ЛИТЕРАТУРА

1. Качуринер Ю. А. Определение скорости водяных капель, увлекаемых потоком газа. Инж.-физ. ж., 1960, т. 3, № 10.
2. Bieß, Viehweg. Расчет движения шарообразных частиц в аппаратах с потоком газа или жидкости. Chem. Technik, 1960, B. 12, № 3.
3. Ютака Уэока. Исследования по скрубберу Вентури (сообщение 2). Нихон кихкай гаккай ромбунсю, 1957, т. 23, № 133.
4. Волынский М. С. Изучение дробления капель в газовом потоке. Докл. АН СССР, 1949, т. 18, № 2.
5. Lane W. R. Дробление капель в воздушном потоке. Industr and Engng Chem. 1951, vol. 43, № 6.
6. Прандтль Л. Гидроаэромеханика. Изд. иностр. лит., 1949.
7. Югай Ф. С., Волгин Б. П. Качественная картина движения жидкости в ускоряющемся газовом потоке. Инж.-физ. ж., 1965, т. 9, № 6.
8. Lane W. R., Green H. L. Механика капель и пузырей. Cambridge monographs on mechanics and applied mathematics, Cambridge university press, 1956.
9. Альтшуль А. Д., Киселев П. Г. Гидравлика и аэродинамика. Госстройиздат, 1965.

К ТЕПЛОВОЙ ТЕОРИИ ЗАЖИГАНИЯ

А. М. Гришин (Томск)

В теоретических работах [1-3], посвященных зажиганию реагирующих веществ, рассмотрено зажигание нагретой бесконечной пластиной. Однако реальные тела, поджигающие реагирующее вещество, имеют конечные размеры и среднюю кривизну поверхности, отличную от 0. Кроме этого, в реальных условиях, наряду с односторонним нагреванием реагирующего вещества, имеет место теплоотвод в окружающую среду.

В данной работе, следуя [4], при помощи метода М. Е. Швеца [5] и интегральных соотношений [6] оценивается влияние этих факторов на процесс зажигания реагирующего вещества.

§ 1. Рассмотрим зажигание реагирующего вещества накаленным цилиндром. Выгоранием реагента пренебрегаем, а теплофизические коэффициенты считаем постоянными, полагая при этом теплоемкость цилиндра бесконечно большой величины. Тогда математически задача сводится к решению уравнения

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} = \delta\frac{\partial\theta}{\partial\tau} - \frac{1}{x}\frac{\partial\theta}{\partial x} - \delta e^{\theta} \qquad \left(\delta = \frac{qk_0r_0^2E}{\lambda RT_*^2}\exp - \frac{E}{RT_*}\right) \tag{1.1}$$

с граничными и начальными условиями

$$\theta(1,\tau) = 0, \quad \theta(\infty,\tau) = -\theta_0, \quad \theta(x, 0) = -\theta_0 \tag{1.2}$$

$$\left(x - \frac{r}{r_0},\ \theta = \frac{(T - T_*)E}{RT_*^2},\ \theta_0 = \frac{(T_* - T_0)E}{RT_*^2},\ \tau = \frac{qk_0Et}{c\rho RT_*^2}\exp - \frac{E}{RT_*}\right)$$

Здесь x — безразмерный текущий радиус, r_0 — радиус цилиндра, δ — безразмерный параметр, τ — безразмерное время, q — тепловой эффект реакции, λ — коэффициент теплопроводности, E — энергия активации, R — универсальная газовая постоянная, t — время, T_* — температура накаленного цилиндра, T_0 — начальная температура реагирующего вещества, θ — безразмерная температура, ρ — плотность, c — теплоемкость, k_0 — предэкспонент.

При выводе уравнения (1.1) использовано преобразование Д. А. Франк-Каменецкого [7] для $\exp - E/RT$.

Краевая задача (1.1), (1.2) описывает зажигание реагента нагретой проволочкой при условии, что она мгновенно нагревается до температуры T_*, которая остается неизменной вплоть до момента зажигания. При определенном условии [3] эта краевая задача описывает зажигание реагирующих веществ и для реакций первого порядка.

Поскольку в реальных условиях проволочка нагревается постепенно, имеет конечную теплоемкость и имеет место выгорание реагента, время прогрева, найденное при помощи краевой задачи (1.1), (1.2), будет ниже истинного.

В силу экспоненциальной зависимости скорости химической реакции от температуры, интенсивное изменение температуры имеет место в узком пограничном слое у нагретой поверхности. В связи с этим целесообразно ввести толщину пограничного слоя $\Delta = \Delta(\tau)$. Тогда граничные и начальные условия (1.2) примут вид

$$\theta(1, \tau) = 0, \quad \theta(1 + \Delta, \tau) = -\theta_0, \quad \Delta(0) = 0 \tag{1.3}$$

Для решения краевой задачи (1.1), (1.3) применим метод М. Е. Швеца [5], который, наряду с простотой, обладает хорошей сходимостью [8]. В качестве первого приближения для температуры получаем

$$\theta_1 = -\frac{\theta_0 (x-1)}{\Delta} \tag{1.4}$$

Подставляя (1.4) в правую часть (1.1) и интегрируя результат подстановки два раза по x, с учетом условий (1.3), имеем

$$\theta_2 = \frac{\theta_0 x}{\Delta}(\ln x - 1) + \frac{\delta\theta_0\Delta^{\cdot}}{6\Delta^2}[2 - 3x^2 + x^3 + (1-x)(\Delta^2 - 3)] +$$
$$+ \frac{\delta\Delta^2}{\theta_0^2}\left[1 - \exp\frac{\theta_0(1-x)}{\Delta}\right] + \frac{\delta\Delta}{\theta_0^2}(1-x) + \frac{\theta_0(2-x)}{\Delta} +$$
$$+ \frac{\theta_0}{\Delta^2}\{1 + (1+\Delta)[\ln(1+\Delta) - 1]\}(1-x) \tag{1.5}$$

Удовлетворяя (1.5) условию М. Е. Швеца [5] $\partial\theta/\partial x = 0$ при $x = \Delta$, получим дифференциальное уравнение первого порядка для определения $\Delta(\tau)$

$$\delta\Delta\Delta^{\cdot} = \frac{3\ln(1+\Delta)}{\Delta} + \frac{3\delta\Delta^2}{\theta_0^3} \tag{1.6}$$

Удовлетворяя (1.5) условию Я. Б. Зельдовича [9] $\partial\theta / \partial x = 0$ при $x=0$, находим

$$\delta\Delta\Delta^{\cdot} = \frac{6\delta(\theta_0 - 1)\Delta^2}{\theta_0^3} - \frac{6(1+\Delta)\ln(1+\Delta)}{\Delta} \tag{1.7}$$

Исключая из уравнений (1.6) и (1.7) величину $\delta\Delta\Delta^{\cdot}$, получим уравнение

$$\delta = \frac{\theta_0^3(3 + 2\Delta_*)\ln(1+\Delta_*)}{(2\theta_0 - 3)\Delta_*^3} \tag{1.8}$$

Решив уравнение (1.8), найдем толщину прогретого слоя Δ_*. Зная Δ_*, легко получим время прогрева

$$\tau_* = \frac{\delta}{3}\int\limits_0^{\Delta_*}\frac{\Delta^2 d\Delta}{\ln(1+\Delta) + \delta\theta_0^{-3}\Delta^3} \tag{1.9}$$

В предельном случае $\delta \to \infty$ из формул (1.5) и (1.9) получим профиль температуры и время прогрева для зажигания нагретой пластиной.

Из выражения (1.5) и уравнения (1.6) легко видеть, что при умеренных значениях τ возмущение профиля температуры и толщины пограничного слоя от теплоты химической реакции мало. В частности, в предельном случае $\delta \to \infty$ возмущение мало при $0 < \tau \leqslant \tau_*$. Поскольку сходимость метода М. Е. Швеца [5] при решении линейных краевых задач доказана Л. С. Гандиным [8], а возмущение от теплоты реакции мало, то можно считать, что сходимость последовательных приближений по М. Е. Швецу [5] имеет место и в настоящем случае, по крайней мере, при $\delta \gg 1$, $\theta_0 \gg 1$ и $0 < \tau \leqslant \tau_*$. В частности, для малых значений τ погрешность приближенного решения (1.5) не превосходит 8%.

Из выражения (1.9) видно, что τ_* существенно зависит от δ, где δ — квадрат приведенного характерного размера. Из уравнения (1.6) видно, что для любых $\Delta > 0$ величина $\Delta^{\cdot} > 0$, и, следовательно, чем больше τ, тем больше толщина пограничного слоя. Как следует из уравнения (1.8), величина δ при малых Δ_* стремится к ∞, а с ростом Δ_* — убывает, стремясь при $\Delta_* \to \infty$ к 0. Тогда, наоборот, большим значениям δ отвечают меньшие значения Δ_*. Следовательно, из приведенного анализа следует, что с убыванием величины δ время прогрева возрастает и, наоборот, с ростом δ — убывает.

Таким образом, чем больше приведенный характерный размер тела, тем меньше время прогрева, и, следовательно, тем легче осуществляется поджигание реагирующего вещества.

При весьма больших значениях δ можно при помощи метода малого параметра [10] найти приближенное решение уравнения (1.6) с начальным условием (1.3).

Полагая

$$u = u_0 + \frac{u_1}{\sqrt{\delta}} + \frac{u_2}{\sqrt{\delta}} + \cdots \quad (u = \delta\Delta^2) \tag{1.10}$$

и подставляя (1.10) в уравнение (1.6), получаем

$$u_0^{\cdot} - \frac{6u_0}{\theta_0^3} = 6,\; u_0(0) = 0;\; u_1^{\cdot} - \frac{6u_1}{\theta_0^3} = -3\sqrt{u_0},\; u_1(0) = 0 \tag{1.11}$$

Решая задачи Коши (1.11), находим

$$u_0 = \theta_0^3 (p-1), \quad u_1 = {}^1/_2 \theta_0^{9/2} [\sqrt{p-1} - p \operatorname{arc\,tg} \sqrt{p-1}] \quad \left(p = \exp \frac{6\tau}{\theta_0^3}\right) \tag{1.12}$$

Таким образом, при помощи (1.10), (1.12) величина u определяется с точностью до членов, содержащих множителем величину δ^{-1}.

Подставляя найденное значение u в (1.8) и решая полученное уравнение методом малого параметра [11] относительно τ, найдем

$$\tau_* = \frac{\theta_0^3}{6} \ln \frac{2\theta_0}{2\theta_0 - 3} \left\{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\theta_0^3}{\delta}\right)^{1/2} \left[\operatorname{arc\,tg} \left(\frac{3}{2\theta_0 - 3}\right)^{1/2} - (1 - 2\theta_0^{-1}) \left(\frac{3}{2\theta_0 - 3}\right)^{1/2}\right]\right\} \tag{1.13}$$

Из формулы (1.13) видно, что при $\delta \to \infty$ время прогрева асимптотически убывает, стремясь к значению, полученному для зажигания реагента пластиной [12]

$$\tau_* = \frac{\theta_0^3}{6} \ln \frac{2\theta_0}{2\theta_0 - 3} \approx \frac{\theta_0^2}{4} + \frac{3\theta_0}{16} \qquad (\theta_0 \gg 1) \tag{1.14}$$

Сравнивая (1.14) с формулой для τ_*, полученной в [3] при помощи ЭВМ, убеждаемся, что время прогрева, определяемое выражением (1.14), практически совпадает с результатами численного счета [3].

Формула (1.13) тем точнее, чем больше δ. В частности, при $\theta_0 = 10$, $\delta = 3.244$ и $\delta = 4335.6$ имеем $\Delta_* = 10$ и $\Delta_* = 0.204$; интегрируя (1.9) методом Симпсона для десяти ординат [11], находим $\tau_* = 111.5$ и $\tau_* = 29.5$, а по формуле (1.13) получаем соответственно $\tau_* = 108.7$ и $\tau_* = 29.6$.

Таким образом, влияние кривизны поверхности и конечных размеров накаленного тела тем существенней, чем меньше δ.

§ 2. Рассмотрим зажигание реагирующего вещества нагретым шаром при условии, что теплофизические коэффициенты постоянны, и имеет место реакция нулевого порядка. Задача сводится к решению уравнения

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \delta \frac{\partial \theta}{\partial \tau} - \frac{2}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} - \delta e^{\theta} \tag{2.1}$$

при граничных и начальных условиях (1.3).

Как и раньше, в качестве первого приближения для $\theta(x, \tau)$ получаем выражение (1.4). Опуская промежуточные выкладки, которые аналогичны предыдущим, запишем окончательные результаты

$$\theta_2 = \frac{2\theta_0 x}{\Delta} (\ln x - 1) + \frac{\delta\theta_0 \Delta^{\cdot}}{6\Delta^2} [2 - 3x^2 + x^3 + (1 - x)(\Delta^2 - 3)] + \frac{\delta\Delta(1 - x)}{\theta_0^2} +$$
$$+ \frac{\delta\Delta^2}{\theta_0^2} \left[1 - \exp \frac{\theta_0 (1 - x)}{\Delta}\right] + \frac{\theta_0 (3 - x)}{\Delta} + \frac{2\theta_0}{\Delta^2} \{1 + (1 + \Delta)[\ln(1 + \Delta) - 1]\}(1 - x) \tag{2.2}$$

$$\delta\Delta\Delta^{\cdot} = \frac{3\delta\Delta^2}{\theta_0^3} + 3\left[\frac{2\ln(1 + \Delta)}{\Delta} - 1\right], \qquad \Delta(0) = 0 \tag{2.3}$$

$$\delta = \frac{\theta_0^3 [2(3 + 2\Delta_*) \ln(1 + \Delta_*) - 3\Delta_*]}{(2\theta_0 - 3)\Delta_*^3} \tag{2.4}$$

$$\tau_* = \frac{\delta}{3} \int_0^{\tau_*} \frac{\Delta^2 d\Delta}{3\ln(1 + \Delta) - \Delta + \delta\theta_0^{-3}\Delta^3} \tag{2.5}$$

Здесь и выше опущены члены, содержащие множителем величину $\varepsilon = e^{-\theta_0}$.

Из уравнения (2.3) легко установить, что Δ растет при $\Delta < 1$ с ростом τ, а из уравнения (2.4) находим, что с ростом δ величина Δ_* убывает, следовательно, чем меньше δ, тем больше время прогрева, и наоборот. Для больших значений δ методом малого параметра удается найти приближенное решение задачи Коши (2.3)

$$u = \theta_0^3 \left\{p - 1 + \left(\frac{\theta_0^3}{\delta}\right)^{1/2} [\sqrt{p-1} - p \operatorname{arc\,tg} \sqrt{p-1}]\right\} \tag{2.6}$$

Подставляя (2.6) в уравнение (2.4) и решая полученное уравнение методом малого параметра относительно τ, найдем приближенное аналитическое выражение для времени прогрева

$$\tau_* = \frac{\theta_0^3}{6} \ln \frac{2\theta_0}{2\theta_0 - 3} \left\{1 + \left(\frac{\theta_0^3}{\delta}\right)^{1/2} \left[\operatorname{arc\,tg} \left(\frac{3}{2\theta_0 - 3}\right)^{1/2} - (1 - 2\theta_0^{-1}) \left(\frac{3}{2\theta_0 - 3}\right)^{1/2}\right]\right\} \tag{2.7}$$

Точность этой формулы тем выше, чем больше δ.

Сравнивая (1.13) и (2.7) видим, что при одинаковых значениях δ и θ_0 величина (2.7) больше величины (1.13).

Таким образом, если цилиндр некоторого радиуса, нагретый до определенной температуры, воспламеняет реагирующий газ, то шаром того же радиуса, нагретым до той же температуры, поджечь реагирующий газ не удается. Это объясняется тем, что при одинаковых радиусах средняя кривизна сферы выше средней кривизны цилиндрической поверхности. Расчет τ_* при помощи численного интегрирования (2.5) подтверждает эти соображения. Так, для $\theta_0 = 10$, $\delta = 4335.6$ и $\Delta_* = 1/4$ из (2.5) находим $\tau_* = 31.4$, что в 1.06 раза превышает время при зажигании цилиндром.

Время прогрева однозначно связано с температурой нагретого тела. Так как время прогрева убывает с ростом характерного размера, то температура нагретой поверхности, при которой имеет место зажигание реагента (температура зажигания), также убывает с ростом характерного размера, асимптотически стремясь к температуре зажигания накаленной пластиной. Этот вывод согласуется с экспериментальными данными работы [13].

В заключение отметим, что решение краевых задач (1.1), (1.3) и (2.1), (1.3) методом М. Е. Швеца [5] тем точнее, чем меньше Δ по сравнению с 1.

§ 3. Для того чтобы оценить влияние теплоотдачи в окружающую среду, рассмотрим зажигание с торца реагирующего полубесконечного цилиндра. Предполагается, что на боковой поверхности цилиндра поддерживается постоянная температура T_0, что имеет место, если реагирующее вещество заключено в сосуд, стенки которого имеют большую теплоемкость или когда реагирующее вещество интенсивно охлаждается жидкостью. Математически задача сводится к решению уравнения

$$\delta x \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = x \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial x}\left(x \frac{\partial \theta}{\partial x}\right) + \delta x e^{\theta} \tag{3.1}$$

с граничными и начальными условиями

$$\theta(\tau, x, 0) = -\theta_0 x^2, \ \theta(\tau, x, \Delta) = -\theta_0, \ \frac{\partial \theta}{\partial x}\bigg|_{x=0} = 0, \ \theta(\tau, 1, z) = -\theta_0, \ \Delta(0) = 0 \tag{3.2}$$

Здесь $z = z_1 / r_0$ — безразмерная осевая координата.

При выводе уравнения (3.1) использовалось преобразование Д. А. Франк-Каменецкого [7] для $\exp - E / RT$, а при выводе условий (3.2) была введена толщина температурного пограничного слоя.

Примем для решения краевой задачи (3.1), (3.2) комбинацию метода М. Е. Швеца [5] и метода интегральных соотношений [6]. Интегрируем (3.1) по x от 0 до 1, заменяя

$$\theta \approx w(\tau, z)(1-x^2) - \theta_0 x^2, \quad e^{\theta} \approx (1-x^2) e^{w} + \varepsilon x^2, \quad (w = \theta(\tau, 0, z)) \tag{3.3}$$

В результате получаем уравнение

$$\partial^2 w / \partial z^2 = \delta \partial w / \partial \tau + 8 (w + \theta_0) - \delta (e^{w} + \varepsilon) \tag{3.4}$$

с граничными и начальными условиями

$$w(\tau, z) = 0, \quad w(\Delta, \tau) = -\theta_0, \quad \Delta(0) = 0 \tag{3.5}$$

Краевую задачу (3.4), (3.5) решаем методом М. Е. Швеца [5]. В качестве первого приближения получаем

$$w_1 = -\theta_0 z / \Delta \tag{3.6}$$

Подставляя w_1 в правую часть (3.4) и интегрируя результат подстановки два раза по z, находим с учетом первого и второго из условий (3.5)

$$w_2 = \frac{\delta \theta_0 \dot{\Delta} z^3}{6\Delta^2} - \frac{4\theta_0 z^3}{3\Delta} + 4\theta_0 z^2 + \frac{\delta \Delta^2}{\theta_0^2}\left[1 - \exp\left(-\frac{\theta_0 z}{\Delta}\right)\right] - \\ - \frac{z}{\Delta}\left(\theta_0 + \frac{8\theta_0 \Delta^2}{3} + \frac{\delta \Delta^2}{\theta_0^2} + \frac{\delta \theta_0 \Delta \dot{\Delta}}{6}\right) \tag{3.7}$$

Удовлетворяя (3.7) условию М. Е. Швеца [5], получаем уравнение для Δ

$$\delta \Delta \dot{\Delta} = \Delta^2 (3\delta / \theta_0^3 - 4) + 3 \tag{3.8}$$

Интегрируя (3.8) с учетом последнего из условий (3.5), находим

$$\tau = \frac{\delta}{6b} \ln(1 + b\Delta^2), \quad \Delta^2 = \frac{1}{b}\left(\exp \frac{6b\tau}{\delta} - 1\right) \quad \left(b = \frac{\delta}{\theta_0^3} - \frac{4}{3}\right) \tag{3.9}$$

Из выражения (3.7) и уравнения (3.8) видно, что возмущение профиля температуры и толщины пограничного слоя малы при умеренных значениях τ. В отсутствие теплоты реакции градиент температуры при $x = 0$, найденный при помощи метода М. Е. Швеца [5], отличается от соответствующих точных значений [14] на 8% при малых τ и на 22% — при $\tau \gg 1$. При помощи решения задачи о тепловом взрыве в бесконечном цилиндре установлено, что аппроксимация (3.3) и осреднение всех величин по x вносит погрешность $\approx 11\%$.

Таким образом, ориентировочно можно считать, что наибольшая ошибка, которую можно ожидать при решении краевой задачи (3.1), (3.2) комбинацией методов М. Е. Швеца [5] и интегральных соотношений [6], не превосходит 22%.

Удовлетворяя (3.7) условию Я. Б. Зельдовича [9], получаем с учетом первого из выражений (3.9) время прогрева

$$\tau_* = \frac{\delta\theta_0^3}{2(4\theta_0^3 - 3\delta)} \ln \frac{\delta(2\theta_0 - 3) - 4\theta_0^3}{2\theta_0(\delta - 4\theta_0^2)} \tag{3.10}$$

а учитывая второе выражение (3.9), найдем толщину прогретого слоя

$$\Delta_* = \theta_0 \left(\frac{3\theta_0}{\delta(2\theta_0 - 3) - 4\theta_0^3} \right)^{1/2} \tag{3.11}$$

Из (3.10) легко видеть, что при

$$\delta \to \delta_* = 4\theta_0^2 \tag{3.12}$$

величина $\tau_* \to \infty$, т. е. зажигание не имеет места.

Если теплоотдача с боковой поверхности реагирующего цилиндра осуществляется по закону Ньютона, то аналогичным образом найдем

$$\tau_* = \frac{8\theta_0^3(4+B)}{6m(4+B)[1+(\gamma-\varepsilon-\varepsilon n\theta_0)n^{-2}] - 4B\theta_0^3} \times$$
$$\times \ln \frac{2\theta_0\{m(4+B)[1+(\gamma-\varepsilon)n^{-1}] - 4B\theta_0^2\}}{m(4+B)\{2\theta_0 - 3 + [n\theta_0(2\gamma+\varepsilon) + 3(\varepsilon-\gamma)]n^{-2}\} - 4B\theta_0^3} \tag{3.13}$$

Легко видеть, что время прогрева стремится к ∞, если (3.14)

$$\delta \to \delta_* = \frac{8B\theta_0^2}{(2+B)[2+(\gamma-\varepsilon)(2+B)]} \left(m = \frac{\delta(2+B)}{4+B},\ n = \frac{2}{2+B},\ \gamma = \exp - \frac{B\theta_0}{2+B} \right)$$

Здесь $B = \alpha r_0 / \lambda$ — критерий Био, α — коэффициент теплоотдачи, r_0 — радиус цилиндра.

При $B \to \infty$ из (3.14) следует условие (3.12), а при $B \to 0$ или $m \to \infty$ из выражения (3.13) получим время прогрева для зажигания реагирующего вещества нагретой пластиной (1.14). Этот же результат получим из выражения (3.10) при $\delta \to \infty$.

Таким образом, для того чтобы имело место зажигание реагирующего цилиндра с торца при теплоотдаче с боковой поверхности по закону Ньютона, необходимо, чтобы δ было больше δ_*, где δ_* определяется (3.14).

Поступила 22 VIII 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. К теории зажигания. Докл. АН СССР, 1963, т. 150, № 3.
2. Вилюнов В. Н., Сидонский О. В. К теории воспламенения конденсированных систем накаленной поверхностью. Докл. АН СССР, 1963, т. 152, № 1.
3. Аверсон А. Э., Барзыкин В. В., Мержанов А. Г. Закономерности зажигания конденсированных взрывчатых систем при идеальном теплообмене на поверхности с учетом выгорания. Инж.-физ. ж., 1965, т. 9, № 2.
4. Гришин А. М. Некоторые задачи теории воспламенения. Канд. дис., Томск, 1966.
5. Швец М. Е. О приближенном решении некоторых задач теории пограничного слоя. ПММ, 1949, т. 13, вып. 3.
6. Белоцерковский О. М., Чушкин П. И. Численный метод интегральных соотношений. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1962, т. 2, № 5.
7. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. Изд-во АН СССР, 1947.
8. Гандин Л. С. О сходимости метода Швеца. ПММ, 1950, т. 14, вып. 4.
9. Зельдович Я. Б. Теория зажигания накаленной поверхностью. Ж. эксперим. и теор. физ., 1939, № 12.
10. Каннингхэм В. Введение в теорию нелинейных систем. Госэнергоиздат, 1962.
11. Мелентьев П. В. Приближенные вычисления. Физматгиз, 1962.
12. Гришин А. М. О зажигании реагирующих веществ. ПМТФ, 1966, № 5.
13. Хитрин Л. Н. Физика горения и взрыва. Изд-во Моск. ун-та, 1957.
14. Carslaw H. S., Jaeger J. C. Conduction of Heat in Solids. Oxford, at the Clarendon Press, 1959 (русск. перев.: Теплопроводность твердых тел. Изд-во «Наука», 1964).