УДК 577:541.124

Моделирование спиновой детонации в кольцевой камере сгорания в двумерной постановке^{*}

И.Н. Боровик¹, И.Р. Фаризанов¹, Л.С. Яновский^{1,2}

¹Московский авиационный институт ²Институт проблем химической физики РАН, Москва

E-mail: borovikin@mai.ru

В статье представлены результаты численного моделирования явления непрерывной спиновой детонации водород-кислородной смеси в двумерной нестационарной постановке с использованием периодических граничных условий. Программная реализация математической модели выполнена в программном комплексе ANSYS Fluent. Приведены методика настройки данного программного комплекса и алгоритм инициализации процесса детонации для проведения численного моделирования. Верификация методики выполнена с помощью расчета и сравнения с экспериментальными данными скорости распространения плоской детонационной волны с различными разбавителями. С помощью разработанной методики моделирования определены удельные импульсы и величины скоростей непрерывной спиновой детонации для коэффициента избытка горючего в диапазоне от 0,56 до 2,4. Результаты моделирования продемонстрировали хорошее совпадение с результатами других авторов. Также с помощью численного моделирования установлено, что удельный импульс камеры сгорания детонационного ракетного двигателя больше удельного импульса жидкостного ракетного двигателя в среднем на 17 %. Показано, что использование процесса непрерывной спиновой детонации может значительно уменьшить длину цилиндрической части камеры сгорания и газогенератора ракетного двигателя.

Ключевые слова: непрерывная (спиновая) детонация, численное моделирование, детонационный двигатель.

Введение

Процессы развития волн горения в газовых смесях, содержащихся внутри замкнутых объемов, таких как, например, камеры сгорания энергетических установок, остаются актуальным предметом многочисленных исследований. В первую очередь интерес к этим процессам обусловлен проблемой повышения эффективности энергоустановок. Опыт, накопленный в результате теоретических и экспериментальных исследований, позволил сформулировать надежные модели стационарных режимов дозвукового (дефлаграционного) и сверхзвукового (детонационного) распространения волн горения в газовых смесях. Однако процессы, протекающие в камерах сгорания двигателей и других тепловых машин, являются принципиально нестационарными и развиваются путем эволюции переходных режимов распространения пламени. Разномасштабность и многомерность

^{*} Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ, тема № FSFF-2020-0014.

[©] Боровик И.Н., Фаризанов И.Р., Яновский Л.С., 2022

Боровик И.Н., Фаризанов И.Р., Яновский Л.С.

протекающих процессов, а также большое число определяющих факторов в значительной степени осложняют изучение реальных технических систем путем их теоретического анализа и экспериментальных наблюдений. Значительные успехи в этой области были достигнуты благодаря развитию вычислительных методов. Методами детального численного моделирования были определены механизмы, ответственные за формирование и эволюцию режимов распространения волн горения в газовых смесях для некоторого класса модельных задач. Однако только с появлением мощных кластерных суперкомпьютеров большой производительности стало возможным моделирование процессов горения с учетом детального описания широкого спектра физико-химических явлений, сопровождающих распространение волн горения в смесях различного состава, и на масштабах, присущих экспериментальным установкам и натурным техническим системам.

Интерес к ракетным двигателям, в которых топливо сгорает в режиме детонационного горения, связан с тем, что потенциально возможны более высокие показатели эффективности по сравнению с ракетными двигателями, в которых горение происходит в режиме дефлаграции [1]. На рис. 1 приведена схема организации рабочего процесса в кольцевой камере сгорания жидкостного ракетного двигателя (ЖРД) [2], работающего в режиме непрерывной спиновой детонации (НСД).

В представленной работе процессы горения и детонации моделировались с помощью программного продукта вычислительной гидро- и газодинамики ANSYS Fluent. Его применение обусловлено наличием доступной версии, возможностей которой хватает для проведения численного моделирования процессов горения и детонации в двумерной постановке.

При детонационном горении продукты реакции находятся в условиях более высокого давления, чем исходные реагенты; при дефлаграционном же горении продукты реакции находятся при более низком давлении, чем исходные реагенты. Более высокое давление продуктов сгорания при детонационном горении позволяет увеличить полезную работу [4].

Несмотря на термодинамическую эффективность, предсказываемую теоретически, реализация таких двигателей является очень сложной проблемой, требующей всестороннего экспериментального и теоретического исследования. К сожалению, эксперименталь-



ные исследования процессов в детонационных камерах сгорания ЖРД требуют больших материальных затрат, т. к. нуждаются в использовании уникальных стендов для огневых испытаний с высокоскоростным измерительным оборудованием и изготовлении множества вариантов кольцевых камер сгорания с каналами охлаждения внутренней и внешней стенок. По этим причинам именно вычислительные эксперименты с помощью математического

Рис. 1. Схема организации идеального рабочего процесса в кольцевой камере сгорания ЖРД, работающего в режиме непрерывной спиновой детонации [2, 3].

 I — подвод горючего и окислителя,
 2 — подготовленная смесь горючего и окислителя, 3 — детонационная волна,
 4 — граница слоя свежей смеси компонентов топлива, 5 — косой скачок уплотнения,
 6 — выход высокотемпературных продуктов сгорания. моделирования должны стать основным инструментом изучения рабочих процессов в камерах сгорания, работающих в режиме с непрерывной спиновой детонацией, и позволить выбрать оптимальные топливные пары и конструктивные решения для детонационных ЖРД различных типов и назначения. Рассмотрим задачи, которые стоят перед разработчиками ЖРД уже много лет и решение которых возможно с помощью организации в камере сгорания ЖРД с НСД.

Камера ЖРД должна работать с высокой полнотой сгорания при различных режимах расхода топлива. Уменьшение расхода топлива в камеру сгорания (дросселирование) влечет за собой изменение и, как правило, ухудшение качества смесеобразования [5–7]. Применение камер сгорания с НСД обещает повышение устойчивости и полноты сгорания в широких пределах изменения расхода. Возникновение и сохранение устойчивой непрерывной спиновой детонации обычно обеспечивается высококачественным смесеобразованием. При этом устойчивость процесса НСД должна сохраняться при различных расходах топлива в камеру сгорания. Вопрос о пределах сохранения режима НСД как при увеличении, так и при уменьшении расхода с сохранением неизменной геометрии каналов ввода топлива пока остается мало исследованным. Обеспечение устойчивого режима работы в камере сгорания при различных расходах топлива в условиях НСД позволит решить проблему создания ЖРД с глубоким дросселированием тяги. Данный ЖРД должен работать с высокой эффективностью и устойчивостью рабочего процесса при более чем десятикратном уменьшении тяги. ЖРД такого типа необходим для создания космического летательного аппарата, способного совершать мягкую посадку и стартовать с поверхности планеты на одном и том же двигателе. В настоящее время эта проблема решается с использованием девяти ЖРД для старта и одного для посадки, который дросселируется примерно в два с половиной раза от номинальной тяги [8]. Другой актуальной проблемой является надежность обеспечения требуемого теплового состояния конструкцией камеры детонационного ЖРД. Эта проблема обусловлена тем, что получение нужных величин и распределений тепловых потоков по стенке камеры сгорания на длительном стационарном режиме работы является еще одной сложной задачей, возникающей при проектировании ЖРД с НСД [9, 10]. Высокое давление в зоне прохождения детонационной волны и ее высокая скорость определяют большие тепловые потоки на данном участке стенки камеры сгорания. Охлаждение этого участка позволяет избежать термического разрушения стенки камеры сгорания и может быть организовано различными способами. Выбор способа охлаждения требует создания специальной методики оценки тепловых потоков в стенку, которая должна быть создана на основе методики численного моделирования рабочего процесса в камере сгорания ЖРД с непрерывной спиновой детонацией.

Процесс спиновой детонации также может использоваться в ЖРД при решении проблемы генерации рабочего тела турбины. В ЖРД, помимо основной камеры сгорания используются вспомогательные камеры сгорания — газогенераторы, создающие рабочее тело для турбин турбонасосных агрегатов, насосы которых подают горючее и окислитель в основную камеру сгорания [11-13]. Рабочий процесс в газогенераторах имеет существенно отличные от основной камеры сгорания параметры рабочего процесса и критерии эффективности. В основной камере сгорания главным критерием эффективности является удельный импульс, при котором температура стенки камеры сгорания не превысит допустимую для ее материала. В газогенераторе основным критерием эффективности является температурная равномерность продуктов сгорания в выходном сечении. Из выходного сечения газогенератора продукты сгорания поступают на лопатки турбины, и неравномерность температуры по сечению может привести к нагреву лопаток выше температуры, при которой материал лопатки сохраняет свою работоспособность, и, следовательно, к разрушению турбины. Равномерность температурного поля в выходном сечении достигается высокой полнотой сгорания топлива в газогенераторе, которую трудно получить, т.к. ограничение по температуре продуктов сгорания требует применения в газогенераторе

Боровик И.Н., Фаризанов И.Р., Яновский Л.С.

очень бедных или очень богатых смесей топлива. Сгорание таких смесей до достижения равновесного состава происходит на существенно большей длине камеры по сравнению со смесью, близкой к стехиометрической. Высокую полноту сгорания в реальных газогенераторах получают путем применения камер сгорания с несколькими зонами сгорания, в каждой из которых процесс происходит с различным соотношением компонентов топлива. Такой подход обеспечивается с помощью сложных конструкторских решений, реализованных в современных ЖРД. Применение процесса НСД для получения продуктов сгорания богатых и бедных смесей позволит существенно сократить длину камеры сгорания газогенераторов и упростить ее конструкцию, обеспечив при этом равномерность температуры в выходном сечении.

Представляет также несомненный интерес применение НСД в камере сгорания ЖРД малой тяги, где полнота сгорания заметно ниже, чем в ЖРД большой тяги, из-за охлаждения стенки камеры сгорания пленкой одного из компонентов топлива [11, 14, 15]. Подача горючего или окислителя на стенку камеры сгорания снижает полноту сгорания по той причине, что значительная часть одного из компонентов топлива не смешивается со вторым компонентом и не сгорает при оптимальном соотношении компонентов топлива. Применение НСД позволит увеличить эффективность ЖРД малой тяги при условии применения камер сгорания специальной конструкции и решения проблемы охлаждения стенки камеры сгорания.

В настоящее время все численные исследования рабочих процессов в камерах сгорания с непрерывной спиновой детонацией проводятся с использованием суперкомпьютеров и специально разработанного программного обеспечения, что требует наличия у исследователей НСД широкого спектра знаний и умений и сильно ограничивает круг лиц, способных моделировать процессы в камере сгорания с непрерывной спиновой детонацией. Это является препятствием к широкому внедрению всех положительных эффектов от применения детонационного горения в реальных конструкциях тепловых двигателей. Наличие же методики моделирования рабочих процессов в камере, работающей в режиме непрерывной спиновой детонации, в общедоступном открытом или коммерческом пакете прикладных программ создаст доступный инструмент для исследования и проектирования детонационного ЖРД или любого другого типа теплового двигателя. Созданию такой методики и посвящена представленная работа.

На сегодняшний день выполнено большое количество исследований рабочих процессов в детонационных камерах сгорания посредством численного моделирования [3, 16–25]. В некоторых из них численные исследования проводились в двумерной постановке в предположении, что внутренняя и внешняя стенки кольцевой камеры достаточно близки между собой и течения вблизи обеих стенок идентичны.

Несмотря на то, что в радиальном направлении в реальных двигателях не гарантируется равномерность физико-химических процессов и имеет место существенное влияние способа подачи топлива в камеру [23 – 25], в данной работе разработана методика численного моделирования детонационного горения в двумерной постановке и проведено моделирование прямого инициирования детонации в стационарной водородно-кислородной смеси и режима непрерывной спиновой детонации с подачей предварительно перемешанной смеси. Моделирование плоской детонационной волны в стационарной водородокислородной смеси выполнено для верификации принятых в математической модели допущений. К основному этапу исследования относится применение разработанной методики для численного моделирования процесса НСД в двумерной постановке с периодическими граничными условиями.

Практически все зарубежные работы, посвященные численному моделированию процесса НСД в кольцевых камерах сгорания, в качестве расчетного случая используют смесь водорода и воздуха. Это связано с тем, что большинство экспериментов с НСД, используемых для верификации, проведено на смесях водорода и воздуха. В настоящей

работе исследуется методика моделирования процесса НСД в смеси газообразного водорода и кислорода, т.к. данные компоненты топлива наиболее предпочтительны для ракетных двигателей космического назначения.

Физико-математическая модель

Основными уравнениями, решаемыми в процессе численного исследования процессов горения и детонации, являются нестационарные осреднённые уравнения Навье– Стокса (URANS — Unsteady Reynolds Averages Navier–Stokes) [26]. В декартовой системе координат уравнения могут быть представлены в общей форме следующим образом:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} = \mathbf{S},\tag{1}$$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho v u - \tau_{zx} \\ \rho w u - \tau_{zx} \\ \rho u H - u \tau_{xx} - v \tau_{yx} \\ -w \tau_{zx} + q_x \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v - \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ \rho w v - \tau_{xy} \\ \rho v H - u \tau_{xy} - v \tau_{yy} \\ -w \tau_{zx} + q_y \end{pmatrix},$$
(3)
$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho u w - \tau_{xz} \\ \rho v w - \tau_{yz} \\ \rho w^2 + p - \tau_{zz} \\ \rho w H - u \tau_{xz} - v \tau_{yz} \\ -w \tau_{zz} + q_z \end{pmatrix},$$
(4)
$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ k \end{pmatrix},$$
(5)

где ρ — плотность, u, v, w — компоненты вектора скорости в проекции на оси x, y, z соответственно, τ_{ij} — компоненты тензора вязких напряжений, H — энтальпия, E — полная внутренняя энергия, p — давление, q — тепловые потоки, $\dot{\omega}_k$ — источниковый член.

Для моделирования турбулентности использовалась k-є модель турбулентности [27]:

$$\frac{\partial k}{\partial \tau} + \overline{U}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + v_{\rm T} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \left(\frac{\partial \overline{U}_i}{\partial \overline{U}_j} + \frac{\partial \overline{U}_j}{\partial \overline{U}_i} \right) \frac{\partial \overline{U}_i}{\partial \overline{U}_j} - \varepsilon, \tag{6}$$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\tau} + \overline{U}_j \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{v_{\rm T}}{\sigma_{\varepsilon}} \right) \frac{\partial\varepsilon}{\partial x_j} \right] + c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left(\frac{\partial\overline{U}_i}{\partial\overline{U}_j} + \frac{\partial\overline{U}_j}{\partial\overline{U}_i} \right) \frac{\partial\overline{U}_i}{\partial\overline{U}_j} - c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}, \tag{7}$$

$$v_{\rm T} = C_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon},\tag{8}$$

где $\sigma_{\varepsilon} = 1,3, c_{\varepsilon 1} = 1,44, c_{\varepsilon 2} = 1,92, C_{\mu} = 0,09$ — модельные коэффициенты, k — кинетическая энергия турбулентности, ε — скорость диссипации турбулентной энергии, $v_{\rm T}$ — коэффициент турбулентной кинематической вязкости.

Смешение и перенос компонентов смеси описывались с помощью модели «Finite Rate Chemistry (FRC)» [26]. Данная модель предполагает, что скорость горения лимитируется скоростью химических реакций. Дополнительные решаемые уравнения могут быть записаны следующим образом:

$$\frac{\partial(\rho Y_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j Y_i)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_{i \text{ eff}} \frac{\partial Y_i}{\partial x_j} \right) + S_i, \tag{9}$$

где Г_{ieff} — эффективный коэффициент диффузии для компонента *i*:

$$\Gamma_{i\text{eff}} = \Gamma_i + \frac{\mu_{\text{T}}}{\text{Sc}_{\text{T}}},\tag{10}$$

где $\Gamma_i = \rho D_i$ — молекулярный коэффициент диффузии компонента *i*, D_i — кинематический коэффициент диффузии, μ_T — коэффициент турбулентной вязкости, Sc_T — турбулентное число Шмидта (часто полагают, что Sc_T = 0,9), D_T — кинематический коэффициент турбулентной диффузии, S_i — источник компонента *i* за счет химических реакций, в которых он участвует.

Массовая скорость образования компонента і записывается как

$$S_{i} = W_{i} \sum_{k=1}^{K} (v_{kl}'' - v_{kl}') R_{k}, \qquad (11)$$

где W_i — молекулярная масса *i*-го компонента, v'_{kl} , v''_{kl} — стехиометрический коэффициент компонента *i* в *k*-ой прямой и обратной реакции соответственно, R_k — скорость химической реакции.

Скорость химической реакции в каждый момент времени пропорциональна концентрации реагентов:

$$R_{k} = \left(F_{k}\prod_{i=A,B,\dots}^{N_{c}} [I]^{v'_{kl}} - B_{k}\prod_{i=A,B,\dots}^{N_{c}} [I]^{v''_{kl}}\right),$$
(12)

где F_k и B_k — коэффициенты скоростей k-ой прямой и обратной реакций соответственно, N_c — число компонентов в смеси, I — мольная концентрация компонента i. Коэффициенты скоростей реакций рассчитываются по формулам (уравнение Аррениуса):

$$F_{\rm f} = A_{\rm f} T^{\beta_{\rm f}} \exp\left(-\frac{E_{\rm f}}{RT}\right),\tag{13}$$

Теплофизика и аэромеханика, 2022, том 29, № 1

$$B_{\rm b} = A_{\rm b} T^{\beta_{\rm b}} \exp\left(-\frac{E_{\rm b}}{RT}\right),\tag{14}$$

где $A_{\rm f}$ и $A_{\rm b}$ — предэкспоненциальные множители прямой и обратной реакций, $\beta_{\rm f}$ и $\beta_{\rm b}$ — показатели степени прямой и обратной реакции, $E_{\rm f}$ и $E_{\rm b}$ — энергии прямой и обратной реакций активации.

Параметры для расчета коэффициентов скоростей реакций для рассматриваемой водород-кислородной смеси представлены в таблице [28]. Приведенный в таблице механизм описывает реакцию горения водорода с кислородом с учетом 21 реакций в 10-компонентной смеси (H_2 , O_2 , H, O, H_2O , H_2O_2 , OH, HO_2 , N_2 , Ar). Ранее этот механизм использовался, например, в работах [29–31], но для расчета процесса НСД в водород-воздушной смеси. В настоящей работе он используется для расчета процесса НСД в водород-кислородных смесях с различным соотношением компонентов. По сравнению с работами [30, 31], для моделирования НСД применялся широко известный коммерческий пакет программ вычислительной гидрогазодинамики и тепломассобмена ANSYS Fluent. Математическое моделирование процесса НСД проведено в более экономичной, с точки зрения вычислительных ресурсов, двумерной постановке. Размер расчетной сетки даже с учетом адаптации не превышал 512 тыс. ячеек, что позволяет применять данную методику моделирования процесса НСД и вместе с тем использовать доступную версию ANSYS Fluent.

Для совместного решения уравнений Навье–Стокса с учетом сжимаемости потока использовался алгоритм, основанный на решателе по давлению (Pressure Based Coupled

Таблица

N₂	Реакция	A_{f}	$eta_{ m f}$	E_{f}	A_{b}	$\beta_{\rm b}$	Eb
1	$\mathbf{H} + \mathbf{O}_2 = \mathbf{O} + \mathbf{O}\mathbf{H}$	1,92·10 ¹⁴	0,00	16,44	5,48·10 ¹¹	0,39	-293,28
2	$O + H_2 = H + OH$	5,08·10 ⁴	2,67	6,292	$2,67 \cdot 10^4$	2,65	4,885
3	$OH + H_2 = H + H_2O$	$2,16 \cdot 10^8$	1,51	3,43	2,3·10 ⁹	1,4	18,338
4	$O + H_2O = OH + OH$	$2,97 \cdot 10^{6}$	2,02	13,4	1,47·10 ⁵	2,11	-2,907
5	$\mathbf{H}_{2} + \mathbf{M} = \mathbf{H} + \mathbf{H} + \mathbf{M}^{*}$	4,57·10 ¹⁹	-1,40	105,1	1,15·10 ¹⁷	-1,68	0,82
6	$O + O + M = O_2 + M^*$	6,17·10 ¹⁵	-0,50	0,00	4,52·10 ¹⁷	-0,64	119
7	$O + H + M = OH + M^*$	4,72·10 ¹⁸	-1,00	0,00	9,88·10 ¹⁷	-0,74	102,2
8	$\mathbf{H} + \mathbf{O}\mathbf{H} + \mathbf{M} = \mathbf{H}_2\mathbf{O} + \mathbf{M}^*$	4,50·10 ²²	-2,00	0,00	1,91·10 ²³	-1,83	118,6
9	$\mathrm{H} + \mathrm{O}_2 + \mathrm{M} = \mathrm{HO}_2 + \mathrm{M}^*$	1,48·10 ¹²	0,60	0,00	3,48·10 ¹⁶	-0,41	-1,12
10	$\mathrm{HO}_2 + \mathrm{H} = \mathrm{H}_2 + \mathrm{O}_2$	1,66·10 ¹³	0,00	0,82	3,16·10 ¹²	0,35	5,56
11	$HO_2 + H = OH + OH$	7,08·10 ¹³	0,00	0,30	$2,03 \cdot 10^{10}$	0,72	36,88
12	$\mathrm{HO}_2 + \mathrm{O} = \mathrm{OH} + \mathrm{O}_2$	3,25·10 ¹³	0,00	0,00	$3,25 \cdot 10^{12}$	0,33	53,33
13	$\mathrm{HO}_2 + \mathrm{OH} = \mathrm{H}_2\mathrm{O} + \mathrm{O}_2$	2,89·10 ¹³	0,00	-0,50	5,86·10 ¹³	0,24	69,15
14	$HO_2 + HO_2 = H_2O_2 + O_2$	$4,2.10^{14}$	0,00	11,98	4,63·0 ¹⁶	-0,35	50,72
15	$H_2O_2 + O_2 = HO_2 + HO_2$	1,43·10 ¹³	-0,35	37,1	1,3·0 ¹¹	0,00	-1,63
16	$H_2O_2 + M^* = OH + OH + M^*$	2,95·10 ¹⁷	0,00	48,47	$3,2.10^{4}$	0,00	45,54
17	$\mathbf{H}_{2}\mathbf{O}_{2}+\mathbf{H}=\mathbf{H}_{2}\mathbf{O}+\mathbf{O}\mathbf{H}$	2,41·10 ¹³	0,00	39,74	$1,27 \cdot 10^{8}$	1,31	71,48
18	$H_2O_2 + H = H_2 + HO_2$	6,03·10 ¹³	0,00	7,96	1,04.1011	0,70	23,97
19	$\mathrm{H_2O_2} + \mathrm{O} = \mathrm{OH} + \mathrm{HO_2}$	9,55·10 ⁶	2,00	0,40	8,66·10 ³	2,68	18,60
20	$H_2O_2 + OH = H_2O + HO_2$	1,00.10 ¹²	0,00	0,00	$1,84 \cdot 10^{10}$	0,59	30,92
21	$H_2O_2 + OH = H_2O + HO_2$	5,80·10 ¹⁴	0,00	9,57	1,07.1013	0,59	40,48
* — реакция под воздействием третьего компонента.							

Механизм горения водорода с кислородом (единицы измерения: см³, моль, с, ккал, К)

Solver) [32]. Уравнения сохранения момента и энергии решались по разностной схеме второго порядка точности (Second Order Central Difference) и схеме против потока (Second Order Upwind) соответственно. Дискретизация по времени проводилась по неявной схеме первого порядка (First Order Implicit). Для решения уравнений химической кинетики был активирован ISAT-алгоритм (In Situ Adaptive Tabulation [32]), позволяющий получать сходящееся решение для «жестких» кинетических схем с разномасштабными временами реакций. Поскольку в исследуемых случаях в ударной волне не реализуются условия, близкие к критическому состоянию, в качестве уравнения состояния смеси, как и в других аналогичных работах, использовалось уравнение состояния идеального газа.

При численном решении задач с сильными ударными волнами, которые рассматривались в представленной работе, накладываются определенные ограничения на размер временного шага Δt . Оно должно удовлетворять следующему условию (в одномерном случае):

$$\Delta t < \frac{\text{CFL} \cdot \Delta x}{u},\tag{15}$$

где *и* — скорость переноса, Δx — размер ячейки, CFL — число Куранта–Фридриха–Леви.

Для получения устойчивого решения в процессе численного моделирования число CFL выбиралось в интервале $0,6 \div 0,8$, размер шага по времени был выбран $5 \cdot 10^{-8}$ с как оптимальный с точки зрения сходимости и скорости расчета.

Методика численного моделирования

На первом этапе проводилась валидация выбранной расчетной модели путем сравнения скоростей детонации, полученной в результате численного моделирования, со скоростями, заимствованными из работ [33, 34] для водород-кислородных смесей с различной степенью разбавления азотом и аргоном при разных начальных давлениях. Отметим, что подобное сравнение ранее приводилось в работе [35]. Авторы этой работы выполнили расчеты задержки воспламенения и скорости детонации в одномерной постановке с использованием детальных кинетических механизмов. В отличие от работы [35], в данной работе было проведено сравнение экспериментальных и расчетных скоростей плоской детонационной волны, полученных численным моделированием в двумерной постановке, с использованием редуцированного кинетического механизма [28]. Этот кинетический механизм был выбран по причине своей доступности и легкости имплементации в программный комплекс ANSYS Fluent с помощью файлов формата CHEMKIN [36].

Расчетная область являлась двумерной 30 × 70 мм. После исследования сеточной сходимости начальный размер ячеек был принят равным 0,2 мм. Для лучшего разрешения фронта ударной волны использовалась градиентная адаптация второго порядка расчетной сетки по плотности. Суммарное количество ячеек во всех расчетах не превышало 512 тыс. элементов. Детонация инициировалась несколькими локальными областями в виде полукругов радиусом 1 мм с давлением 30 атм и температурой 3000 К (механизм прямого инициирования), как показано на рис. 2. В начальный момент времени область была заполнена покоящейся смесью при температуре 300 К. Начальное давление в смеси составляло 1 атм для смеси с разбавителем — азотом и 0,2 атм — для смеси с аргоном. Правая граница области оставалась открытой с постоянным давлением, равным начальному давлению в смеси. Все остальные границы — стенки. Пример расчетной области с включенной сеточной адаптацией, обозначением типа граничных условий и распространяющейся детонационной волной приведен на рис. 3.

Теплофизика и аэромеханика, 2022, том 29, № 1



Рис. 2. Распределение температуры в начальный момент времени в смеси для инициализации детонации.

На втором этапе математическая модель, верифицированная на расчетах плоской детонации, использовалась для проведения численного моделирования явления спиновой детонации в двумерной постановке для водород-кислородной смеси. Исследовалась зависимость скорости спиновой детонации от коэффициента избытка горючего φ путем численного моделирования, и было выполнено качественное сравнение полученной зависимости с экспериментальной, приведенной в монографии [4]. Расчетная область была двумерной — 20×70 мм, механизм адаптации сетки был аналогичен предыдущему этапу. Детонация инициировалась локальной областью высотой 20 мм и шириной 1 мм у левой стенки с давлением 30 атм и температурой 3000 К (механизм прямого инициирования). После того, как детонационная волна подступала к правой границе расчетной области на расстояние 5 мм, стенки заменялись периодическими граничными условиями, как показано на схеме рис. 4. Предварительно перемешанная смесь подавалась в область по нижней границе с постоянным массовым расходом и полной температурой 300 К. Верхняя граница оставалась открытой с постоянным давлением 1 атм. Массовые доли водорода



Рис. 3. Градиентная адаптация сетки (вверху) и распространение детонационной волны (внизу) в расчетной области с обозначением типа задаваемых граничных условий.

Боровик И.Н., Фаризанов И.Р., Яновский Л.С.



Рис. 4. Схематическое изображение протекающих процессов и граничных условий при численном моделировании спиновой детонации [39].

и кислорода в подаваемой смеси для случая $\varphi = 1$ составляли 0,1111 и 0,8889 соответственно (стехиометрическая смесь). Похожая расчетная схема использовалась, к примеру, в работах [3, 37–39].

Анализ результатов расчетов

Результаты первого этапа исследования — расчета скорости детонации для смеси водород-кислород-азот при различном содержания азота — приведены на рис. 5. Экспериментальные данные заимствованы из работы [34]. Скорость детонации рассчитывалась для всех случаев по скорости фронта ударной волны, т.е. по области с максимальным полным давлением. Расхождение расчетных и экспериментальных данных составило от 1 до 8 %.

Результаты расчета скорости детонации для смеси водород–кислород–аргон при различном содержании аргона приведены на рис. 6. Экспериментальные данные заимствованы из работы [33]. Расхождение расчетных и экспериментальных данных составило от 1 до 3 %.



Рис. 5. Зависимость скорости детонационной волны от степени разбавления смеси азотом. 1 — результаты расчета, 2 — данные эксперимента [34].



Рис. 6. Зависимость скорости детонационной волны от степени разбавления смеси аргоном. 1 — результаты расчета, 2 — данные эксперимента [33].

На втором этапе расчетов проводилось моделирование процесса НСД. На рис. 7 представлен график установления давления в расчетной области в процессе моделирования. Видно, что после прохождения трех волн максимальное давление практически не меняется и процесс выходит на стационарный режим. Скорость детонационной волны определялась как отношение длины расчетной области к промежутку времени между двумя пиками давления.

В соответствии с рекомендациями исследования [4] полученные результаты численного моделирования процесса НСД были проанализированы на предмет «паразитных» решений. Удельный расход смеси, подававшийся в расчетную область, рассчитывался по формуле

$$G_0 = \sqrt{\gamma} \cdot \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \cdot q(\lambda) \cdot \frac{p_0}{\sqrt{RT_0}},\tag{16}$$

где γ — отношение удельной теплоемкости при постоянном давлении к удельной теплоёмкости при постоянном объеме, $\lambda = w/a_{\rm kp}$ — приведенная скорость или отношение скорости потока к критической скорости звука, в которой



Рис. 7. Зависимость давления в расчетной области от времени в процессе моделирования.

$$a_{\rm kp} = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma+1}RT_0},\tag{17}$$

где R — газовая постоянная, T_0 — полная температура; газодинамическая функция приведенного расхода $q(\lambda)$ имеет вид

$$q(\lambda) = \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \cdot \lambda \cdot \left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\lambda^2\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}.$$
(18)

Удельный расход всех рассматриваемых в настоящей работе случаев составил от 100 до 135 кг/($m^2 \cdot c$) для значений коэффициента избытка горючего φ от 0,56 до 2,4 соответственно. Эти значения соответствуют области допустимых решений для удельных расходов и коэффициентов избытка горючего, показанных в [4].

На рис. 8 представлены результаты расчета скорости детонации при непрерывном (спиновом) режиме для смеси водород-кислород. Необходимо отметить, что сравнение зависимости скорости детонации в спиновом режиме от коэффициента избытка горючего, рассчитанной в представленной работе, с экспериментальными данными [4] носит качественный характер. В монографии [4] эта зависимость исследовалась в камере длиной $L_c = 90$ мм, при этом продукты сгорания выбрасывались из камеры в область с противодавлением $p_c = 0,2$ атм, в то время как в настоящей работе размер расчетной области соответствует камере $L_c = 20$ мм, а противодавление было принято равным $p_a = 1$ атм. На рисунке видно, что и расчетные, и экспериментальные значения скорости спиновой детонации лежат ниже кривой скорости идеальной детонации Чепмена–Жуге, что и следовало ожидать, поскольку теория Чепмена–Жуге не учитывает явления вязкости и предполагает идеально перемешанную горючую смесь перед фронтом детонационной волны. При этом зависимости скорости детонации от коэффициента избытка горючего как для расчетных, так и для экспериментальных случаев демонстрируют одинаковый тренд — максимальные скорости смещены в зону более богатых смесей.

Картины распределения физических параметров в расчетной области для случая распространения спиновой детонации в стехиометрической ($\varphi = 1$) водород-кислородной смеси представлены на рис. 9. Распределение давления в расчетной области при прохождении детонационной волны вдоль линии, расположенной на расстоянии 3 мм от зоны подачи смеси, представлено на рис. 10. Оно соответствует волне, вышедшей на стационарное вращение.

Результаты расчета в двумерной постановке для кольцевой камеры сгорания с НСД позволяют оценить основной параметр эффективности двигателя летательного аппарата — удельный импульс. Для этого было проведено сравнение расчетного удельного импульса



Рис. 8. Зависимость скорости детонационной волны в режиме НСД от коэффициента избытка горючего. Экспериментальные данные [4] (1), кривая скорости идеальной детонации по теории Чепмена–Жуге (2), результаты расчетов настоящей работы (3) и исследования [4] (4).



Рис. 9. Распределение основных физических параметров при распространении детонационной волны в спиновом режиме.

камеры сгорания типа ЖРД и камеры сгорания, работающей в режиме НСД. Для оценки удельного импульса камеры, работающей в режиме НСД, использовалось соотношение [40]

$$I_{y} = w_{a} + RT_{0} \frac{\left(1 - p_{\rm H}/p_{0}\right)}{w_{a}},\tag{19}$$

где w_a — скорость на выходе из камеры сгорания, T_0 — полная температура на выходе из камеры, $p_{\rm H}$ — давление окружающей среды, p_0 — полное давление на выходе из камеры сгорания, R — газовая постоянная смеси продуктов сгорания на выходе из камеры.



Рис. 10. Распределение давления в расчетной области при прохождении детонационной волны в режиме НСД вдоль линии, отстоящей на расстоянии 3 мм от плоскости подачи топлива.



Рис. 11. Сравнение удельного импульса камеры сгорания с НСД в расчетном случае и идеального термодинамического удельного импульса камеры типа ЖРД. Данные настоящего исследования для камеры с НСД (1), для камеры ЖРД (2) и данные для камеры с НСД из монографии [4] (3).

Расчет удельного импульса камеры с НСД выполнялся на основе полученных из численного решения физических величин, осредненных по массовому расходу в выходном сечении камеры. Удельный импульс камеры типа ЖРД был рассчитан в кольцевом критическом сечении с помощью программы, описанной в работе [41], с учетом следующих условий:

— отношение площади поперечного сечения камеры /площади среза сопла камеры типа ЖРД к площади критического сечения камеры равно 1;

— расход в камере типа ЖРД равен расходу камеры с НСД;

— давление торможения в камере типа ЖРД равно давлению торможения в камере с НСД, давление окружающей среды для обоих типов камер сгорания равно 1 атм;

 — коэффициент избытка горючего в камере типа ЖРД равен коэффициенту избытка горючего в камере с НСД;

— в камере типа ЖРД горение происходит с достижением термодинамического равновесия.

Результаты сравнения удельных импульсов представлены на рис. 11. Здесь видно, что удельный импульс для камеры типа ЖРД ниже удельного импульса камеры с НСД, исследуемой в настоящей работе, в среднем на 17 %. Также видно, что значения удельного импульса исследуемой камеры с НСД для различных коэффициентов избытка горючего хорошо коррелируют с данными работы [4].

Результаты моделирования процесса в камере с НСД качественно согласуются с результатами, описанными в исследовании [4]. Пересечение кривых графиков удельных импульсов при значениях коэффициента избытка горючего менее 0,7, по-видимому, связано с тем, что на эффективность процесса в камере с НСД влияют геометрические параметры камеры и удельный расход, которые в работе [4] отличались от принятых в данном исследовании.

На рис. 12 приведены графики изменения удельного импульса при различных длинах кольцевой камеры сгорания. Удельный импульс рассчитывался по формуле (19) в сечении на расстояниях 2, 5, 10 и 15 мм от выходного сечения камеры. На рисунке видно, что по длине камеры удельный импульс увеличивается и на расстоянии примерно в 25 % длины камеры от выходного сечения удельный импульс принимает практически постоянное значение. Это означает, что можно уменьшить длину камеры сгорания двигателя с НСД на 25 % без потерь удельного импульса. Небольшое снижение удельного импульса по длине камеры сгорания для богатых водород-кислородных смесей связано с тем, что в кольцевой камере с НДС по мере удаления от детонационной волны состав продуктов

Теплофизика и аэромеханика, 2022, том 29, № 1



Рис. 12. Изменение удельного импульса в зависимости от длины камеры сгорания с НСД.
 0 мм — выходное сечение;
 коэффициент избытка горючего φ = 0,56 (1), 0,74 (2), 1 (3), 1,26 (4), 1,8 (5), 2,4 (6).

сгорания меняется. В связи с этим изменяются теплофизические свойства смеси продуктов сгорания, и в определенном сечении, в зависимости от коэффициента избытка горючего, удельный импульс будет максимальным. В трехмерном расчете к этому эффекту добавится еще и эффект потерь на трение, который также приведет к тому, что удельный импульс будет максимален при определенной длине камеры сгорания.

Помимо вышесказанного, можно рекомендовать на расстоянии примерно 50 % от рассматриваемой в данной работе длины камеры присоединить расширяющееся сопло для обеспечения дальнейшего ускорения сверхзвукового потока продуктов сгорания.

Таким образом, используя сравнительно простую методику моделирования процесса НСД, можно получить результаты, на основании которых будут сформулированы конкретные рекомендации по проектированию камеры сгорания ЖРД с НСД.

Следует отметить, что для ЖРД применение горения водорода в условиях очень большого избытка окислителя невыгодно из-за низкой термодинамической эффективности получаемых продуктов сгорания как рабочего тела турбины, т.е. окислительные газогенераторы применять в водородных ЖРД энергетически невыгодно. Поэтому режимы работы с низкими коэффициентами избытка горючего не представляют интереса для применения в ЖРД непрерывной спиновой детонации на практике. И напротив, режимы работы камер типа ЖРД с высокими коэффициентами избытка горючего широко применяются как в основных камерах сгорания (создающих тягу), так и в камерах, генерирующих рабочее тело для турбины (газогенераторах). Расчетные и экспериментальные работы по исследованию рабочих процессов в камерах сгорания с НСД, работающих на очень богатых смесях, практически отсутствуют в открытой печати в настоящее время, поэтому это направление необходимо рассмотреть с применением данной методики в будущем.

Разработанная методика позволяет, варьируя граничные условия в расчетной модели, оценивать влияние на эффективность рабочего процесса в камере сгорания с НСД различных режимных и геометрических параметров камер сгорания, систем смесеобразования, систем охлаждения камер сгорания и компонентов топлива.

В дальнейшем планируется проведение исследования с применением основ данной методики для трехмерного расчета, который даст более детальное представление о явлениях, происходящих в камере сгорания с НСД, и позволит определить степень влияния

упрощений на тепловой поток в стенку камеры сгорания, удельный импульс и другие важные для проектирования характеристики камеры сгорания.

Заключение

 Разработана расчетная модель распространения детонационной волны в водородкислородных смесях с разбавителем. Верификация модели проведена путем сравнения расчетных скоростей детонации с экспериментальными данными для смесей различного состава.

2. Получены картины распространения детонационной волны в стационарной смеси при прямом инициировании детонации.

3. На основе разработанной модели проведено численное моделирование распространения детонационной волны в спиновом режиме в водород-кислородной смеси с различным коэффициентом избытка горючего. Максимум скорости спиновой детонации сдвинут в сторону более богатых смесей, что также наблюдается экспериментально.

4. Скорости спиновой детонации, как расчетные, так и экспериментальные, значительно ниже скоростей идеальной детонации Чепмена–Жуге. В связи с этим для более детального и точного анализа необходимо провести трехмерное моделирование рабочего процесса в детонационном двигателе с учетом реальной геометрии системы подачи на основе разработанной в настоящей работе расчетной модели.

5. Проведена оценка интегрального параметра эффективности рабочего процесса в камере сгорания с НСД — удельного импульса. Сравнение расчетного удельного импульса камеры с НСД показало его превышение над удельным импульсом камеры типа ЖРД на 17 %.

6. Проведен анализ влияния длины камеры сгорания на величину удельного импульса. Показано, что для богатых смесей уменьшение длины камеры сгорания на 25 % приведет к незначительному увеличению удельного импульса. Для других видов смесей удельный импульс при таком уменьшении длины камеры сгорания не изменится.

Список литературы

- **1. Зельдович Я.Б.** К вопросу об энергетическом использовании детонационного горения // Журн. техн. физики. 1940. Т. 10, № 17. С. 1453–1461.
- Арбузов И.А., Белов Е.А., Левочкин П.С., Маркин С.С., Ромасенко Е.Н., Сатовский Б.Л., Солнцев В.Л., Соловьев В.А., Стернин Л.Е., Ушков А.Н., Чванов В.К. Создание и исследование стендового кислороднокеросинового детонационного ЖРД // Тр. НПО Энергомаш им. академика В.П. Глушко. 2017. № 34. С. 4–45.
- Davidenko D., Gökalp I., Kudryavtsev A. Numerical study of the continuous detonation wave rocket engine // AIAA Paper. 2008. No. 2008–2680.
- 4. Быковский Ф.А., Ждан С.А. Непрерывная спиновая детонация. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2013. 423 с.
- **5. Михайлов В.В., Базаров В.Г.** Дросселируемые жидкостные ракетные двигатели. М.: Машиностроение, 1985. 168 с.
- Casiano M.J., Hulka J.R., Yang V. Liquid-propellant rocket engine throttling: a comprehensive review // J. Propulsion and Power. 2010. Vol. 26, No. 5. P. 897–923.
- Giuliano V., Leonard T., Lyda R., Kim T. CECE: expanding the envelope of deep throttling in liquid oxygen/liquid hydrogen rocket engines for NASA exploration missions // AIAA Paper. 2010. No. 2010–6724.
- Falcon 9 [Электронный ресурс]: Википедия. Свободная энциклопедия. Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/Falcon_9#cite_ref-crs-8_54-1 (дата обращения: 03.05.2021).
- 9. Быковский Ф.А., Ведерников Е.Ф. Тепловые потоки в стенку камеры сгорания при непрерывной спиновой детонации топливно-воздушных смесей // Физика горения и взрыва. 2009. Т. 45, № 1. С. 80–88.
- Vorobyev A.G., Vorobyeva S.S., Zhang L.H., Beliaev E.N. Thermal state calculation of chamber in small thrust liquid rocket engine for steady state pulsed mode // Chinese J. Aeronautics. 2019. Vol. 32, Iss. 2. P. 253–262.
- 11. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей. М.: Машиностроение, 1989. 464 с.

- 12. Khan T.W., Qamar I. Optimum characteristic length of gas generator for liquid propellant rocket engine // Acta Astronautica. 2020. Vol. 176. P. 1–12.
- 13. Дрегалин А.Ф., Черенков А.С. Общие методы теории высокотемпературных процессов в тепловых двигателях. М.: Янус-К, 1997. 328 с.
- 14. Ворожеева О.А., Ягодников Д.А., Агеенко Ю.И. Моделирование и расчет вероятности безотказной работы жидкостного ракетного двигателя малой тяги по температурному запасу // Изв. ВУЗов. Машиностроение. 2018. Т. 701, № 8. С. 79–85.
- 15. Ваулин С.Д., Салич В.Л. Моделирование внутрикамерных процессов в кислородно-водородном ракетном двигателе малой тяги // Вестн. Самарского гос. аэрокосмического ун-та им. академика С.П. Королёва. 2014. Т. 47. № 5. Ч. 4. С. 121–130.
- 16. Ждан С.А., Быковский Ф.А., Ведерников Е.Ф. Математическое моделирование вращающейся волны детонации в водородно-кислородной смеси // Физика горения и взрыва. 2007. Т. 43, № 4. С. 90–101.
- Shao Y.T., Liu M., Wang J.P. Numerical investigation of rotating detonation engine propulsive performance // Combustion Sci. and Technology. 2010. Vol. 182, No. 11–12. P. 1586–1597.
- 18. Hishida M., Fujiwara T., Wolanski P. Fundamentals of rotating detonations // Shock Waves. 2009. No. 19. P. 1–10.
- Schwer D., Kailasanath K. Numerical investigation of rotating detonation engines // AIAA Paper. 2010. No. 2010– 6880.
- 20. Zhou R., Wang J.P. Numerical investigation of flow particle paths and thermodynamic performance of continuously rotating detonation engines // Combustion and Flame. 2012. Vol. 159, Iss. 12. P. 3632–3645.
- 21. Чванов В.К., Фролов С.М., Стернин Л.Е. Жидкостный детонационный ракетный двигатель // Тр. НПО Энергомаш им. академика В.П. Глушко. 2012. № 29. С. 4–14.
- 22. Чванов В.К., Левин В.А., Левочкин П.С., Мануйлович И.С., Марков В.В., Стернин Л.Е. Трехмерный расчет газодинамических параметров продуктов сгорания в кольцевой камере ЖРД с вращающейся детонацией // Тр. НПО Энергомаш им. академика В.П. Глушко. 2015. № 32. С. 23–25.
- Liu M., Zhou R., Wang J.P. Numerical investigation of different injection patterns in rotating detonation engines // Combustion Sci. and Technology. 2015. Vol. 187, Iss. 3. P. 343–361.
- Driscoll R.B., Anand V., St. George A.C., Stoddard W., Munday D.E. Gutmark E.J. Numerical investigation of inlet injection in a rotating detonation engine // AIAA Paper. 2015. No. 2015-0879.
- Gaillard T., Davidenko D., Dupoirieux F. Numerical simulation of a rotating detonation with a realistic injector designed for separate supply of gaseous hydrogen and oxygen // Acta Astronautica. 2017. Vol. 141. P. 64–78.
- 26. ANSYS FLUENT. Theory Guide Documentation. https://support.ansys.com/ANSYS CustomerPortal/. ANSYS Inc. ANSYS Fluent. R19R2. 2019.
- Launder B.E., Sharma B.I. Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc // Letters in Heat and Mass Transfer. 1974. Vol. 1, No. 2. P. 131–138.
- O'Conaire M., Curran H.J., Simmie J.M., Pitz W.J., Westbrook C.K. A comprehensive modeling study of hydrogen oxidation // Intern. J. Chemical Kinetics. 2004. Vol. 36. P. 603–622.
- 29. Yellapantula S., Tangirala V., Singh K., Haynes J. A numerical study of H₂-air rotating detonation combustor // Proceedings of the 26th International Colloquium on the Dynamics of Explosions and Reactive Systems. 2017. P. 1097.
- 30. Pal P., Kumar G., Drennan S.A., Rankin B.A., Som S. Multidimensional numerical simulations of reacting flow in a non-premixed rotating detonation engine // Proceedings of ASME Turbo Expo 2019: Turbomachinery Technical Conference and Exposition. 2019. Vol. 4B: Combustion, Fuels, and Emissions. Paper No: V04BT04A050. 10 p.
- Braun J., Saracoglu B.H., Paniagua G. Unsteady performance of rotating detonation engines with different exhaust nozzles // J. Propulsion and Power. 2017. Vol 33, No. 1. P. 121–130.
- 32. ANSYS FLUENT. User Guide Documentation. https://support.ansys.com/ANSYSCustomerPortal/. ANSYS Inc. ANSYS Fluent. R19R2. 2019.
- 33. Akbar R. Mach reflection of gaseous detonations // Rensselaer Polytechnic Inst. PhD thesis. N.Y., 1997. 113 p.
- 34. Льюис Б., Эльбе Г. Горение, пламя и взрывы в газах. М.: Мир. 1968. 592 с.
- 35. Бедарев И.А., Рылова К.В., Федоров А.В. Применение детальных и приведенных кинетических схем для описания детонации водородовоздушных смесей с разбавителем // Физика горения и взрыва. 2015. Т. 51, № 5. С. 22–33.
- 36. Hydrogen (2004). Reaction Mechanism, Thermodynamics, Transport. Кинетический механизм в формате СНЕМКІN. http://www.nuigalway.ie/combustionchemistrycentre/mechanismdownloads/index.html (дата обращения: 28.07.2021)
- 37. Swiderski K., Folusiak M., Kobiera A., Lukasik B., Wolanski P. Numerical tools for three dimensional simulations of the rotating detonation engine in complex geometries // J. KONES Powertrain and Transport. 2013. Vol. 20, No. 1. P. 329–336.
- 38. Sun J., Zhou J., Liu S., Lin Z., Lin W. Plume flow field and propulsive performance analysis of a rotating detonation engine // Aerospace Sci. and Technology. 2018. Vol. 81. P. 383–393.
- 39. Shephard J.E., Kasahara K. Analytical models for the thrust of a rotating detonation engine // Graduate Aerospace Laboratories, California Institute of Technology. Report FM2017.001. 2017.

- **40. Зельдович Я.Б., Ривин М.А., Франк-Каменецкий Д.А.** Импульс реактивной силы пороховых ракет. М.: Оборонгиз. 1963. 186 с.
- CEA [Электронный ресурс]: Chemical Equilibrium with Applications. https://cearun.grc.nasa.gov/ (дата обращения: 03.05.2021).

Статья поступила в редакцию 8 июня 2021 г., после переработки — 1 сентября 2021 г., принята к публикации 20 октября 2021 г.