

**О ГИПОТЕЗЕ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ ДЕВИATORОВ  
В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ  
И НЕИЗМЕННЫХ ГЛАВНЫХ ОСЯХ**

*B. C. Наместников*

*(Новосибирск)*

1. Одной из основных гипотез, при помощи которых строятся теории ползучести для сложного напряженного состояния, является гипотеза пропорциональности девиаторов напряжений и деформаций или скоростей деформаций. В работе [1] было показано на основе анализа результатов экспериментов ряда авторов, что при постоянных нагрузках гипотеза пропорциональности девиаторов выполняется с точностью до 10%. При ползучести в условиях переменных нагрузок, сопровождающихся поворотом главных осей напряжений, гипотеза пропорциональности не выполняется [1]. Представляет интерес изучить, будет ли выполняться гипотеза пропорциональности девиаторов, если нагрузка меняется таким образом, что главные оси не поворачиваются. Подобный случай имеет место при пропорциональном нагружении, который, по-видимому, не является исключением. В данной работе приводятся результаты экспериментального исследования этого вопроса.

2. Исследование проводилось на тонкостенных трубчатых образцах при совместном действии кручения и растяжения. В качестве материала исследования был выбран дуралюминий Д16Т в состоянии поставки, т. е. в закаленном и естественно состаренном состоянии. Материал был поставлен в виде прутка. Температура испытаний 150°, продолжительность была различной: от 50 до 100 час.

Методика опытов, испытательная установка, форма и размеры образца те же, что и в предыдущих экспериментах [2].

Было проделано двенадцать экспериментов на ползучесть тонкостенных трубчатых образцов при совместном действии кручения и растяжения. Как известно, напряженное состояние в этом случае однородно и описывается касательным  $\tau$  и нормальным  $\sigma$  напряжениями, действующими в плоскости, ортогональной к оси трубы.

Опыты производились при ступенчатом изменении нагрузки, причем на всех ступенях, а также при основном нагружении и всех дозагрузках и разгрузках выполнялось отношение

$$\frac{\tau}{\sigma} = \lambda = \text{const}$$

Приложение основной нагрузки, а также все дозагрузки производились путем плавного пропорционального нагружения, а разгрузки — маленькими ступеньками порядка 0,2 кг/мм<sup>2</sup>, т. е. отношение  $\tau/\sigma$  колебалось в небольших пределах вокруг величины  $\lambda$ , что, по-видимому, в случае разгрузки не будет существенным.

Число и длина ступеней и величины нагрузок (в кг/мм<sup>2</sup>) приведены в табл. 1. Здесь

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

— интенсивность напряжений.

Таблица 1

№	$\lambda$	Ступени нагрузки															
		первая				вторая				третья				четвертая			
		$\sigma$	$\tau$	$\sigma_i$	$t$	$\sigma$	$\tau$	$\sigma_i$	$t$	$\sigma$	$\tau$	$\sigma_i$	$t$	$\sigma$	$\tau$	$\sigma_i$	$t$
202	0.34	22.4	7.6	26.0	24	25.7	8.7	29.8	24	22.4	7.4	25.8	24	29.0	9.6	33.4	6
203	0.34	22.4	7.7	26.1	24	25.7	8.8	29.9	24	22.4	7.7	26.1	24	29.2	10.0	34.0	22
204	0.34	25.7	8.7	29.8	24	29.0	9.8	33.6	24	25.7	8.7	29.8	24	29.1	9.8	33.7	24
205	0.34	29.1	9.8	33.7	24	25.7	8.7	29.8	24	29.0	9.8	33.6	24	22.4	7.6	26.0	11
207	0.35	16.4	5.7	19.1	27	28.0	9.8	32.7	24	21.9	7.7	25.6	23	32.2	11.3	37.7	6
208	0.34	22.0	7.5	25.6	24	28.8	9.8	33.4	26	22.2	7.5	25.7	25	—	—	—	—
209	0.34	29.1	9.9	33.8	24	—	—	—	24	29.1	9.9	33.8	24	22.4	7.6	26.0	6
213	0.35	18.2	6.3	21.2	24	22.0	7.6	25.6	48	25.1	8.6	29.3	6	—	—	—	—
249	0.35	20.7	7.2	24.2	46	24.8	8.6	28.9	4	—	—	—	—	—	—	—	—
250	0.34	19.6	6.7	22.8	6	23.8	8.1	27.6	24	19.6	6.7	22.8	30	—	—	—	—
28	0.35	18.7	6.5	21.9	24	20.1	7.0	23.5	24	22.2	7.7	25.9	30	—	—	—	—
20	0.34	18.6	6.4	21.8	26	20.1	6.9	23.4	24	22.2	7.6	25.8	24	—	—	—	—

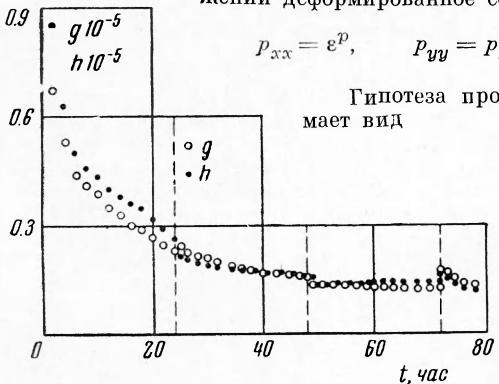
3. Гипотеза пропорциональности девиаторов в теории ползучести выражается

$$p_{ij} - \delta_{ij} p_0 = \Lambda (\sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_0) \quad (1)$$

или

$$\dot{p}_{ij} - \delta_{ij} p_0 = \lambda^* (\sigma_{ij} - \delta_{ij} \sigma_0), \quad 3p_0 = p_{ii}, \quad 3\dot{p}_0 = \dot{p}_{ii}, \quad 3\sigma_0 = \sigma_{ii} \quad (2)$$

где  $p_{ij}$  и  $\dot{p}_{ij}$  — компоненты деформации ползучести и ее скорости (под деформацией ползучести понимается разность полной и начальной деформаций),  $\lambda^*$  и  $\Lambda$  — коэффициенты пропорциональности,  $\sigma_{ij}$  — компоненты напряжения,  $\delta_{ij}$  — символы Кронекера. В случае ползучести тонкостенной трубы при совместном кручении и растяжении деформированное состояние будет (материал несжимаемый):



Фиг. 1

Гипотеза пропорциональности девиаторов (1) принимает вид

$$\frac{\sigma}{3\epsilon^p} = \frac{\tau}{\gamma^n} \quad (3)$$

К этому же соотношению сводится  
(2) в случае пропорционального нагру-  
жения.

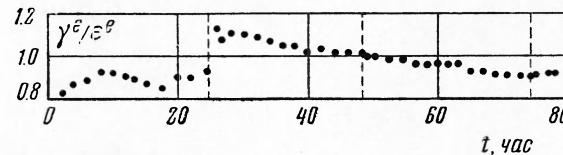
Правая и левая части соотношения (3) являются функциями времени. Обозначаем их соответственно через  $h(t)$  и  $g(t)$ , при выполнении условия пропорциональности девиаторов (3) кривые  $g$  и  $h$  должны совпадать

$$g(t) = h(t) \quad (4)$$

На фиг. 1 показан пример этих кривых для образца № 202. Здесь точками и кружками нанесены результаты экспериментов, вертикальные штриховые линии отмечают моменты перемены нагрузки. Как видно из фигуры, получается удовлетворительное совпадение кривых  $g$  и  $h$ . Для получения оценок выполнения гипотезы (3) ее удобнее представить в виде

$$\frac{\gamma^p}{\epsilon^p} = 3 \frac{\tau}{\sigma} = 3\lambda \quad (5)$$

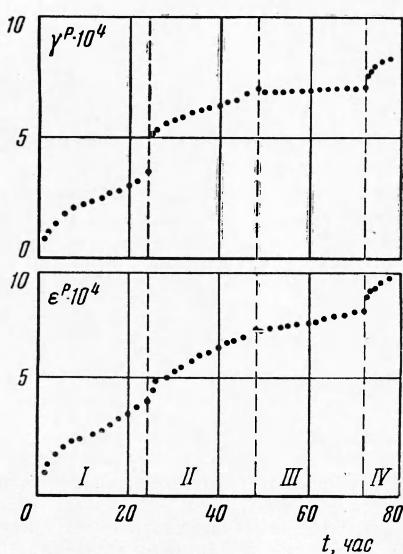
поскольку справа получается постоянная величина. Как показывают результаты экспериментов, отношение  $\gamma^p/e^p$  к ния отношения  $\gamma^p/e^p$  и отклонение в табл. 2.



Фиг. 2

Таблица 2

№	$3\lambda$	Ступени нагрузки							
		первая		вторая		третья		четвертая	
		$\gamma p/\epsilon p$	$\Delta$						
213	1.05	0.98	— 5	1.02	—2	1.02	—2	—	—
203	1.02	0.85	—17	1.06	4	0.98	—4	1.01	—2
202	1.02	0.88	—14	1.05	3	0.94	—5	0.91	—8
207	1.05	0.96	— 8	1.18	13	1.12	8	1.20	15
209	1.02	—	—	0.94	—8	—	—	—	—
208	1.02	1.09	7	—	—	—	—	—	—
249	1.05	1.15	10	1.10	6	—	—	—	—
205	1.02	1.28	27	1.22	21	1.07	6	1.00	—1
28	1.05	1.24	19	1.31	26	1.10	6	—	—
20	1.02	1.24	20	1.38	34	1.30	26	—	—
204	1.02	1.59	54	1.38	34	1.37	33	1.28	24



Фиг. 3

Анализируя полученные результаты (фиг. 1, 2 и табл. 2), можно сделать вывод, что при пропорциональном изменении нагрузки (если нагрузка не убывает) гипотеза пропорциональности девиаторов для теории ползучести удовлетворительно выполняется или, по крайней мере, переменя нагрузки не увеличивает величину отклонения правых и левых частей (4) и (5).

На участке, следующем за частичной разгрузкой (участок III, фиг. 3), деформации ползучести сначала не возрастают (имеется даже едва заметный возврат), а затем постепенно растут, причем деформация удлинения начинает возрастиать раньше, чем деформация сдвига, и с большей скоростью. В этом случае мы получаем большой процент отклонения соотношения (2) от результатов экспериментов. Соотношение же (1) будет выполняться почти с той же точностью, что и в последней точке предыдущего участка II, так как деформации ползучести на третьем участке мало изменяются.

Поступила  
10 VIII 1960

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1 Наместников В. С. Об одной гипотезе в теории трехосной ползучести. Изв. СО АН СССР, 1960, № 2.
- 2 Наместников В. С. О ползучести при постоянных нагрузках в условиях сложного напряженного состояния. Изв. АН СССР. ОТН, 1957, № 4.

#### К ТЕОРИИ ВДАВЛИВАНИЯ ШТАМПА В ПЛАСТИЧЕСКУЮ СРЕДУ

**В. А. Жалнин, Д. Д. Ивлев**

(Воронеж)

Прандтль [1] рассмотрел задачу о вдавливании жесткого гладкого штампа в пластическое полупространство. Позднее Хилл [2] предложил другое решение этой задачи. Оказалось, что граничные условия не определяют единственное решение. На фиг. 1 представлены возможные решения; во всех случаях величина предельной нагрузки оказывается равной

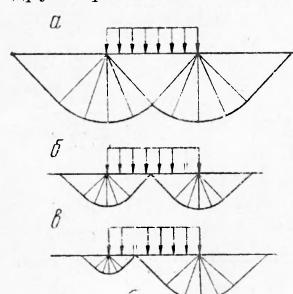
$$p = -h(\pi + 2)$$

однако построение поля скоростей существенно различно.

Непосредственное обобщение задачи Прандтля состоит в определении предельной нагрузки для штампа в случае, когда граница штампа и среды очерчена по некоторой кривой линии. В этом случае также сохраняются возможности построения различных решений, соответствующих, по крайней мере, вариантам фиг. 2.

В общем случае предельная нагрузка будет не совпадать для различных вариантов решений, поэтому, следуя Генки [3], будем предполагать, что истинное решение соответствует минимальным предельным усилиям.

В настоящей заметке рассматривается одно из самых простых и непосредственных обобщений решения Прандтля: случай, когда контуры гладкого штампа и пластической среды ограничены окружностью одного и того же радиуса (фиг. 2).



Фиг. 1