решение которого описывается соотношением (20), где x_3 необходимо заменить на x_1. Тогда выражение для локального коэффициента теплоотдачи примет вид

$$\mathrm{Nu}_a = 0{,}6\left(\frac{A_1^2}{\sqrt{\nu\omega_1}}\frac{a}{\mathscr{D}}\right)^{1/3} N_2 \frac{[\sin(\sigma_4 \pm \beta) + A]^{1/2}}{\left[\int\limits_0^{\sigma_4}[\sin(\chi \pm \beta) + A]^{1/2}d\chi\right]^{1/3}}. \tag{24}$$

Из (24) следует, что, как и в случае $(\varepsilon^2\,\mathrm{Pr}) \ll 1$, распределение локального коэффициента теплообмена по поверхности цилиндра является симметричным, что обусловлено наличием крупномасштабного циркулирующего течения.

Поступила 17 X 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. **Накоряков В. Е., Бурдуков А. П., Болдарев А. М., Терлеев П. Н.** Тепло- и массообмен в звуковом поле. Новосибирск, изд. Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1970.
2. **Репин В. Б.** Вторичные течения возле цилиндра в сложном звуковом поле.— ПМТФ, 1977, № 6.
3. **Davidson B. J.** Heat transfer from a vibrating circular cylinder.— «Int. J. Heat and Mass Transfer», 1973, vol. 16, N 9.
4. **Двайт Г. Б.** Таблицы интегралов. М., «Наука», 1973.

УДК 532.72

О КОНВЕКТИВНОМ ТЕПЛОМАССООБМЕНЕ В ДВИЖУЩЕЙСЯ УПОРЯДОЧЕННОЙ СИСТЕМЕ КАПЕЛЬ (ПУЗЫРЕЙ) ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ ПЕКЛЕ

А. Д. Полянин, Ю. А. Сергеев

(*Москва*)

В задачах о конвективной диффузии в системе реагирующих капель (пузырей) при больших числах Пекле существенную роль играет структура особых линий тока, начинающихся и оканчивающихся на поверхностях капель [1—3]. При этом оказывается, что в потоке существуют цепочки капель, внутренний массообмен в которых сильно заторможен взаимодействием диффузионных следов и пограничных слоев капель, принадлежащих цепочке

1. Рассмотрим процесс конвективной диффузии в концентрированной системе осаждающихся сферических капель или всплывающих пузырей радиуса a, движущихся в безграничном объеме неподвижной жидкости. Будем считать, что обтекание отдельной частицы системы ламинарно, а скорость движения U всех капель (пузырей) одинакова. Пусть при своем движении капли образуют прямолинейные цепочки, расстояние между каплями в каждой из цепочек постоянно и равно b, а расстояние между соседними цепочками по порядку величины то же, что и расстояние между частицами в одной цепочке.

Описанная ситуация реализуется на практике при осуществлении, например, процессов экстракции и барботажа. В первом случае сделанные предположения можно считать справедливыми, когда в экстракционной колонне ввод капель осуществляется в одних и тех же точках через равные промежутки времени, а во втором — при постоянном расходе барботирующего газа, что позволяет приближенно считать размер образующихся пузырей и расстояние между ними в каждой цепочке одинаковыми. Рассматриваемую ниже модель можно считать грубой математической моделью массообмена в процессах экстракции и барботажа.

Функция тока вблизи поверхности капель (пузырей) в сферической системе координат, связанной с центром произвольной капли, может быть представлена в виде

$$\psi = UB_\alpha(n)a(r - a)\sin^2\theta,$$

где n — число капель (пузырей) в единице объема. Конкретное выражение для $B_\alpha(n)$ может быть определено, например, в рамках ячеечной модели (см. [4] для малых чисел Рейнольдса) или при помощи модели точечных сил [5]. В частности, при $a/b \ll 1$ имеем

$$B_1 = (1/2)(\beta + 1)^{-1},\ B_2 = 3/2,$$

где B_1 и B_2 соответствуют стоксову режиму обтекания капель (число Рейнольдса $\mathrm{Re} = aU/\nu \ll 1$, ν — кинематическая вязкость окружающей жидкости) и потенциальному обтеканию ($\mathrm{Re} \gg 1$) соответственно; β — отношение вязкостей капли и окружающей ее жидкости.

В системе координат, связанной с двигающейся системой капель (пузырей), процесс конвективной диффузии можно считать квазистационарным. Последнее предположение приближенно выполняется, если можно пренебречь изменением концентрации реагента внутри капель, что справедливо, например, при быстрой химической реакции в каплях или при высоких концентрациях реагента внутри капель (пузырей). Считаем, что число Пекле отдельной капли $\mathrm{Pe} = aU/D \gg 1$ (D — коэффициент диффузии). Положение фиксированной капли в цепочке будем определять ее номером k, где нумерация ведется от впереди идущей капли.

Распределение концентрации в потоке определяется решением уравнения стационарной конвективной диффузии

$$(\mathbf{v}\nabla)c = D\Delta c$$

с граничными условиями постоянства концентрации вдали от системы и постоянства концентрации растворенного в потоке вещества на поверхностях капель.

При больших числах Пекле все основное изменение концентрации будет происходить в тонком диффузионном пограничном слое каждой капли, в котором тангенциальным переносом вещества вдоль поверхности капли можно пренебречь по сравнению с радиальным, а также в области диффузионных следов, расположенных в окрестности особых линий тока, начинающихся и оканчивающихся на поверхностях частиц. Поэтому для определения концентрации вблизи фиксированной капли нужно решить уравнение диффузионного пограничного слоя с условием натекания, которое зависит от относительного положения капли в цепочке и задается распределением концентрации в диффузионном следе капли, расположенной выше по потоку [1—3].

Ниже считаем, что период цепочки удовлетворяет условию $b/a \ll \mathrm{Pe}^{1/2}$. Поэтому условие натекания для k-й сферы цепочки определяется распределением концентрации в конвективно-погранслойной области диффузионного следа предыдущей $(k - 1)$-й капли.

Конвективно-погранслойная область характеризуется тем, что в ней концентрация сохраняет постоянное значение на линиях тока и определяется концентрацией на выходе из диффузионного пограничного слоя. Это позволяет свести исходную задачу к задаче о массообмене цепочек капель и воспользоваться результатами [1—3], которые в предположении, что необедненный раствор имеет концентрацию c, приводят к выражениям для полных диффузионных потоков на поверхности капель

$$(1.1)\qquad I_k = I_1[k^{1/2} - (k-1)^{1/2}],$$

$$I_1 = 2^3 3^{-1/2}\pi^{1/2}B_\alpha^{1/2}(n)\, a^{3/2}U^{1/2}D^{1/2}c.$$

Здесь концентрация отсчитывается от ее значения на поверхности капли.

Учитывая (1.1), для среднего диффузионного потока на капли получаем

$$(1.2)\qquad \langle I\rangle = k^{-1}\sum_{i=1}^{k} I_i = I_1 k^{-1/2}.$$

Будем считать теперь, что число капель в системе велико, т. е. $k \to \infty$, и определим распределение средней концентрации (концентрация вне диффузионных следов и пограничных слоев в дальнейшем называемая концентрацией в ядре течения) вдоль оси потока.

Так как концентрация в ядре течения будет меняться медленно на расстояниях порядка периода цепочки, то можно ввести в рассмотрение представительный объем, существенно меньший масштаба изменения концентрации, но содержащий большое количество капель.

Введем медленную координату x, отсчитываемую по потоку. В центрах капель (пузырей) она принимает значения

$$(1.3)\qquad x = x(k) = kb.$$

Из выражения (1.2) с учетом (1.3) и уравнения для концентрации в ядре потока (c_0 — необедненная концентрация на входе в слой капель)

$$(1.4)\qquad -U\partial c/\partial x = n\langle I\rangle,\ x = 0,\ c = c_0$$

получаем распределение средней концентрации вдоль по потоку

$$(1.5)\qquad c = c_0 \exp\{-2\sigma U^{-1}x^{1/2}\},$$

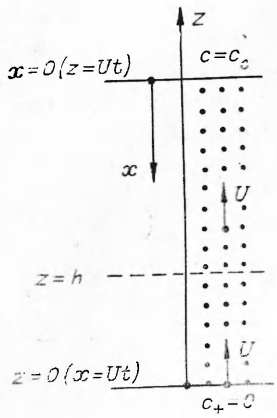
$$\sigma = 2^3 3^{-1/2}\pi^{1/2}nb^{1/2}B_\alpha^{1/2}(n)\, a^{3/2}U^{1/2}D^{1/2}c.$$

Отметим, что полученное распределение концентрации применимо как при больших, так и при малых числах Рейнольдса ламинарного обтекания отдельной капли (пузыря).

Полученные результаты позволяют при сделанных предположениях определить зависимость от времени средней концентрации реагента в сплошной фазе в любой точке реактора z (здесь z — расстояние от входа в реактор (см. фигуру)) в виде

$$c = c_0 \exp\{-2\sigma U^{-1}(Ut - z)^{1/2}\}.$$

Из формулы (1.5) видно, что на расстояниях порядка периода решетки концентрация в ядре потока практически не меняется, $c(x+b) \approx c(x)$. Это свойство нарушается вблизи точки $x = 0$, так как $\lim_{x\to 0} \partial c/\partial x = \infty$, и это естественно, потому что при введении медленной координаты x



(1.3) предполагалось, что число капель в единице объема велико ($k \to \infty$), а это, в свою очередь, определяет границы применимости полученных формул по координате x в виде неравенства $x \gg b$ (см. выражение (1.3)).

2. Используя результаты п. 1, рассмотрим задачу о массообмене между движущейся упорядоченной системой капель (пузырей) и неподвижной жидкостью в рамках следующей простейшей модели двух взаимопроникающих сплошных сред, между которыми происходит массообмен непрерывной и дискретной фазы.

Считаем, что дискретная фаза движется вверх с постоянной скоростью U и в момент времени t на расстоянии x от ее верхней границы имеет концентрацию $c_+(x, t)$, а непрерывная фаза неподвижна и имеет концентрацию $c(x, t)$ (см. фигуру).

В системе координат, связанной с дискретной фазой, закон сохранения массы каждой из фаз имеет вид

$$\partial c_+/\partial t = -dc/dt = J(t, x, c - c_+), \tag{2.1}$$

где $d/dt = \partial/\partial t + U\partial/\partial x$ — полная производная; J — среднее количество реагирующего вещества в единице объема за единицу времени.

Конкретное выражение для J можно получить, используя (1.2)—(1.4) для среднего диффузионного потока на капли в единице объема и учитывая, что соответствующие величины отсчитывались от соответствующего значения концентрации в дискретной фазе

$$J = n\langle I\rangle = \sigma x^{-1/2}(c - c_+). \tag{2.2}$$

К системе уравнений (2.1), (2.2) необходимо добавить граничные условия необедненности концентрации в непрерывной фазе на внешней границе области при $x = 0$ и равенство нулю концентрации дискретной фазы на входе в реактор при $x = Ut$.

В переменных $z = Ut - x$, x система (2.1), (2.2) принимает вид

$$\begin{gathered} \mathbf{L}_1(c, c_+) = U\partial c/\partial x + \sigma x^{-1/2}(c - c_+) = 0, \\ \mathbf{L}_2(c, c_+) = U\partial c_+/\partial z - \sigma x^{-1/2}(c - c_+) = 0, \\ x = 0,\ c = c_0,\ z = 0,\ c_+ = 0. \end{gathered} \tag{2.3}$$

Система (2.3) линейна и имеет особенность при $x = 0$, полностью аналогичную указанной в п. 1. Не останавливаясь на точном исследовании решения системы (2.3), которое может быть получено применением преобразования Лапласа по координате z, укажем лишь его приближенное выражение при больших значениях x. Этот случай соответствует распределению концентраций в фазах на фиксированном расстоянии $z \leqslant h = \mathrm{const}$ от входа в реактор при больших временах t (см. фигуру). В переменных t, z соответствующие выражения для концентраций имеют вид ($t \to \infty$)

$$\begin{gathered} c(t, z) = c_0 \exp\{-2\sigma U^{-1}(Ut - z)^{1/2}\}, \\ c_+(t, z) = c(t, z)(1 - \exp\{-\sigma U^{-1}z(Ut - z)^{-1/2}\}). \end{gathered} \tag{2.4}$$

Выражения (2.4) при любых t и z в точности удовлетворяют последнему уравнению (2.3) и всем граничным условиям, а первое уравнение

(2.3) удовлетворяется приближенно, так как при $t \to \infty$ и $z \leqslant h$

$$L_1(c_1, c_2) \leqslant c_0\sigma(Ut - h)^{-1/2} \exp\{-2\sigma U^{-1}(Ut - h)^{1/2}\} \to 0.$$

Из формул (2.4) видно, что вблизи входа в реактор концентрации реагента в фазах с течением времени выравниваются, достигая значения $c \approx c_+ \approx 0$.

Отметим, что приближенное выражение для концентрации $c(x, t)$ в непрерывной фазе (2.4) дает ее точное значение на входе в реактор при $z = 0$. Это доказывается непосредственным интегрированием первого уравнения (2.3) при $z = 0$ с учетом равенства $c_+(t, 0) = 0$.

Поступила 14 VIII 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гупало Ю. П., Полянин А. Д., Рязанцев Ю. С.** О диффузии к цепочке капель (пузырей) при больших числах Пекле.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1978, № 1.
2. **Полянин А. Д.** О диффузионном взаимодействии капель в жидкости.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1978, № 2.
3. **Gupalo Yu. P., Polyanin A. D., Ryazantsev Yu. S.** Moving particle interaction effects in the mass transfer in reacting dispersed systems.—In: 6 Int. Colloquium on the gasdynamics of explosions and reactive systems. Stockholm, Sweden, AIA, 1977.
4. **Waslo S., Gal—Or B.** Boundary layer theory for mass and heat transfer in clouds of moving drops, bubbles or solid particles.— «Chem. Engng Sci.», 1971, vol. 26, N 6.
5. **Leclair B. P., Hamielec A. E.** Viscous flow through particle assemblages at intermediate Reynolds numbers. Steady-state solutions for flow through assemblages of spheres.— «Ind. and Engng Chem. Fundam.», 1968, vol. 7, N 4.

УДК 620.193.6

ЛАЗЕРНАЯ КАВИТАЦИЯ В ЖИДКОМ АЗОТЕ

П. И. Голубничий, П. И. Дядюшкин, Г. С. Калюжный, С. Д. Корчиков, В. Г. Кудленко

(Ворошиловград)

С момента обнаружения лазерной кавитации в жидкости [1] появилось большое число работ, посвященных исследованию этого явления. Интерес к проблеме обусловлен, во-первых, тем, что это практически единственный способ получения изолированного кавитационного пузырька в жидкости (в случае электрического разряда возникают искажения, вызываемые наличием электродов), во-вторых, неясностью характеристик состояния вещества, реализующегося при коллапсе образованной таким образом полости.

Для исследования динамики пузырьков, образующихся при лазерном пробое в жидкости, применялись методики, основанные на регистрации акустических и световых импульсов, возникающих при образовании и коллапсе пузырька [1], применении скоростной фотосъемки [2], использовании теневого метода с подсветкой газовым лазером [3].

Цель данной работы — наблюдение лазерной кавитации в простейшей криогенной жидкости — жидком азоте. Вследствие близости температуры жидкого азота к точке кипения давление в кавитационной полости при ее максимальном размере, определяемое в основном давлением насыщенных паров азота, будет незначительно отличаться от внешнего дав-