

**ВЛИЯНИЕ СЖИМАЕМОСТИ ГАЗА
НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ
НАД ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ
ПРИ ДОЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ**

С. А. Гапонов

(Новосибирск)

В работе исследуется устойчивость пограничного слоя при условии, что возмущения скорости на проницаемой поверхности не равны нулю. Для пограничного слоя несжимаемой жидкости в такой постановке устойчивость рассмотрена в [1]. В случае дозвуковых скоростей влияние сжимаемости на течение внутри пограничного слоя слабое, и им в данной работе пренебрегали. Нестационарное течение в узких порах проницаемого покрытия сильно зависит от сжимаемости газа. Поэтому при выводе соотношения, связывающего колебания давления на проницаемой поверхности с колебаниями расхода через нее, влияние сжимаемости учитывалось. Показано, что граничные условия, а поэтому и устойчивость пограничного слоя на проницаемой поверхности существенно зависят от числа Маха даже при дозвуковом внешнем течении.

1. Устойчивость пограничного слоя сжимаемой жидкости при дозвуковых скоростях над непроницаемой поверхностью исследовалась в [2, 3]. Было показано, что характеристики устойчивости над теплоизолированной поверхностью слабо зависят от числа Маха. Это объясняется, с одной стороны, тем, что в отсутствие теплообмена распределение средней скорости в пограничном слое дозвуковых скоростей слабо отличается от распределения скоростей при $M=0$, значение температуры по всему слою примерно постоянно и равно температуре на внешней границе пограничного слоя [4], а с другой стороны, тем, что возмущениями температуры в пограничном слое можно пренебречь [2].

Поэтому в отсутствие теплообмена при дозвуковых скоростях распределение амплитуды возмущения функции тока $\Psi = \varphi(y) \exp[i\alpha(x-ct)]$ приближенно удовлетворяет уравнению Орра—Зоммерфельда

$$(1.1) \quad (U - c)(\varphi'' - \alpha^2\varphi) - U''\varphi = \frac{1}{i\alpha \text{Re}}(\varphi^{IV} - 2\alpha^2\varphi'' + \alpha^4\varphi).$$

Здесь обозначения общепринятые [2, 4]. Уравнение (1.1) должно быть решено при четырех граничных условиях. Согласно [1], этими условиями являются

$$\varphi(\infty) = \varphi'(\infty) = 0,$$

$$(1.2) \quad \varphi'(0) = 0, \quad (U'(0) - i\alpha/K)\varphi(0) = -\frac{1}{i\alpha \text{Re}}\varphi'''(0).$$

Первые два условия — условия затухания возмущений в бесконечности, третье — условие непротекания вдоль поверхности (пластина проницаема только в нормальном направлении). Четвертое условие получено

из уравнений движения и закона проницаемости

$$(1.3) \quad v(0) = -Kp(0).$$

Здесь $v(0)$, $p(0)$ — безразмерные возмущения скорости и давления в пограничном слое вблизи поверхности проницаемой пластины; K — коэффициент пропорциональности, определенный ниже. Давление отнесено к полному напору на границе пограничного слоя ρU_e^2 , а скорость — к скорости на границе пограничного слоя U_e . Для определения K рассматривается модель, предложенная в [1]. Поры проницаемой пластины имеют цилиндрическую форму и ориентированы в нормальном направлении к поверхности пластины. Таким образом, рассматривается перфорированная пластина с диаметрами отверстий и расстояниями между ними малыми, по крайней мере, в сравнении с толщиной пограничного слоя. Протяженность отверстий (пор) достаточно большая, так что можно в них принять распределение давления, не зависящим от радиального направления. На основе этой модели для несжимаемой жидкости в [1] было получено выражение для K .

В случае сжимаемого газа для определения K следует воспользоваться теорией распространения звуковых волн в узких длинных каналах. Распространение звуковых волн характеризуется постоянной распространения λ и характеристическим импедансом Z_0 . По аналогии с электропроводной линией в [5] получены значения λ и Z_0 , выраженные через акустические параметры: Z — импеданс элемента трубы, Y — коэффициент, характеризующий запас энергии сжатия и потери тепловой энергии элемента трубы за счет теплоотдачи к стенкам трубы. Акустические параметры характеризуют соотношение между объемной скоростью и давлением. В данной работе удобно рассмотреть соотношение между средней по сечению трубы скоростью V_1 и давлением. Для закона распределения средней по сечению скорости и давления вдоль длинной трубы по-прежнему можно пользоваться аналогией с электропроводной линией с импедансом SZ и вторым параметром Y/S , где S — площадь сечения трубы. Используя Z и Y , взятые из работы [6], безразмерные $Z_1 = Z \cdot S \delta / \rho U_e$ и $Y_1 = Y \cdot \rho U_e \delta / S$, можно записать

$$(1.4) \quad Z_1 = i\alpha c \frac{I_0(\sqrt{i\alpha c \operatorname{Re}} r_1)}{I_2(\sqrt{i\alpha c \operatorname{Re}} r_1)},$$

$$Y_1 = -i\alpha c M_0^2 \left[\kappa + (\kappa - 1) \frac{I_2(\sqrt{i\alpha c \operatorname{Re}} \sigma r_1)}{I_0(\sqrt{i\alpha c \operatorname{Re}} \sigma r_1)} \right].$$

В качестве размерных величин используются величины, ранее принятые в данной работе. Учитывалось, что частота $\omega = -\alpha c U_e / \delta$, где δ — толщина пограничного слоя. В (1.4) приняты следующие обозначения: M_0 — отношение скорости потока на внешней границе пограничного слоя к скорости звука вблизи поверхности, σ — число Прандтля, κ — показатель адиабаты, r_1 — отношение радиуса отверстия (поры) к толщине пограничного слоя, I_0 , I_2 — функции Бесселя нулевого и второго порядков. Следует отметить, что в данной работе рассматриваются случаи, когда распределение температуры по слою примерно постоянно, поэтому под M_0 можно понимать число Маха набегающего потока. По аналогии с [5] постоянная распространения λ и характеристический импеданс Z_0 определяются равенствами

$$\lambda = (Z_1 Y_1)^{1/2}, \quad Z_0 = Z_1 / \lambda.$$

Пусть на одном конце трубы (поры) задано соотношение

$$(1.5) \quad p(-H) = X_1 \cdot v_1(-H).$$

Тогда по аналогии с результатами, приведенными в [7], можно получить

$$\frac{v_1(0)}{p(0)} = -\frac{1}{Z_0} \frac{Z_0 - X_1 \operatorname{th}(\lambda H)}{Z_0 \operatorname{th}(\lambda H) - X_1}.$$

Если доля поверхности, занятая отверстиями, составляет n , то скорость вблизи поверхности $v(0) = nv_1(0)$, поэтому

$$(1.6) \quad K = -\frac{v(0)}{p(0)} = \frac{n}{Z_0} \frac{Z_0 - X_1 \operatorname{th}(\lambda H)}{Z_0 \operatorname{th}(\lambda H) - X_1}.$$

Значение X_1 определяется просто, если условие (1.5) записано для конца трубы (поры), примыкающего к большому объему, в котором отсутствует осредненное движение газа (например, камера слабого отсасывания). Используя равенство $v_1(-H) = v(-H)/n$ (n — пористость, H — толщина проницаемого покрытия, $v(-H)$ — возмущения скорости вблизи проницаемого покрытия), можно, согласно [4], получить

$$X_1 = X/n = (i\alpha c - \alpha^2/\operatorname{Re}) (\alpha + \gamma)/\alpha \gamma n, \\ \gamma = -\sqrt{-i\alpha c \operatorname{Re} + \alpha^2}.$$

2. В некоторых частных случаях можно качественно выяснить влияние проницаемости возмущений через поверхность на устойчивость пограничного слоя.

а) Если жидкость несжимаемая ($M_0 = 0$), то следует рассмотреть предельное значение K при $|\lambda H| \rightarrow 0$. В этом случае

$$(2.1) \quad K = -Q(1 + XQ)^{-1},$$

где $Q = -n/Z_1 H$. Выражение (2.1) совпадает с ранее полученным в [4]. Видно, что K зависит только от двух параметров проницаемой пластины — n/H и r_1^2 . Если диаметры отверстий настолько малы, что $|V i\alpha c \operatorname{Re} r_1| \ll 1$, то легко показать, что $K = nr_1^2 \operatorname{Re}/8H$, т. е. K зависит от одного параметра nr_1^2/H .

б) Для сжимаемой жидкости ($M_0 \neq 0$) значение $|\lambda H|$ может принимать большие значения при умеренных числах Маха, но достаточно протяженных порах (отверстиях). При $|\lambda H| \gg 1 \operatorname{th}(\lambda H) = 1$, поэтому $K = n/Z_0$ или

$$(2.2) \quad K = n\lambda/Z_1.$$

Полученное выражение не зависит от толщины проницаемого покрытия. Это означает, что с увеличением $|\lambda H|$ характеристики устойчивости будут стремиться к некоторым конечным пределам. Видно, что эти пределы будут зависеть от параметров проницаемого покрытия r_1^2 и n и от чисел M_0, σ, κ . Если $|V i\alpha c \operatorname{Re} r_1| \ll 1$, то можно показать, что K зависит только от параметра $nM_0 r_1^2$.

Из условия (1.3) следует, что поток энергии через проницаемую поверхность

$$N = \frac{p(0)v(0) + p(0)v(0)}{4} = |p(0)|^2 \operatorname{Re}(K).$$

Можно показать, что при малых диаметрах пор как для несжимаемой жидкости ($|\lambda H| = 0$), так и для сжимаемой при $|\lambda H| \gg 1$ реальная часть K положительна, поэтому $N > 0$. Таким образом, энергия убывает в пограничном слое и по аналогии с определением работы [8] для гибких покрытий проницаемое покрытие можно считать пассивным. В [8] указывается, что в большинстве случаев устойчивость пограничного слоя на пассивных

покрытиях понижается в сравнении с устойчивостью на твердой непроницаемой поверхности. Поэтому следует ожидать понижения устойчивости пограничных слоев над проницаемыми поверхностями как при условии (2.1) (это находится в соответствии с результатами [1], полученными для несжимаемой жидкости), так и при условии (2.2).

В других случаях, когда для определения K необходимо использовать (1.6), простой анализ невозможен и трудно сделать какие-либо выводы без подробных расчетов. Поэтому в данной работе кроме приближенного анализа проведены некоторые расчеты с использованием (1.6).

3. Характеристики устойчивости рассчитаны для профиля скорости, заданного в виде полинома шестой степени

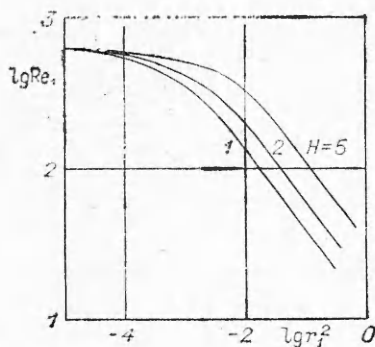
$$U = 2y - 5y^4 + 6y^5 - 2y^6,$$

который является хорошей аппроксимацией распределения продольной скорости в пограничном слое на плоской непроницаемой пластине. Если диаметры отверстий проницаемой пластины малы и отсасывание отсутствует, влияние отверстий на распределение скоростей будет слабое. Поэтому в данной работе такая аппроксимация профиля скорости считается приемлемой в расчетах устойчивости пограничного слоя на плоской проницаемой поверхности без отсасывания.

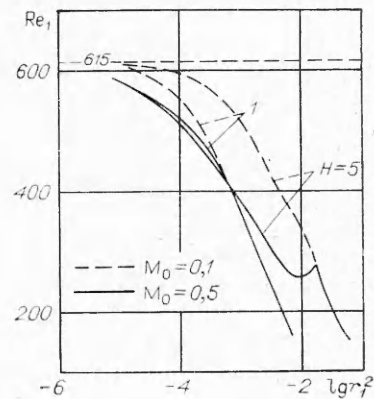
Приведенные ниже результаты получены на основе численного решения уравнения (1.4) с граничными условиями (1.2), в которых K определяется равенством (1.6). Все расчеты проведены при неизменных значениях $\sigma = 0,72$, $\kappa = 1,4$, $n = 0,5$.

Результаты расчетов приведены на графиках, где Re_1 и α_1 — число Рейнольдса и волновое число, построенные по толщине вытеснения.

На фиг. 1 показана зависимость критических чисел Рейнольдса Re_1^*



Фиг. 1



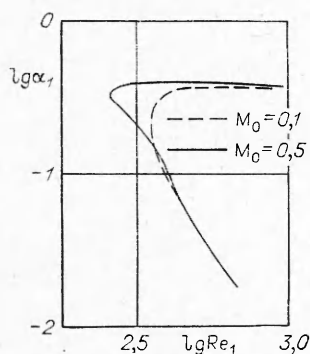
Фиг. 2

от r_1^2 при трех значениях H , ($M_0 = 0,1$). Дополнительные расчеты для $M_0 = 0$ показали, что при указанных на фиг. 1 параметрах r_1^2 и H характеристики устойчивости при $M_0 = 0,1$ и $M_0 = 0$ слабо отличаются друг от друга. Это объясняется тем, что при $M_0 = 0,1$ $|\lambda H| \ll 1$ и для определения K можно пользоваться соотношением (2.1). При больших значениях M_0 становится заметным влияние числа Маха на характеристики устойчивости (фиг. 2, 3). Из фиг. 2 видно, что Re_1^* при $M_0 = 0,5$ ниже Re_1^* , полученных при $M_0 = 0,1$, т. е. с увеличением M_0 понижается устойчивость.

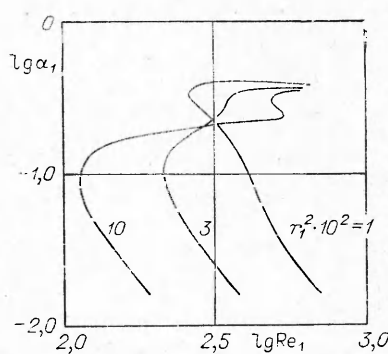
Для $M_0 = 0,5$ при $H \geq 2$ и $r_1^2 < 10^{-3}$ отсутствует влияние толщины проницаемой пластины на значения Re_1^* , что находится в соответствии с

выводами предыдущего пункта (см. (2.2)). В некоторой области значений r_1^2 , зависящей от M_0 и H (например, при $M_0=0,5$, $H=5$ $r_1^2 \approx 10^{-2} \div 3 \cdot 10^{-2}$), наблюдается немонотонность (хотя и слабая) зависимости Re_1^* от r_1^2 , т. е. не всегда увеличение диаметра отверстий приводит к понижению устойчивости пограничного слоя. Несомненно, что область значений, где наблюдается нарушение монотонности изменения Re_1^* при изменении r_1^2 , зависит от других параметров — σ, κ, n , которые в данной работе не варьировались, а также от вида профиля скорости.

Сопоставление кривых нейтральной устойчивости (фиг. 3) при $M_0=0,1$ и $M_0=0,5$ указывает, с одной стороны, на деформацию кривой в области



Ф и г. 3



Ф и г. 4

Re_1^* с изменением M_0 , а с другой стороны, на совпадение ветвей этих кривых. Последнее связано с тем, что на ветвях кривой нейтральной устойчивости $|\lambda H| < 1$ и K определяется по (2.1), куда не входит значение M_0 .

На фиг. 4 показано изменение формы кривой нейтральной устойчивости ($M_0=0,5$, $H=5$) в зависимости от r_1^2 . Видно образование двух экстремальных значений Re_1 на одной кривой, наименьшее из которых — Re_1^* . Существование двух экстремальных значений Re_1 объясняет излом на кривой фиг. 2 ($M_0=0,5$, $H=5$).

Поступила 1 XI 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Гапонов С. А. Влияние свойств пористого покрытия на устойчивость пограничного слоя. Изв. СО АН СССР, сер. техн. наук, 1971, № 3, вып. 1.
2. Линь Ц. Ц. Теория гидродинамической устойчивости. М., ИЛ, 1958.
3. Гапонов С. А., Маслов А. А. Устойчивость сжимаемого пограничного слоя при дозвуковых скоростях. Изв. СО АН СССР, сер. техн. наук, 1971, № 3, вып. 1.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., ИЛ, 1969.
5. Daniels F. B. On the Propagation of Sound Waves in a Cylindrical Conduit. J. Acoust. Soc. Amer., 1950, vol. 22, p. 563—564.
6. Benade A. H. On the Propagation of Sound Waves in a Cylindrical Conduit. J. Acoust. Soc. Amer., 1968, vol. 44, No 2, p. 616—623.
7. Ржевский С. Н. Курс лекций по теории звука. М., Изд-во МГУ, 1960.
8. Короткин А. И. Устойчивость ламинарного пограничного слоя в несжимаемой жидкости на упругой поверхности. Изв. АН СССР. Мех. жид. и газа, 1966, № 3.