8. **Davey A., Stewartson K.** On three-dimensional packets of surface waves // Proc. Roy. Soc. London A.— 1974.— V. 338.— P. 101.
9. **Абловиц М., Сигур К.** Солитоны и метод обратной задачи.— М.: Мир, 1987.
10. **Нестеров С. В.** Возбуждение волн конечной амплитуды бегущей системой давлений // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана.— 1986.— Т. 4, № 10.
11. **Марченко А. В., Сибгатуллин Н. Р.** О резонансном возбуждении длинных волн в двухслойной жидкости переменным давлением на свободной поверхности // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1990.— № 2.
12. **Юэн Г., Лэйк Б.** Нелинейная динамика гравитационных волн на глубокой воде.— М.: Мир, 1987.
13. **Захаров В. Е.** Устойчивость периодических волн конечной амплитуды на поверхности глубокой жидкости // ПМТФ.— 1968.— № 2.
14. **Марченко А. В., Сибгатуллин Н. Р.** О резонансном взаимодействии волн в тяжелой жидкости, находящейся под упругой пластиной // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика.— 1986.— № 4.
15. **Ильичев А. Т., Марченко А. В.** О распространении длинных нелинейных волн в тяжелой жидкости под ледяным покровом // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1989.— № 1.

г. Владивосток *Поступила 8/VIII 1989 г., в окончательном варианте — 25/I 1990 г.*

УДК 533.72 + 541.182

М. А. Гайдуков, В. А. Коструба, А. В. Терзян

ТЕРМОФОРЕТИЧЕСКОЕ ДВИЖЕНИЕ АНСАМБЛЯ УМЕРЕННО КРУПНЫХ АЭРОЗОЛЬНЫХ ЧАСТИЦ

Знание закономерностей поведения ансамбля аэрозольных частиц в неизотермическом газе позволяет совершенствовать эффективность многих технологических процессов (производство порошков, улавливание ценных и вредных отходов, содержащихся в атмосфере, и т. д.), а также может быть полезным при разработке методов активного воздействия на облака, как естественные, так и искусственные. Последнее важно, например, при применении аэрозольных веществ в сельском хозяйстве.

Решение задачи о термофорезе состоит в расчете относительного движения неоднородно нагретого газа и взвешенных в нем аэрозольных частиц. Гидродинамический метод расчета, предложенный в [1], содержит в качестве основного предположение о большой удаленности частиц друг от друга, когда каждая из них может фактически рассматриваться как одиночная, находящаяся в неограниченной газовой среде. В [2, 3] на основе данного метода развивается подход, позволяющий исследовать термофоретическое движение произвольной совокупности твердых аэрозольных частиц, расположенных достаточно близко, чтобы взаимодействовать гидродинамически. Под последним понимается взаимодействие, обусловленное тем, что движущаяся частица генерирует в среде поле скорости, влияющее на движение других частиц. В силу сделанных при математической постановке задачи предположений результаты [2, 3] применимы только для ансамбля, состоящего из одинаковых крупных ($\mathrm{Kn} \leqslant 0{,}05$, $\mathrm{Kn} = \lambda/R$, λ — длина свободного пробега молекул газа, R — радиус частиц) и умеренно теплопроводных частиц.

В настоящей работе подход, предложенный в [2, 3], обобщается на случай умеренно крупных и высокотеплопроводных частиц. На основе полученных для установившихся скоростей каждой частицы выражений с помощью ЭВМ рассчитывается поведение линейных ансамблей. Исследуется влияние полидисперсности на процесс укрупнения частиц.

Принимается: газовая среда вдали от частиц покоится, а ее температура является линейной функцией точки; частицы твердые, сферические (необязательно одного размера) распределены в пространстве случайным образом и имеют в начальный момент времени установившиеся скорости $u^{(k)}$ ($k = 1, 2, \ldots, N$).

Задача состоит из двух частей. Во-первых, нужно найти поправку к скорости термофореза одиночной умеренно крупной аэрозольной частицы, зависящую от параметров $h_{\alpha k} = R_\alpha / l_{\alpha k}$ (R_α — радиус частицы с номером α, $l_{\alpha k}$ — расстояние между центрами соответствующих частиц), и, во-вторых, рассчитать траекторию частиц.

Оценки показывают [4], что в диапазоне практически реализуемых значений градиентов температур поля скорости, давления и температуры газовой среды (v, p, T_e) определяются квазистационарными уравнениями

Стокса и уравнением Лапласа [4]

$$\eta\nabla^2 v = \nabla P,\ \nabla v = 0; \tag{1}$$

$$\nabla^2 T_e = 0. \tag{2}$$

На поверхности каждой из частиц макропараметры среды удовлетворяют следующим граничным условиям:

$$v_{rk} = c_V \frac{\nu_e}{R_k^2 T_{e0}} \mathrm{Kn}^{(k)} \frac{1}{\sin\theta_k} \frac{\partial}{\partial\theta_k} \sin\theta_k \frac{\partial}{\partial\theta_k} T_e; \tag{3}$$

$$v_{\theta k} = K_{TS}^{(0)}\left(1 + \mathrm{Kn}^{(k)}\beta_R'\right) \frac{\nu_e}{R_k T_{e0}} \frac{\partial}{\partial\theta_k} T_e + \tag{4}$$

$$+ c_m R_k \mathrm{Kn}^{(k)} \Pi_{r_k}\theta_k + K_{TS}^{(0)} \mathrm{Kn}^{(k)} \beta_R \frac{\nu_e}{T_{e0}} \frac{\partial^2}{\partial\theta_k\,\partial r_k} T_e - K_{TS}^{(0)}\beta_б \mathrm{Kn}^{(k)} \frac{R_k\nu_e}{2T_{e0}} T_{r_k}\theta_k;$$

$$\varkappa_e \frac{\partial T_e}{\partial r_k} - \varkappa_k \frac{\partial T_k}{\partial r_k} = c_q \varkappa_e \mathrm{Kn}^{(k)} \frac{1}{R_k \sin\theta_k} \frac{\partial}{\partial\theta_k} \sin\theta_k \frac{\partial}{\partial\theta_k} T_e; \tag{5}$$

$$T_e - T_k = K_T \mathrm{Kn}^{(k)} R_k (\partial T_e/\partial r_k) \tag{6}$$

$$\left(\Pi_{r_k\theta_k} = r_k \frac{\partial}{\partial r_k}\left(\frac{v_{\theta k}}{r_k}\right) + \frac{1}{r_k}\frac{\partial v_{rk}}{\partial\theta_k};\quad T_{r_k\theta_k} = r_k \frac{\partial}{\partial r_k}\left(\frac{1}{r_k^2}\frac{\partial T_e}{\partial\theta_k}\right) + \frac{1}{r_k}\frac{\partial^2 T_e}{\partial r_k\,\partial\theta_k}\right).$$

Здесь $K_{TS}^{(0)}$, c_m — коэффициенты теплового и изотермического скольжения газа вдоль плоской поверхности; K_T — коэффициент скачка температуры у плоской поверхности; $\nu_e = \eta_e/\rho_e$; η_e, $\varkappa_e$, ρ_e — коэффициенты вязкости, теплопроводности и массовая плотность газа; $\varkappa_k$ — коэффициент теплопроводности вещества k-й частицы; величины c_V, β_R', β_R, $\beta_б$, c_q, входящие в члены, пропорциональные $\mathrm{Kn}^{(k)}$ и появляющиеся в граничных условиях (3)—(5) при учете кривизны поверхности и бариеттовских вкладов в функции распределения по скоростям молекул среды, являются сложными функциями коэффициентов аккомодации тангенциального импульса и энергии; r_k, θ_k, φ_k — координаты сферической системы координат, связанной с k-й частицей и началом в ее центре. В настоящей работе для c_V, β_R', β_R, $\beta_б$, c_q использовались выражения, полученные в [5].

Зная решение уравнений (1), (2) с граничными условиями (3)—(6), можно определить полные силы, действующие на каждую из частиц ансамбля. Считая движение установившимся, мгновенные скорости $u^{(k)}$ частиц найдем, приравнивая полные силы нулю, а их траектории — путем численного интегрирования уравнений

$$dx_k/dt = u_x^{(k)},\quad dy_k/dt = u_y^{(k)},\quad dz_k/dt = u_z^{(k)}. \tag{7}$$

В силу линейности уравнений Стокса, Лапласа и граничных условий (3)—(6) распределения микропараметров среды (v, p, T_e) представим как

$$v = \sum_{k=1}^{N} v^{(k)},\quad p = \sum_{k=1}^{N} p^{(k)},\quad T_e = T_{e0} + (\nabla T_e)_\infty r_k + \sum_{k=1}^{N} T_e^{(k)}. \tag{8}$$

Здесь $v^{(k)}$, $p^{(k)}$, $T_e^{(k)}$ определяют возмущение соответствующего поля, обусловленное k-й частицей. Возмущения $v^{(k)}$, $p^{(k)}$ ищем в виде решения Ламба [6]

$$v^{(k)} = \sum_{n=1}^{\infty} \{r_0 t_k (r_k \chi_{-n-1}^{(k)}) - (n-2)/(2\eta_e n(2n-1)) \cdot r_k^2 \nabla_k p_{-n-1}^{k} - \tag{9}$$

$$- \nabla_k \Phi_{-n-1}^{(k)} + (n+1)/(\eta_e n(2n-1)) \cdot r_k p_{-n-1}^{(k)}\},\quad p = \sum_{n=1}^{\infty} p_{-n-1}^{(k)},$$

а $T_e^{(k)}$ (как, впрочем, и T_k)— в виде общего решения уравнения Лапласа. В (9) $p_{-n-1}^{(k)}$, $\Phi_{-n-1}^{(k)}$, $\chi_{-n-1}^{(k)}$ — объемные сферические гармоники порядка

$-(n+1)$, которые записываются относительно сферической системы координат k-й частицы.

Сила, действующая на k-ю частицу, определяется по формуле [7]

$$F^{(k)} = -4\pi\nabla_k \left(r_k^3 p_{-2}^{(k)}\right). \tag{10}$$

Конкретный вид гармоник $p_{-2}^{(l)}$ находится в результате подстановки распределений v, T_e, T_k в (3)—(6). При этом, удовлетворяя граничным условиям на поверхности k-й частицы, возмущения, обусловленные остальными частицами, необходимо записать в системе координат этой же частицы. Данные преобразования можно осуществить с помощью известных формул [8] для систем, состоящих только из двух частиц.

В общем случае ($N > 2$) на основе используемого в работе подхода конкретное выражение для $F^{(k)}$ удается получить в так называемом двухчастичном приближении, когда для данной частицы учитывается ее гидродинамическое взаимодействие с каждой из оставшихся частиц в отдельности. При этом, как можно показать, в разложениях макропараметров по малому параметру $h_{\alpha k}$ следует оставлять только члены порядка $h_{\alpha k}^n$, где $n = 0, 1, \ldots, 5$. Это обстоятельство объясняет и тот факт, что в данной работе не учитывается вращение частиц. Последнее возможно, как показано на примере систем из двух частиц [2], если вычисления проводятся с точностью до членов порядка $h_{\alpha k}^7$ включительно.

На основе вышеизложенной процедуры с точностью до членов порядка $h_{\alpha k}^5$ включительно получены конкретные выражения мгновенных скоростей для каждой из N частиц:

$$u_z^{(\alpha)} = u_0^{(\alpha)} \left\{1 + \frac{\varkappa_e\left(1 + 2c_q \operatorname{Kn}^{(k)}\right) - \varkappa_k\left(1 - K_T \operatorname{Kn}^{(k)}\right)}{2\varkappa_e\left(1 - c_q \operatorname{Kn}^{(k)}\right) + \varkappa_k\left(1 + 2K_T \operatorname{Kn}^{(k)}\right)} \times \right. \tag{11}$$

$$\left. \times \left(1 - 3\cos^2\alpha\left(\frac{R_k}{l_{\alpha k}}\right)^3\right)\right\} - \frac{1}{2} u_0^{(\alpha)} \frac{2\varkappa_e + \varkappa_k}{2\varkappa_e + \varkappa_\alpha} H^{(k)} \left(\frac{R_k}{l_{\alpha k}}\right)^3 (1 - 3\cos^2\alpha),$$

$$u_x^{(\alpha)} = \frac{3}{4} u_0^{(k)} H^k \sin 2\alpha \left(\frac{R_k}{l_{\alpha k}}\right)^3 \frac{2\varkappa_e + \varkappa_k}{2\varkappa_e + \varkappa_\alpha} -$$

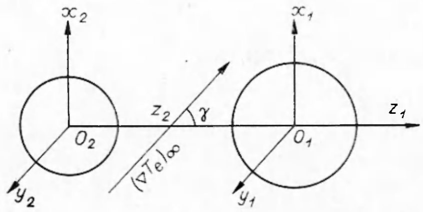
$$- \frac{3}{2} u_0^{(\alpha)} \frac{\varkappa_e\left(1 + 2c_q \operatorname{Kn}^{(k)}\right) - \varkappa_k\left(1 - K_T \operatorname{Kn}^{(k)}\right)}{2\varkappa_e\left(1 - c_q \operatorname{Kn}^{(k)}\right) + \varkappa_k\left(1 + 2K_T \operatorname{Kn}^{(k)}\right)} \sin 2\alpha\,(R_k/l_{\alpha k})^3,\quad u_y^{(\alpha)} = 0.$$

Здесь $v_0^{(\alpha)}$ — скорость термофореза умеренно крупной одиночной твердой частицы;

$$H^{(\alpha)} = \frac{\left[1 + (\beta_б + \beta_R') \operatorname{Kn}^{(\alpha)} + 2\frac{c_V}{K_{TS}^{(0)}} \operatorname{Kn}^{(\alpha)}\right]\left(1 + \frac{\varkappa_\alpha}{\varkappa_e} K_T \operatorname{Kn}^{(\alpha)}\right) + (\beta_R - \beta_б)\operatorname{Kn}^{(\alpha)}\left(\frac{\varkappa_\alpha}{\varkappa_e} - 2c_q \operatorname{Kn}^{(\alpha)}\right)}{\left[1 + (\beta_б + \beta_R') \operatorname{Kn}^{(\alpha)} - \left(1 + Gc_m \operatorname{Kn}^{(\alpha)}\right)\frac{c_V}{K_{TS}^{(0)}} \operatorname{Kn}^{(\alpha)}\right]\left(1 + \frac{\varkappa_\alpha}{\varkappa_e} K_T \operatorname{Kn}^{(\alpha)}\right) + (\beta_R - \beta_б)\operatorname{Kn}^{(\alpha)}\left(\frac{\varkappa_\alpha}{\varkappa_e} - 2c_q \operatorname{Kn}^{(\alpha)}\right)}.$$

Выражения (11) записаны относительно лабораторной системы координаты, ось Oz которой направлена по линии центров частиц с номерами α и k под углом φ к вектору $(\nabla T_e)_\infty$, а координатная плоскость Oxz параллельна ему.

С помощью (11) путем численного интегрирования уравнений (7) исследовано поведение ансамбля из 30 умеренно крупных аэрозольных частиц, которые располагаются либо вдоль прямой (линейный ансамбль), либо находятся на одной плоскости (плоский ансамбль).



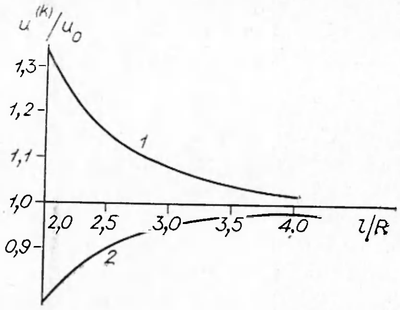


Рис. 1

Для численного решения системы (7) на ЭВМ БЭСМ-6 применялся стандартный пакет программ для интегрирования систем дифференциальных уравнений STIFF, описанных в [9]. Пакет позволяет решать как жесткие, так и нежесткие задачи. Для нежестких задач можно пользоваться неявным методом Адамса с переменным (до 12—20) порядком. Так как STIFF — одношаговая подпрограмма, то для управления ею были написаны драйвер и основная программа. Сократить на порядок время счета позволила замена в интегральном процессе по Ньютону применяемого в вычислении корректора якобиана единичной матрицей для частиц равных радиусов и диагональной матрицей для частиц с разными радиусами. Счет велся с точностью 10^{-4} до времени $\tau = t/n \simeq 2500$ ($\tau = R/u_0$, выбор τ обусловлен условием $\tau(R/l)^6 \leqslant 0{,}1$).

Данная программа учитывает возможность уменьшения полного числа частиц в ансамбле в результате процесса слияния (или укрупнения) частиц. Две частицы с номерами α и k, сблизившиеся до расстояния порядка $0{,}1 \max \{R_\alpha, R_k\}$ между поверхностями, считаются одной с радиусом $R_{\alpha k} = \sqrt[3]{R_\alpha^3 + R_k^3}$.

Для выдачи результатов счета в заданных точках использовалась интерполяция с помощью ряда Тейлора, что практически не сказывается на точности, но позволяет сохранить для продолжения счета достигнутый шаг интегрирования. Результаты вычислений выводились на графопостроитель в виде совокупности линий, представляющих траектории частиц ансамбля за время τ, они представлены на рис. 1—6.

На рис. 1—3 изображены зависимости величины $\delta = u^{(k)}/u_0$ ($u^{(k)}$ — скорость движения дуплета из двух тождественных частиц) от расстояния между частицами l_{12} (рис. 1), от отношения $\varkappa_\alpha/\varkappa_e$ (рис. 2), от числа Кнудсена Kn (рис. 3).

Кривые *1* относятся к случаю, когда линия центров частиц, составляющих дуплет, параллельна вектору $(\nabla T_e)_\infty$, *2* — перпендикулярна ему.

На рис. 4—6 представлены результаты численного расчета движения цепочек из 30 аэрозольных частиц. Предполагалось, что вначале расстояние между центрами любых двух соседних частиц в цепочке постоянно и что частицы имеют установившиеся скорости. Динамика цепочек из тождественных частиц ($R_k = 1$ мкм, $k = 1, 2, \ldots, 30$), из регулярно расположенных частиц трех сортов ($R^{(1)} = 1$ мкм, $R^{(2)} = 3$ мкм, $R^{(3)} = 10$ мкм), из хаотически расположенных частиц трех сортов ($R^{(1)} = 1$ мкм, $R^{(2)} = 3$ мкм, $R^{(3)} = 10$ мкм) изображена на рис. 4—6 соответственно. Все данные результаты получены для $\varkappa_\alpha/\varkappa_e = 10$ и Kn = 0,3. На рис. 4—6 отложены траектории частиц относительно системы координат, связанной с центром масс системы. На рис. 5, 6 момент образования укрупненных частиц представлен разрывом траекторной линии каждой из частиц. Анализ результатов позволяет выявить следующие закономерности поведения рассматриваемых систем.

1. При движении частиц вдоль линии центров с увеличением расстояния между частицами быстро ослабевает гидродинамическое взаимодействие (см. рис. 1). Так, при $l_{12} = 3{,}086R$ и $\varkappa_k/\varkappa_e = 70$ $\delta = 1{,}1$. При расстоянии между частицами, большем $10R$, скорость дуплета практически не отличается от скорости одиночной частицы. Аналогичная зако-

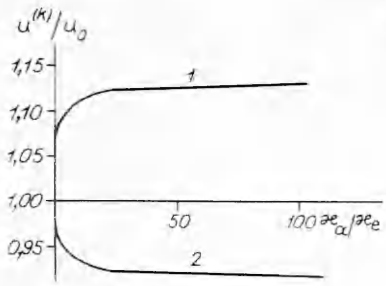


Рис. 2

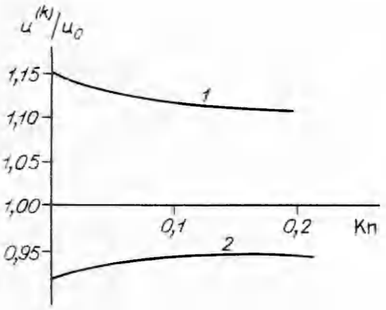


Рис. 3

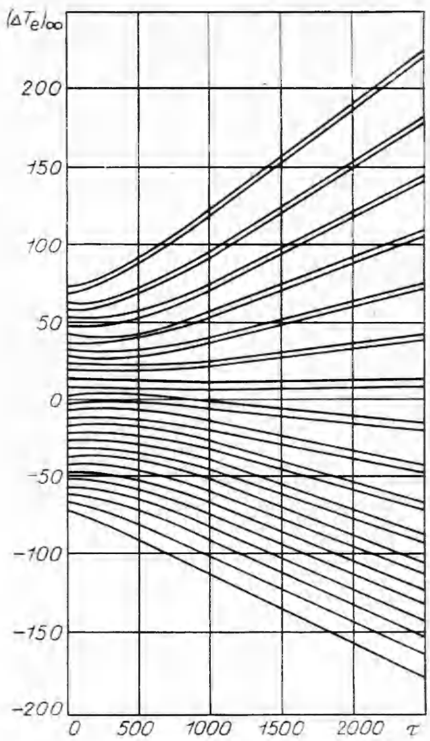


Рис. 4

номерность наблюдается при увеличении Kn (см. рис. 3, кривая *1*). При движении дуплета вдоль линии центров его скорость больше скорости одиночной частицы, причем добавка к скорости может достигать 25—30 %. При движении же частиц перпендикулярно линии центров $\delta < 1$, т. е. дуплет движется медленнее одиночной частицы. При этом зависимость δ от l_{12} и Kn такая же, как и в случае движения частиц вдоль линии центров (см. рис. 1, 2, кривые *2*).

Если линия центров одинаковых частиц составляет с направлением $(\nabla T_e)_\infty$ угол φ, то возникает дрейф дуплета — движение в направлении, перпендикулярном $(\nabla T_e)_\infty$. Причем скорость дрейфа максимальна при $\varphi = \pi/4$.

2. Конфигурация дуплета частиц различного радиуса изменяется с течением времени. При движении меньшей частицы за большей ($\varphi = \pi$) положение линии центров устойчиво; меньшая частица движется быстрее и догоняет большую (скорость сближения определяется параметрами $h_{\alpha k}$ и Kn). При движении большей частицы за меньшей ($\varphi = 0$) положение линии центров неустойчиво, малое ее отклонение от $\varphi = 0$ приводит к дальнейшему увеличению φ и возможны два случая: в первом $\varphi \geqslant \pi/2$, $l_{\alpha k} < l_{\text{кр}}$ ($l_{\text{кр}}$ — значение $l_{\alpha k}$, при котором исчезает взаимодействие частиц), угол φ продолжает увеличиваться, а расстояние между частицами начинает уменьшаться и частицы сближаются; во втором $\varphi < \pi/2$, $l_{\alpha k} > l_{\text{кр}}$, частицы продолжают двигаться, как одиночные. Отметим, что здесь, как и в системах, рассмотренных в п. 1, взаимодействие между частицами уменьшается с ростом числа Kn.

3. Одномерный коллектив одинаковых умеренно крупных сферических аэрозольных частиц (цепочка), линия центров которых параллельна градиенту $(\nabla T_e)_\infty$, движется вдоль градиента и распадается на изолированные дуплеты и одиночные частицы (см. рис. 4). У ведущего дуплета устанавливается наименьший зазор между поверхностями частиц, поэтому его скорость максимальна. У других величина зазора тем больше, чем дальше они от головной части цепочки, и их термофорети-

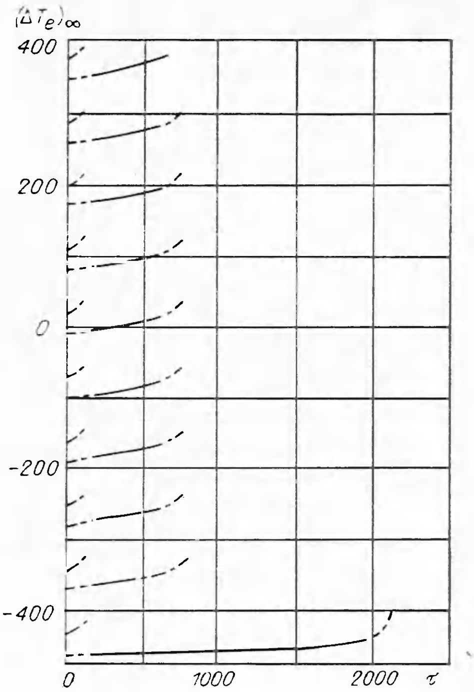


Рис. 5

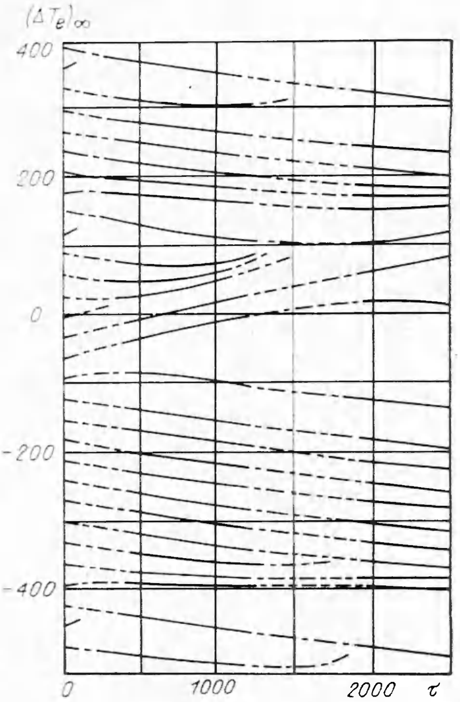


Рис. 6

ческие скорости убывают в порядке следования. Время, в течение которого цепочка распадается на изолированные дуплеты и одиночные частицы, взаимодействие между которыми практически отсутствует, для рассмотренной системы из 30 частиц с $R = 1$ мкм, $l_0 = 5R$, Кп $= 0{,}03$ порядка минуты. При этом размер системы (расстояние между крайними частицами в начальный момент или дуплетами в конечный) увеличивается в 3 раза.

4. Если рассмотренные в п. 3 коллективы состоят из частиц разного радиуса, то их поведение значительно отличается от поведения цепочек из одинаковых частиц. При этом реализуются две ситуации. В первой частицы разного радиуса образуют регулярно систему, в которой последовательность частиц периодически повторяется (см. рис. 5). Во второй частицы разного радиуса располагаются в цепочке произвольным образом (см. рис. 6). В качестве примера линейной регулярной системы рассмотрена цепочка, образованная частицами трех сортов: $R_1 = 10$ мкм, $R_2 = 3$ мкм, $R_3 = 1$ мкм. Схематически такую систему можно изобразить в виде $R_1R_2R_3R_1R_2R_3 \ldots R_1R_2R_3$. Причем в начальный момент $l_{k,k+1} = l_0 = 3R_1$, а $\varkappa_k/\varkappa_e = 10$. Направление $(\nabla T_e)_\infty$ выбиралось таким образом, чтобы цепочка двигалась в сторону крайней частицы с радиусом R_1. Результаты численных расчетов показали, что в такой системе со временем образуются укрупненные частицы или агрегаты (из трех последовательно расположенных частиц с радиусами R_1, R_2, R_3 образуется одна). Процесс образования агрегатов завершался к моменту времени $\tau_{кр} = 1$ мин, начиная с которого система ведет себя как цепочка, состоящая из частиц с одинаковыми радиусами. Отметим, что в данном случае размер системы практически не менялся. Последнее обстоятельство объясняется тем, что частицы с радиусом R_1 располагаются в начальный момент времени друг от друга на расстоянии $12R_1$, а именно: гидродинамическое взаимодействие, обусловленное частицей данного размера, оказывает наибольшее влияние на движение соседних частиц в рассмотренной системе.

При произвольном распределении частиц с радиусами R_1, R_2, R_3 в цепочке (см. рис. 6) последняя ведет себя значительно более сложным образом. В конечном итоге из-за процесса образования агрегатов первоначальная система разбивается на несколько подсистем, в каждой из которых прослеживается тенденция дальнейшего укрупнения частиц. Число подсистем и количество частиц в них к некоторому фиксированному моменту времени для рассмотренных систем зависят от начальной конфигурации расположения частиц в цепочке.

Полученные результаты, особенно связанные с возможностью образования агрегатов частиц в неизотермической аэродисперсной системе, могут быть использованы при проведении конкретных расчетов, связанных с динамикой таких систем, а также при разработке и конструировании устройств для улавливания аэрозольных частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Epstein P. S.** Zur Theorie des Radiometers // Z. Physik.— 1929.— Bd 54, N 7—8.
2. **Гайдуков М. Н., Мелехов А. П.** Поведение цепочки крупных сферических частиц в неоднородно нагретом газе // ИФЖ.— 1984.— Т. 47, № 1.
3. **Яламов Ю. И., Мелехов А. П., Гайдуков М. Н.** Термофорез гидродинамически взаимодействующих аэрозольных частиц // ДАН СССР.— 1986.— Т. 287, № 2.
4. **Яламов Ю. И., Галоян В. С.** Динамика капель в неоднородных вязких средах.— Ереван: Луйс, 1985.
5. **Яламов Ю. И., Юшканов А. А., Поддоскин А. Б.** О граничных условиях при обтекании неоднородно нагретым газом сферической поверхности малой кривизны // ДАН СССР.— 1980.— Т. 254, № 2.
6. **Ламб Г.** Гидродинамика.— М.; Л.: Техиздат, 1947.
7. **Brenner H.** The Stokes resistance of a slightly deformed sphere // Chem. Engng Sci.— 1964.— V. 19, N 8.
8. **Морс Ф. М., Фешбах Г. Ф.** Методы теоретической физики.— М.: ИЛ, 1960.— Т. 2.
9. **Захаров А. Ю., Турчанинов В. И.** STIFF-программа для решения жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений (адаптация для ЭВМ БЭСМ-6).— М.: МГУ, 1977.

г. Ереван *Поступила 11/XI 1987 г., в окончательном варианте — 23/VI 1989 г.*

УДК 536.25

А. Ю. Гилев, А. А. Непомнящий, И. Б. Симановский

ТЕРМОКАПИЛЛЯРНАЯ КОНВЕКЦИЯ С ЗАВИСЯЩИМ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЕМ НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА

Известно, что термокапиллярная неустойчивость равновесия в системе с границей раздела может иметь как монотонный, так и колебательный характер [1—4]. Существенное влияние на устойчивость системы оказывает присутствие источников и стоков тепла на поверхности раздела, которое может быть обусловлено химической реакцией, испарением, поглощением излучения и т. д. Задача об устойчивости равновесия в условиях поверхностного тепловыделения относительно монотонных возмущений решена в [5]. В [6] исследована устойчивость равновесия двухслойной системы по отношению к монотонным и колебательным возмущениям при наличии не зависящего от температуры тепловыделения на границе раздела.

В настоящей работе данная задача решается с учетом зависимости поверхностного тепловыделения от температуры. Показано, что в некоторых случаях эта зависимость может приводить к расширению области колебательной неустойчивости.

1. Пусть пространство между двумя твердыми горизонтальными пластинами $y = a_1$ и $y = -a_2$, на которых поддерживаются температуры соответственно T_1 и T_2, заполнено двумя слоями вязких несмешивающихся жидкостей. Ось x направлена горизонтально, y — вертикально вверх. Полагаем, что термокапиллярная конвекция осуществляется при наличии силы тяжести, это позволяет считать границу раздела плоской и недеформируемой ($y = 0$). Тем не менее влияние архимедовой подъемной силы на конвекцию предполагается пренебрежимо малым по сравнению с термокапиллярным эффектом, что наблюдается для тонких пленок жидкости. Коэффициенты динамической и кинематической вязкости, теплопроводности, температуропроводности равны η_m, ν_m, $\varkappa_m$, χ_m ($m = 1$ для верхней