены так, что нормаль к их фронту лежит в плоскости $x=0$ и может составлять произвольный угол θ с направлением магнитного поля аналогично [3]. Подставляя решения (1) в систему краевых условий, приходим к однородной линейной системе из пяти уравнений относительно A_0, A_1, A_2, A_{23}, A_{24}. Из условия нетривиальности ее решений получили следующее характеристическое уравнение для нахождения собственного числа z:

$$\left(z-\alpha-i\frac{N_1}{\sqrt{\alpha}}\right)\left(z-\alpha+i\frac{N_1}{\sqrt{\alpha}}\right)\left\{(1+z)\left[z^2\frac{\alpha+1}{\alpha}+2z-(\alpha-1)\right]+\right.$$

$$+\frac{N_1^2}{\alpha}\left[(z^2-2z)(\alpha-1)+2\alpha^2 z+\frac{(\alpha-1)^2}{\alpha}(1+z)+(\alpha-1)\alpha\right]-$$

$$\left.-\frac{N_1^4}{\alpha^2}(\alpha-1)^2+(1+z)\frac{\varphi(\alpha-1)}{1+\frac{z}{q}}\left(q+\frac{N_1^2}{q}\right)\left(\frac{z^2}{\alpha}+2z+1+\frac{N_1^2}{\alpha^2}-\frac{N_1^2}{\alpha}\right)\right\}\equiv$$

$$\equiv f(z)=0; \qquad (9)$$

$$\varphi=1-\exp\left[-\xi\left(\frac{z}{q}+1\right)\right]; \quad \xi=2\pi\frac{L}{\lambda};$$

$$N_1=\mathrm{N}_{y1}\cos\theta.$$

Корни $z=\alpha\pm i\frac{N_1}{\sqrt{\alpha}}$ не имеют физического смысла, так как отвечают совпадению магнитовихревых возмущений (прямого и обратного) с магнитоакустическими. При $N_1=0$ получим хорошо известный результат Л. Д. Ландау и С. К. Асланова, в котором физически неверный корень $z=\alpha$ отброшен из-за невозможности совпадения вихревого возмущения с акустическим.

Поскольку уравнение (9) допускает в $\xi=N_1=0$ регулярное решение, то его можно искать для $\xi\ll 1$, $N_1\ll 1$ в виде разложения

$$z=z_0+z_1\xi+z_2N_1^2,$$

$$z_0=\frac{\alpha}{\alpha+1}\left(\pm\sqrt{\alpha+1-\frac{1}{\alpha}}-1\right), \qquad (10)$$

$$z_1=-\frac{\alpha-1}{\alpha+1}\alpha q\frac{z_0+1}{\frac{\alpha+1}{\alpha}z_0+1}<0,$$

$$z_2=-\frac{1}{\frac{\alpha+1}{\alpha}z_0+1}\left[z_0(2\alpha^4+\alpha^2+\alpha-\alpha^3+1)+(\alpha-1)(\alpha^3+\alpha^2-1)\right]<0.$$

Первый член z_0 совпадает с решением Л. Д. Ландау [2] и показывает неустойчивость горения к очень длинным волнам возмущений. Второй член z_1 дает решение С. К. Асланова [1], свидетельствующее о стабилизирующем действии уменьшения длины волны. Последний член разложения z_2 определяет стабилизирующее влияние внешнего фактора — магнитного поля и не зависит от длины волны.

С целью нахождения критерия неустойчивости выясним поведение $f(z)$ при $z>0$. В случае $z=\infty$ для главных членов $f(z)$, имеющих порядок z_3, можно записать

$$\frac{\alpha+1}{\alpha}z^3>0.$$

При $z=0$ получим

$$f(0)=\left(1-\frac{\alpha-1}{\alpha^2}N_1^2\right)\left[\left(q-\frac{N_1^2}{q^2}\right)(1-e^{-\xi})-(1-N_1^2)\right].$$

Достаточным критерием неустойчивости рассматриваемого горения в этом случае будет условие $f(0)<0$, что обеспечивает существование, по крайней мере, одного положительного корня уравнения (9). Отсюда находим следующую форму этого критерия:

$$\frac{\lambda}{L} > \left(\frac{\lambda}{L}\right)_0 \equiv \frac{2\pi}{\ln\frac{q}{q-1} + \ln\left(q^2 - \frac{N_1^2}{q}\right) - \ln\left[q^2 + N_1^2(q+1)\right]}. \tag{11}$$

В силу $\lambda > 0$, $L > 0$ получим, что параметр $N_1^2 < 1$.

Так как могут существовать области, где угол $\theta = \frac{\pi}{2}$, то полученный критерий не отличается от критерия в обычной газодинамике. Таким образом, в «быстром» режиме горения наложение поперечного магнитного поля не может привести к полной стабилизации пламени. Это хорошо согласуется с критерием, получаемым из характеристического уравнения для модели разрывного фронта. Применяя в этом случае критерий Рауса — Гурвица к уравнению (9), получим, что условие абсолютной устойчивости будет

$$N_1^2 > \frac{\alpha^2}{\alpha - 1}. \tag{12}$$

Видно, что существуют такие области значений угла θ, где (12) не выполняется, и «быстрое» горение поэтому неустойчиво.

Рассмотрим еще один частный случай «быстрого» горения в продольном магнитном поле $H_y = 0$. Если провести исследование, аналогичное случаю $H_x = 0$, то получим, что критерием неустойчивости горения для такого режима будет

$$\frac{\lambda}{L} > \left(\frac{\lambda}{L}\right)_0 \equiv \frac{2\pi}{\ln(q + N_{x1}^2) - \ln(q-1)}. \tag{13}$$

Видно, что знаменатель этого выражения больше, чем для критерия в обычной газодинамике [1]. Это означает, что зона устойчивости здесь сужается по сравнению с обычной газодинамикой. Например, для $\alpha = 6$ и $N_{x1} = 0{,}8$ из (13) определим $\left(\frac{\lambda}{L}\right)_0 = 15$. Учитывая область приложимости наших результатов, для устойчивости достаточно $10 < \frac{\lambda}{L} < 15$. Видно, что интервал устойчивости в 3 раза меньше, чем в [1].

Полученный результат хорошо согласуется с предельным случаем разрывного фронта $L = 0$. Исследуя характеристическое уравнение для $L = 0$, находим, что критерий Рауса — Гурвица не выполняется и горение для такой модели будет неустойчивым. На самом деле это означает, что наложение продольного магнитного поля в «быстром» горении действует дестабилизирующе.

Если обратиться к случаю «медленного» горения в продольном магнитном поле ($N_{x1} > 1$, $H_y = 0$), то при помощи исследования подобного «быстрому» горению получим, что критерием неустойчивости горения в этом случае станет неравенство

$$\frac{\lambda}{L} < \left(\frac{\lambda}{L}\right)_0 = \frac{2\pi}{\ln\frac{q + N_{x1}(N_{x1} + \sqrt{\alpha} - 1)}{q-1}}.$$

Таким образом, зону устойчивости определим отсюда следующим образом

$$\frac{\lambda}{L} > \frac{2\pi}{\ln\frac{q + N_{x1}(N_{x1} + \sqrt{\alpha} - 1)}{q-1}}.$$

При возрастании магнитного поля ширина зоны устойчивости также возрастает. Это указывает на возможность полной стабилизации пламени для «медленного» горения в продольном магнитном поле при достаточно больших значениях поля. Аналогичный результат получим при рассмотрении разрывного фронта, где критерием устойчивости будет неравенство $N_{x1} > \sqrt{\alpha} + \frac{1}{2}$. Отметим, что случай «медленного горения не является предельным к обычной газодинамике.

Поступила в редакцию
24/VII 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. С. К. Асланов, ФГВ, 1965, **1**, 3.
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред, М., ГИТТЛ, 1954.
3. С. И. Сыроватский. ЖЭТФ, 1954, **27**, 1.

УДК 550.348.425+624.131.551

ОСОБЕННОСТИ ОБРАЗОВАНИЯ ПРОВАЛЬНЫХ ВОРОНОК

В. В. Адушкин, Л. М. Перник
(Москва)

Опыт проведения крупных подземных взрывов [1] показывает, что в слабосвязанных грунтах при глубине заложения заряда больше оптимальной, т. е. свыше 40÷50 *м/кт*$^{1/3}$ (*кт* — килотонн), и вплоть до приведенной глубины 200 *м/кт*$^{1/3,4}$ в подавляющем большинстве случаев происходит оседание поверхности с образованием воронки. Воронки, которые образуются в этой области глубин заложения в результате обрушения грунта в камуфлетную полость, обычно называют провальными. Факт образования провальных воронок зависит главным образом от прочностных характеристик грунта, степени разрыхления при обрушении, а также от геологических особенностей массива, его трещиноватости и неоднородности. При фиксированном типе грунта возможность образования провальной воронки определяется масштабом взрыва. Так, например, в аллювии [1] взрывы зарядов весом около 100 *кг* образуют провальные воронки лишь до глубины заложения примерно 100 *м/кт*$^{1/3,4}$, тогда как при взрывах мощностью порядка 1 *кт* эта область расширяется до 200 *м/кт*$^{1/3,4}$. Т. е. при увеличении мощности взрыва на четыре порядка высота столба обрушения в аллювии возрастает от 6 до 14 радиусов камуфлетной полости. В туфе взрывы порядка 1 *кт* вызывают образование столба обрушения высотой 5÷6 радиусов полости, и при увеличении мощности, как правило, образуются провальные воронки, например, взрывы «Бланка», «Симмарон» и «Хузик» [2], у которых глубина заложения достигала соответственно 6,8; 7,2 и 9,3 радиуса полости. В скальных породах при мощности взрыва порядка 1 *кт* высота столба обрушения достигает 3÷5 радиусов полости, и провальная воронка не образуется. Однако наблюдения показывают, что при увеличении масштаба взрыва отношение высоты столба обрушения к радиусу полости растет, следовательно, и в скальной породе следует ожидать образования провальных воронок.