

О ТОРМОЖЕНИИ И ПРЕВРАЩЕНИЯХ ЭНЕРГИИ ПЛАЗМЫ, РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ В ПУСТОМ ПРОСТРАНСТВЕ, В КОТОРОМ ИМЕЕТСЯ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Ю. П. Райзер

(Москва)

Исследуются превращения энергии при разлете очень разреженного плазменного облака в пустом пространстве, в котором имеется постоянное и однородное магнитное поле. Сначала излагаются общие выводы, которые следуют из применения чисто феноменологической теории к задаче о расширении и торможении сверхпроводящего шара.

Показано, что в процессе торможения плазма теряет значительную часть своей энергии. Эта энергия, вместе с некоторым количеством магнитной энергии, ранее сосредоточенной в центральной области, уносится электромагнитным полем на большие расстояния (на бесконечность, если внешнее магнитное поле простирается до бесконечности). Поток энергии (вектор Пойнтинга) в электромагнитном импульсе определяется произведением индуцированного электрического поля и постоянного внешнего магнитного поля.

Затем рассматриваются микроскопическая картина разлета плазмы и механизм взаимодействия ее с магнитным полем. Обосновывается допущение о том, что по отношению к внешнему магнитному полю сильно разреженное плазменное облако ведет себя как сверхпроводящее тело. Показано, что структура переходного поверхностного слоя в этом «сверхпроводнике» в системе координат, связанной с движущимся элементом поверхности, соответствует модели Чепмена — Ферраро [1,2]. Все вопросы в этой статье рассматриваются в рамках предположения о сферической форме плазменного облака.

1. К постановке задачи. Известно, что при расширении плазменного облака в пустом пространстве, в котором имеется магнитное поле, поле вытесняется из объема, занимаемого плазмой, а разлетающееся облако испытывает сопротивление и тормозится. Это происходит потому, что движущаяся плазма пересекает магнитные силовые линии и в ней индуцируются токи. Токи создают собственное магнитное поле. Результирующее поле и токи в объеме плазмы исчезают, а ponderomotive силы, возникающие в результате взаимодействия поверхностных токов с магнитным полем, действуют так, как будто к поверхности облака извне приложено «магнитное» давление. Разлет плазменного облака в основном прекращается тогда, когда внутреннее давление вещества, которое по порядку величины равно объемной плотности энергии, уравнивается внешним магнитным давлением. Радиус торможения облака R_k можно оценить из приближенного условия равновесия

$$\frac{H^2}{8\pi} \approx \frac{\mathcal{E}}{4\pi R_k^3/3} \quad (1.1)$$

где $\mathcal{E}$ — энергия плазмы, а H — напряженность внешнего магнитного поля.

Подобное явление происходило [3], в частности, при известной операции «Аргус» — взрыве с энергией 1 кт, произведенном на высоте 500 км.

Если подставить в формулу (1.1) в качестве $\mathcal{E}$ энергию взрыва 4.2×10^{19} эрг и напряженность магнитного поля Земли 0.5 э, получим, что $R_k \approx 100$ км. Возмущение магнитного поля у поверхности Земли, вызванное вытеснением его в области взрыва при операции «Аргус» оценивалось в работе О. И. Лейпунского [4].

2. Электромагнитное поле вне расширяющегося сверхпроводящего шара. Как известно [5], возмущение магнитного поля $\Delta \mathbf{H}$ вне сверхпроводящего шара радиуса R , помещенного в однородное магнитное поле $\mathbf{H}_0$, в статическом случае эквивалентно полю магнитного диполя с моментом $\mathbf{M} = -\frac{1}{2} \mathbf{H}_0 R^3$, находящегося в центре шара. Напряженность поля $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \Delta \mathbf{H}$ вне шара при $r \geq R$ равна

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \frac{R^3}{2r^3} \left[\mathbf{H}_0 - \frac{3(\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{r}) \mathbf{r}}{r^2} \right] \quad (2.1)$$

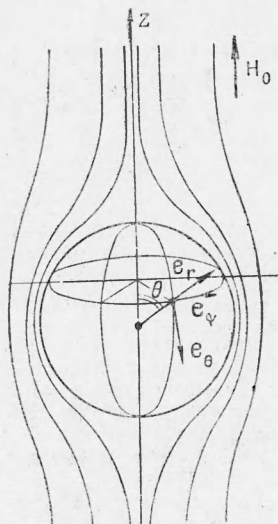
Внутри шара поля нет; на поверхности отсутствует нормальная составляющая. В сферических координатах с полярной осью, направленной вдоль вектора $\mathbf{H}_0$, составляющие поля равны

$$H_r = H_0 \cos \theta (1 - R^3 / r^3)$$

$$H_\theta = -H_0 \sin \theta (1 + \frac{1}{2} R^3 / r^3) \quad (2.2)$$

Ход магнитных силовых линий схематически показан на фиг. 1 (там же указаны направления координатных векторов).

Представляется очевидным, что при расширении шара со скоростью $v = dR / dt$, которая гораздо меньше скорости света c , магнитное поле в основной области весьма близко к квазистатическому, т. е. его в каждый



Фиг. 1

момент времени t можно приближенно описать формулами (2.1), (2.2) с мгновенными значениями радиуса $R(t)$.

Если шар расширяется из «точки», начиная с момента $t = 0$, то поле заметно отклоняется от квазистатического только очень далеко от шара, на расстояниях r , сравнимых с радиусом фронта электромагнитного возмущения $r_1 = ct$. Однако в этой далекой «волновой» области возмущенное поле чрезвычайно мало.

Индукированное электрическое поле вне шара можно приближенно определить при помощи уравнения Максвелла $\text{rot } \mathbf{E} = -c^{-1} \partial \mathbf{H} / \partial t$, если подставить в него поле $\mathbf{H}$ по формуле (2.1) и проинтегрировать по времени радиус шара R . Электрическое поле имеет только азимутальную составляющую, равную

$$E_\phi = \frac{3}{2} H_0 \frac{R^2}{r^2} \frac{v}{c} \sin \theta \quad (2.3)$$

На поверхности шара при $r = R$ поля (2.2), (2.3) удовлетворяют естественному для сверхпроводника граничному условию

$$\mathbf{E} = -c^{-1} \mathbf{v} \times \mathbf{H} \quad (2.4)$$

Формулы (2.1)–(2.4) приближенно справедливы при расширении шара с меняющейся как угодно скоростью; необходимо лишь выполнение условия $v(t) \ll c$.

В работе [6] было найдено точное решение волнового уравнения для векторного потенциала в частном случае равномерного расширения сверхпроводящего шара в пространстве, где имеется однородное магнитное поле. Дифференцируя векторный потенциал, можно получить формулы для полей. Выпишем эти формулы, везде заменяя входящую в них комбина-

цию vt на R . В области $R \leq r \leq ct$

$$H_r = H_0 \cos \theta \left\{ 1 - \frac{R^3}{r^3} \frac{(1 - r/ct)^2 (1 + 2r/ct)}{(1 - v/c)^2 (1 + 2v/c)} \right\} \quad (2.5)$$

$$H_\theta = -H_0 \sin \theta \left\{ 1 + \frac{R^3}{2r^3} \frac{(1 - r/ct) (1 + r/ct + 4r^2/c^2 t^2)}{(1 - v/c)^2 (1 + 2v/c)} \right\} \quad (2.6)$$

$$E_\varphi = \frac{3}{2} H_0 \frac{R^2}{r^2} \frac{v}{c} \sin \theta \left\{ \frac{(1 - r^2/c^2 t^2)}{(1 - v/c)^2 (1 + 2v/c)} \right\} \quad (2.7)$$

Внутри шара

$$\mathbf{H} = 0, \quad \mathbf{E} = 0 \quad \text{при } r < R; \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0, \quad \mathbf{E} = 0 \quad \text{при } r \geq ct$$

Как и следовало ожидать, на расстояниях $r \ll ct$ выражения (2.5)–(2.7) с точностью до членов порядка v/c совпадают с формулами (2.2), (2.3), выведенными в «квазистатическом» приближении. У поверхности фронта возмущения $r_1 = ct$ возмущенные поля исчезают, тогда как в «квазистатическом» приближении они простираются до бесконечности.

На расстояниях r , сравнимых с R , электрическое поле составляет долю v/c от начального магнитного поля H_0 или от возмущенного $\Delta H = |\mathbf{H} - \mathbf{H}_0|$, которое здесь порядка H_0 . В «волновой» зоне, на расстояниях r , сравнимых с ct , электрическое поле и возмущенное магнитное поле одного порядка: $E \sim \Delta H \sim H_0(R/ct)^3$.

Точное решение задачи о расширении сферы с переменной скоростью не найдено. Если нужно рассматривать «волновую» зону или уточнять формулы квазистатического приближения в этом случае, естественно воспользоваться формулами (2.5)–(2.7), подставляя в них мгновенные значения $R(t)$, $v(t)$. Формулы при этом имеют характер интерполяционных.

3. Превращения энергии в системе сверхпроводящий шар — электромагнитное поле. Пусть шар расширяется из точки, начиная с момента $t = 0$, и к моменту t достигает радиуса $R(t)$; предполагаем, что скорости границы $v(t) = dR/dt \ll c$. Последующие рассуждения весьма сходны с теми, которые проводятся при выводе связи между свободными энергиями нормального и сверхпроводящего состояния металлов [5], с той лишь разницей, что там рассматривается вытеснение магнитного поля из неизменного объема металлического образца, когда внешнее поле уменьшается и переходит через критическое значение.

Проинтегрируем электродинамическое уравнение энергии

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{H^2}{8\pi} + \frac{E^2}{8\pi} \right) + \operatorname{div} \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H} = -\mathbf{j} \cdot \mathbf{E} \quad (3.1)$$

по объему контрольной сферы постоянного радиуса r^* , такого, что $R \ll r^* \ll ct$, и по времени от нуля до t (здесь $\mathbf{j}$ — объемная плотность тока в переходном слое у поверхности шара; предполагается, что слой имеет очень малую, но конечную толщину; вне слоя токов нет).

Вычислим каждое из слагаемых в получающемся уравнении в квазистатическом приближении.

Полагая $\mathbf{j} = (c/4\pi) \operatorname{rot} \mathbf{H}$ (током смещения можно пренебречь), пользуясь выражением (2.4) для электрического поля в переходном слое и производя известные преобразования, найдем работу, которую электромагнитное поле совершает над телом в единицу времени

$$\int \mathbf{j} \cdot \mathbf{E} dV = \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{v} [\operatorname{rot} \mathbf{H} \times \mathbf{H}] dV = -v \int p dS = -vp^\circ 4\pi R^2$$

$$p = \left(\frac{H^2}{8\pi} \right)_s = \frac{9}{4} \frac{H_0^2}{8\pi} \sin^2 \theta$$

Здесь p — магнитное давление, которое действует снаружи на поверхность шара, а

$$p^\circ = \frac{3}{2} \frac{H_0^2}{8\pi} \quad (3.2)$$

— магнитное давление, усредненное по поверхности. Работа, которую поле совершает над телом, отрицательна. При расширении до радиуса R тело теряет энергию

$$\Delta \mathcal{E} = p^0 V = p^0 \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{3}{2} Q \quad \left(Q = \frac{H_0^2}{8\pi} V \right) \quad (3.3)$$

Здесь Q — энергия внешнего магнитного поля в объеме, занимаемом шаром.

Изменение магнитной энергии в контрольной сфере, связанное с помещением в нее сверхпроводящего шара, равно

$$\Delta W_n = \int_0^{r^*} \frac{H^2 - H_0^2}{8\pi} dV = \int_R^{r^*} \frac{2\mathbf{H}_0 \cdot \Delta \mathbf{H}}{8\pi} dV + \int_R^{r^*} \frac{(\Delta \mathbf{H})^2}{8\pi} dV - Q \quad (3.4)$$

Первый интеграл тождественно исчезает, так как обращается в нуль интеграл по углам. Второй интеграл равен $1/2 Q$. Отсюда

$$\Delta W_n = -1/2 Q = -1/3 p^0 V \quad (3.5)$$

Электрическую энергию в сфере можно не учитывать, так как она порядка $(v/c)^2 \Delta W_n$. Полный поток энергии через контрольную поверхность равен

$$\int_0^{r^*} \operatorname{div} \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H} dV = \int \frac{c}{4\pi} \mathbf{E} \times \mathbf{H} dS^* \approx \int \frac{c}{4\pi} E_\phi H_0 dS^* = 2 \frac{H_0^2}{8\pi} 4\pi R^2 v$$

На больших расстояниях от шара $r \gg R$, где возмущенное магнитное поле мало, $\Delta H \ll H_0$, вектор Пойнтинга определяется индуцированным электрическим полем и постоянным внешним магнитным полем $\mathbf{H}_0$. На расстояниях r , таких, что $R \ll r \ll ct$, полный поток энергии приближенно постоянен и не зависит от радиуса. За время t из контрольной сферы вытекает энергия

$$\int_0^t 2 \frac{H_0^2}{8\pi} 4\pi R^2 v dt = 2Q$$

Таким образом, при расширении шара до радиуса R тело теряет энергию $3/2 Q = p^0 V$, от «внешнего» магнитного поля отнимается энергия $1/2 Q = 1/3 p^0 V$ и суммарная энергия $2Q = 4/3 p^0 V$ уносится электромагнитным полем на большие расстояния от шара.

Она расходуется на повышение магнитной энергии в далекой «волновой» зоне. И действительно, если при помощи «точных» выражений (2.5), (2.6) вычислить приращение магнитной энергии во всем пространстве, то окажется, что приращение равно энергии, отнятой от тела: $(\Delta W_n)_\infty \approx 3/2 Q$ (поток энергии через поверхность фронта возмущения $r_1 = ct$ равен нулю)¹.

Будем считать, что на всю поверхность шара действует одинаковое внешнее давление, равное среднему, и тело вплоть до самой остановки расширяется, сохраняя сферическую форму. Расширение прекращается, когда внешнее давление p^0 уравнивается давлением, с которым вещество изнутри действует на поверхность и которое порядка средней плотности энергии в теле.

В разделе 6 на основе рассмотрения механизма внутреннего давления для плазменного облака уточняется численный коэффициент в связи дав-

¹ Во второй интеграл в выражении (3.4) далекая от тела область дает малый вклад, и он по-прежнему равняется $1/2 Q$. Первый же интеграл, будучи распространенным до $r_1 = ct$, не исчезает, а становится равным $2Q$.

ления со средней плотностью энергии. С учетом коэффициента условие торможения (1.1) записывается в виде

$$p^0 = 4\mathcal{E}_k / {}^4/3\pi R_k^3 \quad (3.6)$$

где $\mathcal{E}_k$ — энергия плазмы в момент остановки.

Пусть тело расширяется за счет своего начального запаса энергии $\mathcal{E}_0$. Согласно формуле (3.3), к моменту остановки тело теряет энергию

$$\Delta\mathcal{E}_k = \mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_k = p^0 {}^4/3\pi R_k^3 \quad (3.7)$$

Из формул (3.6), (3.7) следует, что $\mathcal{E}_k = {}^1/5\mathcal{E}_0$ и $\Delta\mathcal{E}_k = {}^4/5\mathcal{E}_0$, т. е. тело теряет 80% своей энергии. Радиус торможения определяется через начальную энергию уравнением

$$\frac{H_0^2}{8\pi} = \frac{8}{15} \mathcal{E}_0 / \frac{4\pi R_k^3}{3} \quad (3.8)$$

Таким образом, при торможении магнитным полем тело теряет значительную энергию, сравнимую с величиной начальной¹. Эта энергия, увеличенная на одну треть за счет энергии внешнего магнитного поля ($|\Delta W_n| = {}^1/3\Delta\mathcal{E}$), в пределе $t \rightarrow \infty$ уносится электромагнитным импульсом на бесконечность. В рамках сферической модели возмущенное магнитное поле в пределе $t \rightarrow \infty$ во всем пространстве принимает статический характер (если отвлечься от колебаний, которые могут возникнуть после остановки шара).

В реальных условиях магнитное поле занимает не бесконечное, а ограниченное пространство. В соответствии с этим можно несколько иначе поставить задачу. Пусть магнитное поле заключено в непроницаемый цилиндр очень больших размеров $L \gg R_k$. Вектор H_0 направлен вдоль образующей, а магнитный поток через основания, определяемый источником поля, при расширении шара сохраняется неизменным. Условия в контрольной сфере, радиус которой r^* удовлетворяет неравенству $L \gg r^* \gg R_k$, при этом точно такие же, как и раньше. Однако энергия $2Q_k$, вытекающая из сферы, теперь уносится не на бесконечность, а на расстоянии порядка радиуса цилиндра. Приращение магнитного поля в этой области $|\Delta H| \sim H_0 R^3 / L^3$ (ct заменяется на L).

Картина магнитного поля аналогична картине течения несжимаемой жидкости по трубе, в которой помещен маленький твердый шарик (вектору H соответствует вектор скорости).

4. Разлет газа в пустоту. Прежде чем рассматривать микроскопический механизм взаимодействия расширяющейся плазмы с магнитным полем, изложим коротко исходные представления в разлете газа в пустоту и сделаем упрощающие предположения.

Пусть в массе M , находящейся в пустом пространстве в момент $t = 0$, выделяется большая энергия, такая, что вещество нагревается до высокой температуры и превращается в газ с многократно ионизованными атомами. Будем считать, что газовое облако разлетается в пустоту сферически симметрично.

Вследствие расширения температура и давление с течением времени асимптотически стремятся к нулю. Исчезают хаотические составляющие скоростей частиц и облако превращается в совокупность атомных частиц, летящих по инерции в строго радиальных направлениях. Среднюю скорость разлета определим выражением $u = \sqrt{2\mathcal{E} / M}$, где $\mathcal{E}$ — полная кинетическая энергия газа. При выделении энергии ~ 1 кт и массе ~ 1 т (как в операции «Аргус») потери на излучение малы и практически

¹ Значению 80% нельзя, конечно, придавать буквального смысла, так как оно выведено на основе ряда допущений.

вся выделившаяся энергия с течением времени переходит в кинетическую энергию радиального разлета частиц. Это происходит при расширении облака до радиуса меньше 1 км, т. е. задолго до начала заметного торможения плазмы магнитным полем Земли (радиус торможения $R_k \approx 100$ км). Таким образом, существует четко выделенная стадия инерционного разлета облака со средней скоростью $u \approx 90$ км/сек.

В стадии инерционного разлета скорость газа распределена по радиусу по закону $v(r, t) = r / t$. Распределение плотности может быть любым; оно устанавливается до начала инерционной стадии. Если положить для простоты, что плотность постоянна по радиусу, то скорость границы окажется равной $v = \sqrt[5]{3}u$. Радиус облака при этом равен $R \approx vt$.

В процессе охлаждения сначала высоко нагретого и многократно ионизованного газа степень ионизации уменьшается и по законам термодинамического равновесия должна была бы обратиться в нуль при охлаждении до нуля температуры. Однако, как показано в работе [7], термодинамическое равновесие при сферическом разлете газа в пустоту, начиная с некоторого времени, обязательно нарушается, процессы рекомбинации не идут до конца и даже при разлете до бесконечности в газе сохраняется остаточная ионизация. Именно поэтому газовое облако представляет собой плазму и может подвергаться воздействию со стороны внешнего магнитного поля.

Степень остаточной ионизации тем выше, чем больше скорость разлета и чем меньше масса газа. Для простоты в дальнейшем будем считать, что нейтральных атомов в облаке нет и плазма состоит из электронов и однократно заряженных ионов, массы которых m_i будем считать одинаковыми. Поляризация в объеме плазмы очень мала; плотности электронов и ионов n_e и n_i , так же как и их скорости, в каждом элементе объема облака одинаковы и по порядку величины равны $n = n_e = n_i = N / \frac{4}{3}\pi R^3$, где N — полное число атомов в массе M . В рассматриваемых условиях плазма чрезвычайно разрежена. Если $M = 1$ т и средний атомный вес равен 30, то $N = 2 \cdot 10^{28}$ и при разлете до $R = 10$ км, $n = 5 \cdot 10^9$ 1/см³; при $R = 100$ км, $n = 5 \cdot 10^6$ 1/см³.

5. Процессы у поверхности плазменного облака и структура пограничного слоя. Выделим какую-нибудь площадку на расширяющейся поверхности плазменного шара и проследим за тем, что происходит в прилегающем к ней пограничном слое, в котором магнитное поле уменьшается от своего значения снаружи H_s и до нуля (поле имеет только касательную составляющую).

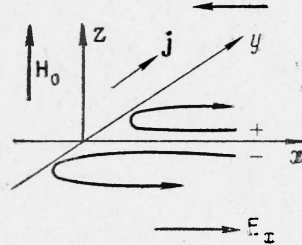
«Наличный» состав электронов и ионов в слое непрерывно сменяется. Частицы влетают в слой изнутри, под прямым углом к поверхности. Здесь под воздействием магнитного поля траектории их искривляются. В это время на них действует индуцированное (вихревое) электрическое поле, которое существует в слое по той причине, что магнитное поле меняется с течением времени — оно оттесняется движущимся пограничным слоем. Индуцированное электрическое поле направлено так, что оно тормозит частицы. Частицы теряют кинетическую энергию и скорость и, отставая от слоя, выходят из него. Пограничный слой, как эстафета, передается вновь вступившим в него более быстрым частицам и, несомненно ими, обгоняет уже «отработавшие» частицы. Этот процесс хорошо поясняется диаграммой rt (фиг. 5), о которой подробнее будет сказано в следующем разделе.

При закручивании заряженных частиц в пограничном слое появляется ток; он течет вдоль поверхности, перпендикулярно направлениям магнитного поля и радиуса-вектора (навстречу индуцированному электрическому полю). Магнитное поле этого тока и уничтожает внешнее поле за пограничным слоем, в объеме плазмы. Как показывает оценка, при рассматри-

ваемых здесь малых плотностях плазмы соударения частиц в пограничном слое не играют абсолютно никакой роли, т. е. плазма не обладает сопротивлением (является «сверхпроводящей»).

Для того чтобы детализировать эту, набросанную в самых общих чертах, картину, рассмотрим структуру пограничного слоя в системе координат, связанной с движущимся элементом поверхности. Малость толщины слоя по сравнению с радиусом облака и отсутствие столкновений частиц, т. е. отсутствие диффузии частиц и магнитного поля, дают основания предположить, что процесс в этой системе координат является стационарным. Кроме того, слой можно считать плоским¹.

Задача о структуре слоя приближенно формулируется так (фиг. 2). Имеется плоскость раздела $x = 0$, которая отделяет плазму от пустоты. Вектор магнитного поля $\mathbf{H}$ лежит в этой плоскости (направим вдоль него ось z). Слева, при $x < 0$ пространство пустое, поле в нем постоянно и равно H_0 . В области $x > 0$ поле H_z убывает до нуля (при $x \rightarrow \infty$). Справа налево вдоль оси x из бесконечности поступает электронейтральный поток электронов и ионов. Плотности и скорости тех и других при $x \rightarrow \infty$ одинаковы и равны n и U (n — величина порядка средней плотности частиц в облаке в данный момент; скорость U определится ниже). Вихревого электрического поля нет, так как процесс стационарен. Частицы упруго отражаются от «магнитной стенки» и летят обратно, причем при $x \rightarrow \infty$ плотности и скорости в отраженном потоке такие же, как и в падающем. Частицы не сталкиваются друг с другом.



Фиг. 2

Описанная картина в точности соответствует известной модели Чепмена и Ферраро [1]². Процесс отражения падающего потока протекает примерно так (фиг. 2). Ионы, обладая большими массами, слабее закручиваются магнитным полем, чем электроны (в плоскости xy) и вырываются вперед. Возникают объемный заряд и электрическое поле поляризации E_x , которое тормозит следующие сзади ионы и ускоряет электроны. Кинетическая энергия перекачивается от ионов к электронам (но суммарная энергия их остается неизменной). Одновременно электроны заворачиваются магнитным полем в одну сторону, а ионы — в другую. В момент отражения x -составляющие скорости обращаются в нуль, а y -составляющие — максимальны (в точке $x = 0$). К этому моменту электроны и ионы полностью обмениваются своими начальными энергиями. После отражения процесс протекает симметрично в обратном порядке. Ток j (он направлен по оси y) создается в основном электронами, так как электроны приобретают начальную кинетическую энергию ионов и обладают большой скоростью.

Величины H_z , E_x , j_y и др. уменьшаются при $x \rightarrow \infty$ по экспоненциальному закону $\exp(-x/\delta)$, причем эффективная ширина слоя δ по порядку величины равна критической длине волны плазменных колебаний

$$\delta = \left(\frac{m_e c^2}{8\pi e^2 n} \right)^{1/2} \quad \left(\text{например, } \delta = \begin{cases} 10 \text{ см} & \text{при } n = 5 \cdot 10^9 \text{ см}^{-3} \\ 400 \text{ см} & \text{при } n = 5 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3} \end{cases} \right)$$

т. е. слой действительно исключительно тонкий. Траектории электронов

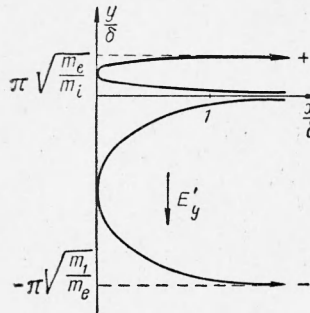
¹ Здесь положение аналогично тому, которое имеет место при рассмотрении структуры фронта ударных волн.

² Эта теория подробно изложена в книге [2].

и ионов в плоскости xu схематически изображены на фиг. 3; распределения H_z , j_y , E_x и объемного заряда показаны на фиг. 4¹.

Закон сохранения импульса выражается довольно очевидным условием: передача импульса «стенке» при отражении потока уравновешивается внешним магнитным давлением

$$H_s^2 / 8\pi = 2nm_i U^2 \quad (5.1)$$



Фиг. 3

Комбинация этого условия с выражением для δ придает величине δ более наглядный физический смысл: имеем $\delta = \sqrt{2r_e r_i}$, где r_e , r_i — ларморовские радиусы электронов и ионов, соответствующие скоростям U и полю H_s (например, при $U = 100$ км/сек, $H = 0,5$ э, $r_i \approx 600$ м, $r_e \approx 1$ см).

Эффективное сечение заряженных частиц по отношению к «кулоновским соударениям» при рассматриваемых здесь больших энергиях значительно меньше газокINETического сече-

ния ионов, например, при скорости 100 км/сек энергия ионов с атомным весом 30 равна 1.6 кэв и «кулоновское сечение» однозарядных ионов порядка $2 \cdot 10^{-19}$ см². Так как в пограничном слое электрон приобретает энергию ионов, то столь же мало и сечение кулоновского рассеяния электронов на ионах; поэтому длина пробега частиц определяется газокINETическим сечением порядка 10^{-15} см². Длины пробега очень велики по сравнению с δ , например, при $n = 5 \cdot 10^9$ см⁻³ ($R = 10$ км) $l \sim 2$ км; при $n = 5 \cdot 10^6$ см⁻³ ($R = 100$ км) $l = 2000$ км.

Вернемся к «лабораторной» системе координат, в которой пограничный слой движется со скоростью границы шара $v = dR/dt$, и выясним, как вещество теряет энергию. Пусть $w = v + U$ — лабораторная скорость частиц, влетающих в пограничный слой. Скорость частиц после взаимодействия с пограничным слоем равна $w' = v - U$. В результате взаимодействия пара ион-электрон теряет кинетическую энергию, равную

$$\frac{1}{2} (m_i + m_e) (w^2 - w'^2) \approx 2m_i v U.$$

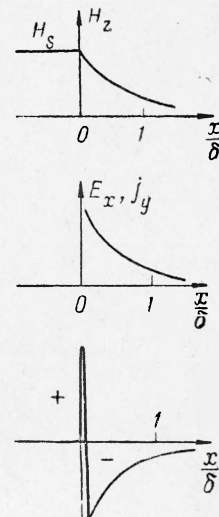
Это происходит следующим образом.

В «лабораторной» системе координат существует индуцированное электрическое поле, равное, согласно правилам перехода к новой системе координат, $E' = c^{-1} v \times H$. По порядку величины $E'_y = v c^{-1} H_z \sim v c^{-1} H_s$. Кинетическая энергия пары ион-электрон в пограничном слое принадлежит в основном электрону. Электрон при закручивании магнитным полем пробегает в направлении оси y расстояния (фиг. 3) порядка $\delta \sqrt{m_i/m_e}$. На этом пути поле E'_y совершает над электроном отрицательную работу

$$e E'_y \delta \sqrt{m_i/m_e} \sim \frac{ev}{c} H_s \delta \sqrt{m_i/m_e}$$

Замечая, что

$$\delta \approx \sqrt{r_i r_e} = \left(\frac{m_i c U}{e H_s} \frac{m_e c U}{e H_s} \right)^{1/2}$$



Фиг. 4

¹ Слой с положительным зарядом в образующемся двойном слое чрезвычайно тонкий по сравнению с δ ; он не рассматривается в теории Чепмена и Ферраро. Плотность отрицательного заряда оказывается малой, и вся теория строится в предположении, что степень поляризации мала $n_i - n_e \ll n_i, n_e$.

получим, что отнятая энергия $\sim m_i v U$. Поток электронно-ионных пар на поверхность равен nU .

Следовательно, потеря энергии веществом в секунду на 1 см^2 поверхности равна $nU \cdot 2m_i v U = H_s^2 v / 8\pi = pv$, как и должно быть.

6. Закон торможения плазменного шара. Уяснению процесса торможения облака весьма способствует построение диаграммы радиус — время rt ; для этого воспользуемся граничным условием (5.1), которое удобно переписать в виде

$$p^0 = 2nm_i U^2 = 2nm_i (w - v)^2 = \text{const} \quad (v = dR/dt) \quad (6.1)$$

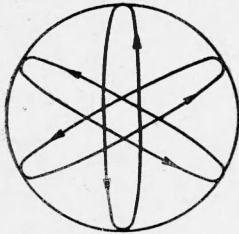
(как и раньше, считаем, что внешнее давление на всей поверхности одинаково и равно среднему). На диаграмме rt (фиг. 5) приведены линии движения границы облака Γ и нескольких частиц 1, 2, 3, 4, обладающих в начале разлета различными скоростями.

Показаны отражения частиц от поверхности. Линия границы будет огибающей траекторий движения частиц. Более быстрые частицы, близкие к границе облака, претерпевают много отражений, в каждом из них теряя небольшую долю своей энергии. Более медленные частицы испытывают до торможения границы несколько или только одно отражение, а еще более медленные долетают до границы, когда та уже остановилась, и при отражении энергии вообще не теряют. После остановки границы модель Чепмена — Ферраро описывает процесс отражения уже в лабораторной системе координат.

На ранней стадии разлета отраженные от поверхности частицы продолжают лететь вперед, так как поверхность быстро «убегает» от настигающих ее частиц ($w' = v - U > 0$). Напротив, на поздней стадии, когда поверхность движется медленно, частицы после отражения летят назад, к центру ($w' = v - U < 0$). Когда граница останавливается, частицы летают взад-вперед, отражаясь от противоположных «сторон» внутренней поверхности, как показано на фиг. 6.

Выведем приближенно закон движения границы, исходя из законов сохранения, записанных в интегральной форме. Подставим в уравнение импульса (6.1) в качестве nm_i среднюю плотность массы

$$p^{04}/3\pi R^3 = 2M \left(w - \frac{dR}{dt} \right)^2 \quad (6.2)$$



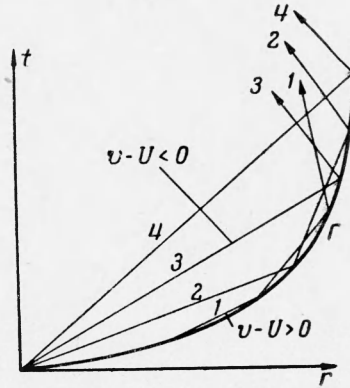
Фиг. 6

Уменьшение энергии тела при расширении до радиуса R равно $\mathcal{E}_0 - \mathcal{E} = p^{04}/3\pi R^3$. Положим для оценки, что средняя скорость газа не отличается от скорости передних частиц, влетающих в пограничный слой¹, т. е. $\mathcal{E} = 1/2 M w^2$; получим

$$p^{04}/3\pi R^3 = 1/2 M (w_0^2 - w^2) \quad (6.3)$$

Исключение w из уравнений (6.2), (6.3) дает уравнение для $R(t)$, которое сводится к квадратуре. Зависимости радиуса и скорости границы шара от времени в безразмерных переменных представлены на фиг. 7. В качестве единицы длины выбран радиус торможения R_k , который опре-

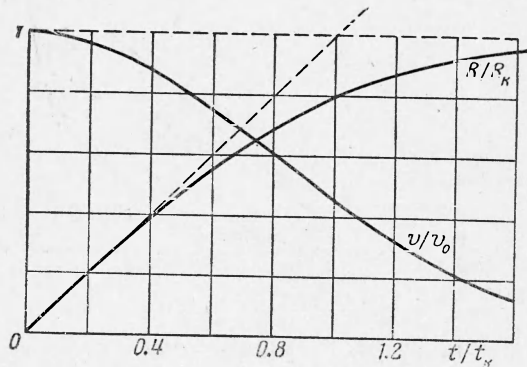
¹ Например, при равномерном распределении плотности по объему и без учета торможения $\mathcal{E} = 3/5 (1/2 M w^2)$.



Фиг. 5

деляется из уравнения (3.8), в качестве единицы времени — величина $t_k = R_k / v_0$ (здесь $v_0 = (dR / dt)_{t=0} = w_0$).

7. Замечания о роли несферичности облака и др. В отличие от допущения, сделанного в работе, сферическое вначале облако тормозится неравномерно и форма его с течением времени искажается. Облако вытягивается в направлении «полюсов», так как магнитное давление в области полюсов меньше, чем в районе «экватора». Надо полагать, однако, что это не очень сильно влияет на основные результаты. Телесный угол,



Фиг. 7

под которым видны «полярные» области, довольно мал. Например, на два конуса с углами полураствора $\theta = 45^\circ$ приходится 29% полного телесного угла, а при $\theta = 30^\circ$ — всего 13%. Между тем, масса и энергия газа вначале распределяются изотропно, так что поведение основных частей массы и энергии укладывается в рамки оценок, основанных на предположении о сферичности облака.

Вообще неравномерность давления начинает сказываться довольно поздно, когда средний

радиус облака R достигает величины, весьма близкой к радиусу торможения. Так, при $R = 0.8 R_k$ наибольший радиус (в направлении полюсов), соответствующий движению без торможения, равен примерно R_k , т. е. всего на 25% больше среднего (фиг. 7). Между тем, при $R = 0.8 R_k$ тело теряет уже половину той энергии, которую оно потеряло бы при условии сохранения сферической формы до самого конца.

Через некоторое время после торможения основной части плазмы облако, ограниченное магнитными силовыми линиями, принимает форму «двусторонней бутылки». Через «горла» бутылки возможна утечка частиц. Повсюду, за исключением экваториальной области, частицы падают на поверхность не под прямым углом и, отразившись, летят назад не в радиальном направлении. Происходит «запутывание» частиц в «бутылке».

От всех осложнений, связанных с искажением формы, свободен цилиндрический вариант рассмотренного здесь процесса. Если расширяющийся газ ионизован не полностью, но плотность настолько мала, что столкновения между частицами не играют роли, заряженные частицы ведут себя так, как будто нейтральных атомов вовсе нет и энергия последних в превращениях не участвует. Если плазма расширяется не в абсолютный вакуум, а в чрезвычайно разреженную среду, такую, что столкновений и увлечения частиц среды нет, весь процесс протекает так же, как и в случае вакуума.

Автор благодарит Я. Б. Зельдовича, А. С. Компанейца, Б. Б. Кадомцева и В. А. Пилипенко за обсуждение работы.

Поступила 16 IV 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Ферраго V. Theory of a plane model. G. Geophys. Res., 1952, vol. 57, 45.
2. Данжи Дж. Космическая электродинамика. Атомиздат, 1961.
3. Операция «Аргус». Атомиздат, 1960.
4. Лейпунский О. И. О возможном магнитном эффекте при высотных взрывах атомных бомб. Ж. эксперим. и теор. физ., 1960, т. 38, вып. 1, 302.
5. Гинзбург В. Л. Сверхпроводимость. Изд. АН СССР, 1946.
6. Katz S. On a moving boundary problem. J. Math. and Phys., 1961, vol. 2, p. 149.
7. Райзер Ю. П. Об остаточной ионизации газа, расширяющегося в пустоту. Ж. эксперим. и теор. физ., 1959, т. 37, вып. 2, стр. 580.