

произвол в выборе параметров вихревых колец и связанный с этим произвол в величине их самоиндуцированной скорости.

Динамическое уравнение (9) может служить как для построения аналогичных численных алгоритмов расчета течений идеальной жидкости, свободных от отмеченных ограничений, так и для их обобщения на случай неоднородной жидкости. Гамильтоновость уравнения (9) означает, что фазовый объем и другие интегральные инварианты Пуанкаре сохраняются во времени. Это свойство позволяет построить статистическую механику жидкости и может быть полезным при исследовании устойчивости решений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гончаров В. П., Красильников В. А., Павлов В. И. К теории волновых взаимодействий в стратифицированных средах.—Изв. АН СССР. Сер. ФАО, 1976, т. 12, № 11.
2. Воронович А. Г. Гамильтоновский формализм для внутренних волн в океане.—Изв. АН СССР. Сер. ФАО, 1979, т. 15, № 1.
3. Моисеев С. С., Сагдеев Р. З. и др. Об интегралах вмороженности и лагранжевых инвариантах в гидродинамических моделях.—ЖЭТФ, 1982, т. 83, вып. 1.
4. Kuz'min G. A. Ideal incompressible hydrodynamics in terms of the vortex momentum density.—Phys. Lett. A, 1983, vol. 96, N 2.
5. Ламб Г. Гидродинамика. М.: ОНТИ, 1947.
6. Бэтчелор Дж. Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973.
7. Ле Блон П., Майсек Л. Волны в океане М.: Мир, 1981.
8. Мофрат Г. Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. М.: Мир, 1980.
9. Phillips H. B. Vector analysis. N. Y.: Wiley, 1933.
10. Захаров В. Е., Кузнецов Е. А. Гамильтоновский формализм для систем гидродинамического типа. Препринт ИАЭ СО АН СССР, № 186, Новосибирск, 1982.
11. Серрин Дж. Математические основы классической механики жидкости. М.: ИЛ, 1963.
12. Lynden-Bell D., Katz J. A Lagrangian for Eulerian fluid mechanics.—Proc. Roy. Soc. London, 1982, vol. A 381, N 1781.
13. Kuznetsov E. A., Mikhailov A. V. On topological meaning of canonical Clebsch variables.—Phys. Lett. A, 1980, vol. 77, № 1.
14. Morrison P., Greene J. M. Noncanonical Hamiltonian density formulation of hydrodynamics and ideal magnetohydrodynamics.—Phys. Rev. Lett., 1980, vol. 45, N 10.
15. Новиков Е. А. Статистическая необратимость и передача энергии по спектру.—В кн.: Тurbulentные течения. М.: Наука, 1974.
16. Яненко П. Н., Веретенцев А. Н., Григорьев Ю. Н. Гамильтонов формализм для пространственной системы малых вихрей в идеальной жидкости.—ЧММСС, 1979, т. 10, вып. 5.
17. Григорьев Ю. Н., Левинский В. Б., Яненко Н. Н. Гамильтоновы вихревые модели в теории турбулентности.—ЧММСС, 1982, т. 13, вып. 3.
18. Roberts P. H. A Hamiltonian theory for weakly interacting vortices.—Mathematika, 1972, vol. 19, N 1.

Поступила 10/VI 1983 г.

УДК 532.516

#### ПРИМЕР ОБТЕКАНИЯ САМОДВИЖУЩЕГОСЯ ТЕЛА ОСЕСИММЕТРИЧНЫМ ПОТОКОМ ЖИДКОСТИ

B. L. Сеницкий  
(Новосибирск)

В [1] рассмотрена плоская задача о стационарном обтекании потоком вязкой несжимаемой жидкости самодвижущегося цилиндрического тела — кругового цилиндра, движущаяся граница которого является движителем. В данной работе изучается осесимметричная задача о стационарном обтекании потоком вязкой несжимаемой жидкости самодвижущегося шара. Нормальная компонента вектора скорости течения определена на поверхности шара так, что поток массы и полный поток импульса жидкости через эту поверхность равны нулю. При малых числах Рейнольдса получена, в частности, асимптотическая формула, согласно которой возмущение скорости течения в следе за рассматриваемым телом с увеличением расстояния стремится к нулю по закону  $X^{-2}$ , т. е. значительно быстрее, чем в стационарном осесимметричном следе за телом, передающим жидкости в единицу времени отличный от нуля импульс. В последнем случае, как известно [2], возмущение скорости течения стремится к нулю по закону  $X^{-1}$ .

Пусть  $X, Y, Z$  — прямоугольные координаты;  $a$  — радиус шара;  $x = X/a, y = Y/a, z = Z/a$ ;  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  — единичные векторы, направления которых совпадают соответственно с направлениями осей  $x, y, z$ ;  $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ ;  $\theta$  — угол между векторами  $\mathbf{i}$  и  $x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ;  $\lambda$  — угол между векторами  $\mathbf{j}$  и  $y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ ;  $\mathbf{V}$  — скорость течения жидкости;  $\mathbf{V}_\infty = V_\infty \mathbf{i}$  — скорость течения на бесконечности ( $V_\infty > 0$ );  $\mathbf{u} = \mathbf{V}/V_\infty$ ;  $u_r, u_\theta, u_\lambda$  — соответственно  $r$ - $, \theta$ - и  $\lambda$ -компоненты вектора  $\mathbf{u}$ ;  $P$  — давление;  $P_\infty$  — давление на бесконечности;  $\sigma$  — плотность жидкости;  $p = (P - P_\infty)/(\sigma V_\infty^2)$ ;  $\nu$  — кинематический коэффициент вязкости;  $Re = aV_\infty/\nu$  — число Рейнольдса;  $\varepsilon$  — некоторая безразмерная величина, не зависящая от координат;  $f$  — функция от  $\theta$ , определенная на промежутке  $[0, \pi]$ ;  $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ ;  $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ .

В принятых здесь обозначениях уравнения Навье — Стокса и непрерывности и условия, которым должны удовлетворять безразмерные скорость течения и давление, имеют следующий вид:

$$(1) \quad (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \frac{1}{Re} \Delta \mathbf{u};$$

$$(2) \quad \nabla \cdot \mathbf{u} = 0;$$

$$(3) \quad u_r = \varepsilon f, \quad u_\theta = 0, \quad u_\lambda = 0 \quad \text{при } r = 1;$$

$$(4) \quad \mathbf{u} \rightarrow \mathbf{i}, \quad p \rightarrow 0 \quad \text{при } r \rightarrow \infty.$$

Течение жидкости предполагается симметричным относительно оси  $x$ . Это означает, что  $u_r, u_\theta, p$  не зависят от  $\lambda$ , и  $u_\lambda \equiv 0$  (ввиду чего последнее из условий (3) является выполненным). Вследствие указанной симметричности течения равны нулю  $y$ - и  $z$ -компоненты вектора  $\mathbf{S}$  полного потока импульса жидкости через поверхность шара. Таким образом,  $\mathbf{S} = S\mathbf{i}$ . С учетом стационарности данного течения нетрудно показать, что

$$(5) \quad S/(a^2 V_\infty^2) = 2\pi r^2 \int_0^\pi [(u_r \cos \theta - u_\theta \sin \theta) u_r + (p - 2Re^{-1} \partial u_r / \partial r) \cos \theta + Re^{-1} (r^{-1} \partial u_r / \partial \theta + \partial u_\theta / \partial r - r^{-1} u_\theta) \sin \theta] \sin \theta d\theta.$$

Согласно (1) — (5), при заданной зависимости  $f$  от  $\theta$   $S/(a^2 V_\infty^2)$  является функцией от  $\varepsilon$  и  $Re$ . В данной работе предполагается, что распределение  $u_r$  на сфере  $r = 1$  таково, что

$$(6) \quad S = 0,$$

и что равенством (6) (при заданной зависимости  $f$  от  $\theta$ )  $\varepsilon$  определяется как функция от  $Re$ . Кроме того, предполагается, что равен нулю поток массы жидкости через поверхность шара. В соответствии с этим функция  $f(\theta)$  удовлетворяет условию

$$(7) \quad \int_0^\pi f(\theta) \sin \theta d\theta = 0.$$

Ниже задача (1) — (4) рассматривается при малых числах Рейнольдса. Предположим, что при  $Re \rightarrow 0$

$$(8) \quad \mathbf{u}(r, \theta, Re) \sim \mathbf{u}_0(r, \theta) + \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{u}_m(r, \theta) g_m(Re);$$

$$(9) \quad p(r, \theta, Re) \sim p_0(r, \theta) Re^{-1} + \sum_{m=1}^{\infty} p_m(r, \theta) Re^{-1} g_m(Re),$$

где  $g_m(Re)$  — функции, удовлетворяющие условиям

$$\lim_{Re \rightarrow 0} g_1 = 0, \quad \lim_{Re \rightarrow 0} \frac{g_{m+1}}{g_m} = 0.$$

Отметим, что  $\lambda$ -компоненты векторов  $\mathbf{u}_n$  ( $n = 0, 1, \dots$ ) равны нулю. Асимптотические разложения, полученные при  $\text{Re} \rightarrow 0$  и постоянных  $r, \theta$ , будем называть внутренними. Разложим при  $\text{Re} \rightarrow 0$  функцию  $\varepsilon(\text{Re})$  в следующий асимптотический ряд:

$$(10) \quad \varepsilon(\text{Re}) \sim \varepsilon_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \varepsilon_m g_m(\text{Re}).$$

Используя (1)–(4), (8)–(10), определим задачу нулевого приближения:

$$(11) \quad \nabla p_0 = \Delta \mathbf{u}_0;$$

$$(12) \quad \nabla \cdot \mathbf{u}_0 = 0;$$

$$(13) \quad u_{0r} = \varepsilon_0 f, \quad u_{0\theta} = 0 \quad \text{при } r = 1;$$

$$(14) \quad u_{0r} \rightarrow \cos \theta, \quad u_{0\theta} \rightarrow -\sin \theta, \quad p_0 \rightarrow 0 \quad \text{при } r \rightarrow \infty.$$

Здесь  $u_{0r}, u_{0\theta}$  — соответственно  $r$ - и  $\theta$ -компоненты вектора  $\mathbf{u}_0$ .

Предположим, что

$$(15) \quad f = \sum_{m=0}^{\infty} f_m P_m(\cos \theta),$$

где  $f_m$  — постоянные,  $f_1 \neq 0$ ;  $P_m$  — полиномы Лежандра. В соответствии с условием (7) будем иметь

$$(16) \quad f_0 = 0.$$

Подставим в выражение (5) для  $S/(\sigma a^2 V_\infty^2)$  вместо  $u_r, u_\theta, p$  их внутренние разложения. Используя полученное в результате этого выражение, найдем

$$(17) \quad S/(\sigma a^2 V_\infty^2) \sim s_{-1} \text{Re}^{-1} + s_0 + s'_0 \text{Re}^{-1} g_1(\text{Re}) + \dots \text{при } \text{Re} \rightarrow 0.$$

Здесь, в частности,

$$s_{-1} = 2\pi r^2 \int_0^\pi [(p_0 - 2\partial u_{0r}/\partial r) \cos \theta + (r^{-1}\partial u_{0r}/\partial \theta + \partial u_{0\theta}/\partial r - r^{-1}u_{0\theta}) \sin \theta] \times \sin \theta d\theta.$$

Ввиду того, что  $S = 0$ , должны быть равны нулю и все члены разложения (17). Используя (11)–(16) и условие равенства нулю главного члена разложения (17) и проделав несложные вычисления, получим

$$(18) \quad \varepsilon_0 = 3/f_1;$$

$$(19) \quad p_0 = \frac{3}{f_1} \sum_{m=2}^{\infty} \frac{m(2m-1)}{m+1} f_m r^{-m-1} P_m(\cos \theta);$$

$$(20) \quad u_{0r} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \Psi_0}{\partial \theta}, \quad u_{0\theta} = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Psi_0}{\partial r},$$

$$\text{где } \Psi_0 = -(r^2 + 2r^{-1}) \int_{-1}^{\cos \theta} P_1(\xi) d\xi - \frac{3}{2f_1} \sum_{m=2}^{\infty} f_m [mr^{-m} + (2-m)r^{-m}] \int_{-1}^{\cos \theta} P_m(\xi) d\xi.$$

Область применимости решения (19), (20) определяется условием малости конвективных членов по сравнению с вязкостными членами в уравнениях движения жидкости. Оценив их величины с помощью (20), можно показать, что это условие не выполняется при  $\text{Re} r \geqslant 1$ . Поэтому ниже наряду с внутренними разложениями (8), (9) рассматриваются также некоторые внешние разложения  $\mathbf{u}, p$ . Члены этих разложений опреде-

ленным образом (в соответствии с принципом асимптотического сращивания [3]) согласуются с членами разложений (8), (9). Отметим, что условия (14) совпадают с условиями согласования главных членов внутренних разложений  $u_r$ ,  $u_\theta$ ,  $p$  с членами порядка единицы их внешних разложений.

Перепишем уравнения (1), (2) и условия (3), (4) для  $u_r$ ,  $u_\theta$ ,  $p$  следующим образом:

$$(21) \quad (\mathbf{u} \cdot \hat{\nabla})\mathbf{u} = -\hat{\nabla}p + \hat{\Delta}\mathbf{u};$$

$$(22) \quad \hat{\nabla} \cdot \mathbf{u} = 0;$$

$$(23) \quad u_r = \varepsilon f, \quad u_\theta = 0 \quad \text{при } \rho = \text{Re};$$

$$(24) \quad u_r \rightarrow \cos \theta, \quad u_\theta \rightarrow -\sin \theta, \quad p \rightarrow 0 \quad \text{при } \rho \rightarrow \infty.$$

Здесь  $\hat{\nabla} = (\partial/\partial\hat{x}, \partial/\partial\hat{y}, \partial/\partial\hat{z})$ ;  $\hat{\Delta} = \partial^2/\partial\hat{x}^2 + \partial^2/\partial\hat{y}^2 + \partial^2/\partial\hat{z}^2$ ;  $\hat{x} = \text{Re } x$ ,  $\hat{y} = \text{Re } y$ ,  $\hat{z} = \text{Re } z$ ;  $\rho = \text{Re } r$ . Предположим, что при  $\text{Re} \rightarrow 0$

$$(25) \quad \mathbf{u}(\rho/\text{Re}, \theta, \text{Re}) \sim \mathbf{i} + \sum_{m=1}^{\infty} \mathbf{u}^{(m)}(\rho, \theta) h_m(\text{Re});$$

$$(26) \quad p(\rho/\text{Re}, \theta, \text{Re}) \sim \sum_{m=1}^{\infty} p^{(m)}(\rho, \theta) h_m(\text{Re}),$$

где  $h_m(\text{Re})$  — функции, удовлетворяющие условиям

$$\lim_{\text{Re} \rightarrow 0} h_1 = 0, \quad \lim_{\text{Re} \rightarrow 0} \frac{h_{m+1}}{h_m} = 0.$$

Отметим, что  $\lambda$ -компоненты векторов  $\mathbf{u}^{(m)}$  равны нулю. Асимптотические разложения, полученные при  $\text{Re} \rightarrow 0$  и постоянных  $\rho$ ,  $\theta$ , будем называть внешними. Используя (21), (22), (24)–(26), получим

$$(27) \quad \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \hat{x}} = -\hat{\nabla}p^{(1)} + \hat{\Delta}\mathbf{u}^{(1)};$$

$$(28) \quad \hat{\nabla} \cdot \mathbf{u}^{(1)} = 0;$$

$$(29) \quad u_r^{(1)} \rightarrow 0, \quad u_\theta^{(1)} \rightarrow 0, \quad p^{(1)} \rightarrow 0 \quad \text{при } \rho \rightarrow \infty,$$

где  $u_r^{(1)}, u_\theta^{(1)}$  — соответственно  $r$ - и  $\theta$ -компоненты вектора  $\mathbf{u}^{(1)}$ . Отметим, что граничные условия (23) не могут быть использованы для получения условий, которым должны удовлетворять  $r$ - и  $\theta$ -компоненты векторов  $\mathbf{u}^{(m)}$  ( $m = 1, 2, \dots$ ), так как внешние разложения производятся при постоянных  $\rho$ ,  $\theta$  и  $\text{Re} \rightarrow 0$ , а в (23)  $\rho = \text{Re}$ , и поэтому  $\rho$  не может оставаться постоянным при  $\text{Re} \rightarrow 0$ .

Уравнения (27), (28) имеют решения следующего вида [4]:

$$(30) \quad u_r^{(1)} = \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} + \frac{\partial \chi}{\partial \theta} - \chi \cos \theta;$$

$$(31) \quad u_\theta^{(1)} = \rho^{-1} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \rho^{-1} \frac{\partial \chi}{\partial \theta} + \chi \sin \theta;$$

$$(32) \quad p^{(1)} = \rho^{-1} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \sin \theta - \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} \cos \theta,$$

где  $\varphi(\rho, \theta)$ ,  $\chi(\rho, \theta)$  — функции, удовлетворяющие уравнениям

$$(33) \quad \hat{\Delta}\varphi = 0;$$

$$(34) \quad \partial \chi / \partial \hat{x} = \hat{\Delta}\chi.$$

Решая уравнения (33), (34) и используя (29)–(32), получим

$$(35) \quad \varphi = \sum_{m=0}^{\infty} a_m \rho^{-m-1} P_m(\cos \theta);$$

$$(36) \quad \chi = \rho^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{1}{2}\rho \cos \theta} \sum_{m=0}^{\infty} A_m K_{m+\frac{1}{2}}(\rho/2) P_m(\cos \theta),$$

где  $a_m$ ,  $A_m$  — постоянные;  $K_{m+1/2}$  — функции Макдональда.

Пусть коэффициент  $f_2$  в разложении (15) отличен от нуля. Тогда внешние разложения  $u_0$  и  $\text{Re}^{-1}p_0$  начинаются с членов порядка  $\text{Re}^2$ . В соответствии с этим положим  $h_1(\text{Re}) = \text{Re}^2$ . Заменим в выражении (5) для  $S/(\sigma a^2 V_\infty^2)$   $r$  на  $\rho/\text{Re}$ . Используя полученное в результате этого выражение и (25), (26), найдем

$$(37) \quad S/(\sigma a^2 V_\infty^2) \sim \hat{s}_0 + \hat{s}_1 \text{Re}^2 + \hat{s}'_1 \text{Re}^{-2} h_2(\text{Re}) + \dots \text{ при } \text{Re} \rightarrow 0.$$

Здесь, в частности,

$$\begin{aligned} \hat{s}_0 &= 2\pi\rho^2 \int_0^\pi \left[ \frac{1}{2} u_r^{(1)} (3 + \cos 2\theta) - \frac{1}{2} u_\theta^{(1)} \sin 2\theta + (p^{(1)} - 2\partial u_r^{(1)}/\partial \rho) \cos \theta + \right. \\ &\quad \left. + (\rho^{-1} \partial u_r^{(1)}/\partial \theta + \partial u_\theta^{(1)}/\partial \rho - \rho^{-1} u_\theta^{(1)}) \sin \theta \right] \sin \theta d\theta. \end{aligned}$$

Ввиду того, что  $S = 0$ , все члены разложения (37) также должны быть равны нулю.

Для нахождения  $u_r^{(1)}$ ,  $u_\theta^{(1)}$ ,  $p^{(1)}$  необходимо определить постоянные  $a_m$ ,  $A_m$  ( $m = 0, 1, \dots$ ) в выражениях (35), (36) для  $\varphi$  и  $\chi$ . Эти постоянные должны удовлетворять условию равенства нулю главного члена разложения (37) и условиям согласования

$$\begin{aligned} E_{\text{Re}^2} I_1 u_r &= I_1 E_{\text{Re}^2} u_r, \quad E_{\text{Re}^2} I_1 u_\theta = I_1 E_{\text{Re}^2} u_\theta, \\ E_{\text{Re}^2} I_{\text{Re}-1} p &= I_{\text{Re}-1} E_{\text{Re}^2} p, \end{aligned}$$

где  $I_{\text{Re}-1}$ ,  $I_1$ ,  $E_{\text{Re}^2}$  — операторы внутренних и внешних разложений, определенные так, как указано в [1]. Перечисленные условия выполняются при

$$(38) \quad a_0 = 0, \quad a_1 = 3f_2/f_1,$$

$$A_0 = 3f_2/(2\pi^{1/2}f_1), \quad A_1 = -3f_2/(2\pi^{1/2}f_1),$$

$$a_k = 0, \quad A_k = 0 \quad (k = 2, 3, \dots).$$

Таким образом, согласно (30)–(32), (35), (36), (38),  $u_r^{(1)}$ ,  $u_\theta^{(1)}$ ,  $p^{(1)}$  имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} u_r^{(1)} &= \frac{3f_2}{8f_1\rho} e^{\frac{1}{2}\rho(\cos \theta - 1)} \{ \cos 2\theta - 1 + 2\rho^{-1}(\cos 2\theta + 4\cos \theta - 1) + 16\rho^{-2} \cos \theta \} - \\ &\quad - \frac{6f_2}{f_1\rho^3} \cos \theta, \\ u_\theta^{(1)} &= \frac{3f_2}{4f_1\rho} e^{\frac{1}{2}\rho(\cos \theta - 1)} \{ (1 + 2\rho^{-1})(1 - \cos \theta) + 4\rho^{-2} \} \sin \theta - \\ &\quad - \frac{3f_2}{f_1\rho^3} \sin \theta, \quad p^{(1)} = \frac{3f_2}{2f_1\rho^3} (3\cos 2\theta + 1). \end{aligned}$$

Применяя метод аддитивного составления [3], найдем для  $u_r$ ,  $u_\theta$ ,  $p$  приближенные составные выражения, пригодные во всей области течения:

$$u_r \approx (I_1 + E_{\text{Re}^2} - I_1 E_{\text{Re}^2}) u_r = u_{r0} + \text{Re}^2 u_r^{(1)} - \frac{3f_2}{4f_1 r^2} (3\cos 2\theta + 1),$$

$$u_\theta \approx (I_1 + E_{\text{Re}^2} - I_1 E_{\text{Re}^2}) u_\theta = u_{\theta 0} + \text{Re}^2 u_\theta^{(1)},$$

$$p \approx (I_{\text{Re}-1} + E_{\text{Re}^2} - I_{\text{Re}-1} E_{\text{Re}^2}) p = \text{Re}^{-1} p_0.$$

Рассмотрим вопрос об асимптотическом поведении скорости течения на больших расстояниях от шара (при малых  $Re$ ). Перейдем в составных выражениях для  $u_r$ ,  $u_\theta$  к координатам  $\rho$ ,  $\theta$ . Для любого положительного, не превышающего  $\pi$  числа  $\delta$  при  $\rho \rightarrow \infty$ ,  $\delta \leq \theta \leq \pi$  и постоянном  $Re$  будем иметь

$$u_r \sim \cos \theta + O(\rho^{-3}), \quad u_\theta \sim -\sin \theta + O(\rho^{-3}).$$

Значительно медленнее возмущение скорости течения с увеличением расстояния стремится к нулю на параболоидах  $(\hat{y}^2 + \hat{z}^2)/\hat{x} = \text{const}$  ( $\hat{x} > 0$ ), в следе за телом. Перейдем в составных выражениях для  $u_r$ ,  $u_\theta$  к координатам  $\hat{x}$ ,  $(\hat{y}^2 + \hat{z}^2)/\hat{x}$ . Произведем разложение полученных в результате этого выражений при  $\hat{x} \rightarrow +\infty$  и постоянных  $(\hat{y}^2 + \hat{z}^2)/\hat{x}$ ,  $Re$  с точностью до членов, малых по сравнению с  $\hat{x}^{-2}$ . Переходя затем к размерным величинам и векторной форме записи, найдем

$$\mathbf{V} \sim \mathbf{V}_\infty \left\{ 1 + \frac{3f_2 a^2}{f_1 X^2} \left( 1 - V_\infty \frac{Y^2 + Z^2}{4vX} \right) e^{-V_\infty \frac{Y^2 + Z^2}{4vX}} \right\}.$$

Таким образом, при малых числах Рейнольдса возмущение скорости течения в следе за рассматриваемым телом с увеличением расстояния стремится к нулю по закону  $X^{-2}$  (расстояние от тела совпадает с  $X$  с точностью до величины, малой по сравнению с  $X$  при  $X/a \rightarrow +\infty$  и постоянном  $(Y^2 + Z^2)/(aX)$ ). Этот результат, в частности, находится в соответствии с замечанием о законе изменения с расстоянием возмущения скорости осесимметричного течения в следе за самодвижущимся телом, сделанным в [5].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сеницкий В. Л. О течении жидкости вокруг самоходного тела. — ПМТФ, 1978, № 3.
2. Ландау Л. Д., Либшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: ГИТТЛ, 1954.
3. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967.
4. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 2. М.: Физматгиз, 1963.
5. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы и каверны. М.: Мир, 1964.

Поступила 10/VI 1983 г.

УДК 532.527 : 532.526.5 : 533.6.011

## ГЛОБАЛЬНОЕ ТЕЧЕНИЕ ПРИ СТАЦИОНАРНОМ ОТРЫВНОМ ОБТЕКАНИИ ПЛОСКИХ ТЕЛ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Л. А. Кожуро

(Москва)

Основной проблемой теории стационарных отрывных течений при больших числах Рейнольдса  $Re$  является определение глобального поля течения, которое описывается уравнениями движения невязкой жидкости.

Из общих соображений и из экспериментальных наблюдений ясно, что граница срывной зоны в идеально-жидкостной модели, соответствующей течениям с большими, но конечными  $Re$ , представляет собой поверхность тангенциального разрыва скорости, на которой испытывает скачок постоянная Бернулли.

Кроме того, известно [1, 2], что при достаточно общих предположениях в предельном случае больших  $Re$  плоское течение с замкнутыми линиями тока является течением с постоянной завихренностью. Поэтому отрывное обтекание плоского тела идеальной жидкостью, которое могло бы служить первым приближением для построения вязкого отрывного течения, должно иметь постоянную завихренность в зоне отрыва и скачок постоянной Бернулли на ее границе.