

РАСЧЕТ ЗАДАЧИ О РАЗЛЕТЕ НАГРЕВАЕМОГО  
ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ ВЕЩЕСТВА С УЧЕТОМ РАССЛОЕНИЯ  
ЕГО НА ФАЗЫ

*В. Н. Кондратьев, И. В. Немчинов, В. М. Хазинс*

(Москва)

При быстром нагреве излучением ОКГ поверхностного слоя конденсированного вещества имеет место своеобразный эффект. После прихода в центральную часть нагретого слоя волн разрежения (от границы с вакуумом и от более холодных слоев, где не выделяется энергия и давление мало) вещество разрывается — происходит откол поверхностного слоя навстречу потоку излучения (даже при концентрациях выделившейся энергии  $f$ , много меньших теплоты испарения  $Q$ ). При  $f$ , сравнимых с  $Q$ , имеет место разлет испаренного и частично испаренного вещества. Разлет сопровождается появлением реактивной силы и возникновением механического импульса «отдачи».

В работе [1] были описаны эксперименты, подтвердившие наличие описанного эффекта. При этом использовались «полупрозрачные вещества» (подкрашенные лед и парафин, а также кристаллогидрат меди). Коэффициент поглощения в процессе нагрева и масса нагреваемого слоя менялись не слишком сильно. Длины  $l_0$  пробегов излучения составляли  $10^{-2} - 3 \cdot 10^{-2}$  см. В качестве характерного газодинамического времени в данной задаче можно выбрать время распространения звуковых возмущений по нагретому слою  $t_0 = l_0 / c_0$ , где  $c_0$  — скорость звука в холодном веществе. В описанных экспериментах за время действия импульса  $t_q$  (20 нсек) звуковые возмущения не успевали распространиться по нагретому слою ( $t_q \leq t_0$ ), и такое энерговыделение можно было считать почти мгновенным. В [2] были даны оценки величин давления, скоростей разлета и описана картина возникновения откола и импульса для  $f \ll Q$ .

В экспериментах [1] использовались вещества с низкой теплотой испарения (для указанных выше веществ она составляла соответственно 2,5, 0,8, 0,6 кДж/г). При увеличении  $f$  можно проводить аналогичные эксперименты с другими веществами.

Концентрация энергии может увеличиваться как за счет подводимой к поверхности энергии, так и за счет уменьшения толщины слоя. В последнем случае звуковые возмущения успевают распространиться по слою задолго до конца энерговыделения, и процесс нагрева нельзя считать мгновенным.

В [3] было приведено автомодельное решение задачи о разете фиксированной массы непрерывно и длительно нагреваемого вещества. При этом вещество считалось газом с постоянным показателем адиабаты  $\gamma$ , что допустимо лишь для  $f \gg Q$ . В промежуточных областях ( $t_0 \geq t_q$  и  $t_q \gg t_0$ , но  $f \leq Q$ ) оценка параметров разлетающегося вещества затруднена и естественно прибегнуть к численному расчету.

Решение такой задачи представляет интерес не только для целей получения теоретической оценки параметров применительно к условиям упомянутых экспериментов. Довольно часто задача об испарении поверхностного слоя вещества рассматривается с использованием понятия «волны испарения». Оно удобно, когда испарение происходит в узком (по сравнению с размерами всей задачи) слое: имеется либо физический разрыв (происходит поверхностное испарение), либо тонкий переходный слой, где постепенно увеличивается концентрация пара (объемное испарение). Полная масса испаренного вещества может значительно превышать массу переходного слоя (это связано с увеличением прозрачности вещества, например металла, при его испарении). Однако имеет место и случай, когда вся масса испаренного вещества близка к полной массе слоя, где происходит энерговыделение (например, коэффициент поглощения при испарении не изменяется). Именно при таком условии проведены описанные выше эксперименты. В случае воздействия достаточно жесткого ультрафиолетового излучения взрывных источников [4] коэффициент поглощения также меняется мало до тех пор, пока вещество не только будет испарено, но будет и ионизовано. До этого момента масса нагреваемого слоя растет слабо. Наконец, и при действии оптического излучения на металлы возможны такие случаи, когда давление велико и сравнимо с критическим (по Ван-дер-Ваальсу) давлением  $p_*$  или даже превышает его, а поэтому введение движущейся границы, на которой происходит фазовый переход, невозможно.

В случае нагрева вещества импульсом электрического тока (возникающего при разряде мощной батареи конденсаторов или в результате проникновения магнитного поля большой напряженности) или мощным потоком быстрых электронов (при электронно-лучевой обработке материала) возникают аналогичные ситуации, когда интенсивно нагревается поверхностный слой конденсированного вещества.

Во всех этих случаях естественно прибегнуть к прямому численному расчету задачи о движении вещества с учетом возможной его двухфазности, т. е. используя уравнение состояния, описывающее как конденсированное состояние, так и газообразное.

1. Система уравнений газовой динамики (уравнение импульсов, неразрывности, энергии), описывающая плоские нестационарные движения вещества в лагранжевых координатах, имеет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial m} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial m} = 0, \quad \frac{\partial (e + u^2/2)}{\partial t} + \frac{\partial (pu)}{\partial m} = \frac{\partial f}{\partial t} \quad (1.1)$$

Здесь  $u$  — массовая скорость,  $p$  — давление,  $v$  — удельный объем,  $e$  — внутренняя энергия,  $f$  — энерговыделение в единице массы,  $\partial f / \partial t$  — интенсивность энерговыделения в единицу времени,  $t$  — время,  $m$  — массовая координата.

Уравнение состояния может быть записано в следующем виде:

$$\begin{aligned} e &= e_1 + e_2 = Bv_0\psi(y) + e_2, \quad B = \rho_0 c_0^2, \quad v_0 = \frac{1}{\rho_0} \\ p &= p_1 + p_2 = B\varphi(y) + e_2 \rho (\gamma - 1), \\ \gamma &= \gamma(e_2 / Bv_0, y), \quad d\psi = -\frac{\Phi}{y^2} dy, \quad y = \frac{\rho}{\rho_0} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь  $B$  — модуль объемного сжатия;  $\rho_0$ ,  $c_0$ ,  $v_0$  — плотность, скорость звука и удельный объем в «нормальном» состоянии;  $e_1$ ,  $p_1$  — «холодные» (или «упругие») составляющие внутренней энергии и давления;  $e_2$ ,  $p_2$  — их тепловые составляющие,  $\gamma$  — эффективный показатель адиабаты. При расчетах, результаты которых описываются в данной работе, было принято

$$\varphi = y^n - y^k \quad (n \geq k \geq 1) \quad (1.3)$$

Теплота испарения связана в таком случае с  $Bv_0$  следующим соотношением:

$$Q = Bv_0(n - k) / [(n - 1)(k - 1)] \quad (1.4)$$

Кроме того, считаем, что  $\gamma = \gamma(e_2 / Bv_0)$ , т. е. зависит лишь от отношения тепловой энергии к теплоте испарения. Заметим, что при  $\gamma = \text{const}$  тепловую часть давления можно представить также в виде

$$p_2 = e_2 \rho (\gamma - 1) = y^\gamma F(s) \quad (1.5)$$

где  $F(s)$  — энтропийная функция.

Предполагается, что расслоение расширяющегося вещества на фазы — конденсированная среда и пар — мгновенно следует за изменением термодинамических параметров, например при разгрузке после прохождения ударной волны. Граница двухфазной области  $p = p_v(v)$  находится из обычного условия, а именно, как линия, соединяющая точки, удовлетворяющие условию (при  $e_2 = \text{const}$ )

$$\int_{v_c}^{v_g} p dv = p_v(v_g - v_c) \quad \left( v_g = \frac{1}{\rho_g}, v_c = \frac{1}{\rho_c} \right) \quad (1.6)$$

Здесь  $v_g$  и  $v_c$  — удельные объемы газообразной (индекс  $g$ ) и конденсированной (индекс  $c$ ) фаз при давлении фазового перехода  $p_v$  (фиг. 1). Критическая (в Ван-дер-Ваальсовском смысле) точка ( $p_*$ ,  $\rho_*$ ) находится из обычного соотношения

$$dp / d\rho = 0, \quad d^2p / d\rho^2 = 0 \quad \text{при } e_2 = \text{const} \quad (1.7)$$

Для  $n = 3$ ,  $k = 2$ ,  $p_* = 1/_{27} B$ ,  $\rho_* = 1/_{3} \rho_0$ . В этой точке  $e = 10/_{9} Q$ , причем  $e_1 = 4/_{9} Q$  и  $e_2 = 2/_{3} Q$ . Заметим, что все эти значения не зависят от  $\gamma$ . При давлении  $p = 0.1 p_*$  и  $\gamma = 2$  на границе области двухфазности величина  $e_c = 0.40 Q$ , а при  $p = 0.01 p_*$  имеем  $e_c = 0.22 Q$ .

Если давление, вычисленное по формуле (1.2), окажется меньше  $p_v$  ( $\rho$ ), то вещество находится в области двухфазности.

Удельный объем и внутренняя энергия в этой области записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} v &= v_c(1 - \alpha) + v_g \alpha \\ e &= e_c(1 - \alpha) + e_g \alpha \end{aligned} \quad (1.8)$$

где  $\alpha$  — массовая доля вещества, перешедшего из конденсированного в газообразное состояние. Каждая из величин  $e_c$  и  $e_g$  зависит только от температуры, причем выполняется условие

$$T = T_c = T_g = T_v(p) \quad (1.9)$$

где  $T_v$  — равновесная температура фазового перехода.

Остановимся на вопросе о показателе адиабаты  $\gamma$  для области двухфазности. При сравнительно небольших давлениях ( $p \ll p_*$ ) удельный объем  $v_c \ll v_g$ . Поэтому уже при сравнительно небольших концентрациях пара можно пренебречь первым членом правой части (1.8) и положить  $v = v_g \alpha$ . Тогда выражение для  $e_g$  можно записать как

$$e_g = e - e_c = (e_g - e_c) \alpha = (e_g - e_c) \frac{v}{v_g} = (e_g - e_c) \frac{p v A_w}{R T} \quad (1.10)$$

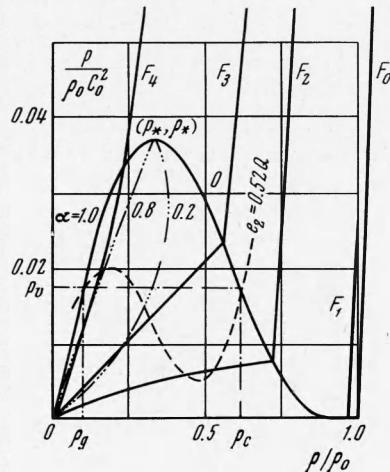
Здесь  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $A_w$  — атомный вес и для парообразной фазы было использовано уравнение идеального газа. Выражению (1.10) можно придать обычный вид

$$e_g = e - e_c = \frac{p v}{\gamma - 1}, \quad \gamma - 1 = \frac{R T}{A_w Q} \quad (1.11)$$

Зависимость (1.9) вдали от критической точки ( $p \ll p_*$ ) такова, что температура  $T_v$  очень мало меняется при значительном изменении  $p$ , а  $e_g - e_c = Q$ . Поэтому движение двухфазной смеси вещества происходит практически изотермическим образом, и, следовательно, в первом приближении можно считать  $T$ ,  $e_g$ ,  $e_c$ , а с ними и  $\gamma$  постоянными.

При давлениях  $10^2$ — $10^3$  бар среднее значение  $R T_v / A_w Q$  обычно равно  $1/5$  и, следовательно,  $\gamma = 1.2$ .

В дальнейшем предполагается, что внутренняя энергия пара  $e_g \rightarrow 0$  при  $T \rightarrow 0$ , а внутренняя энергия конденсированной фазы  $e_c$  при  $T = 0$  равна  $Q$ .



Фиг. 1

Однако начало отсчета величины  $e$  несущественно. Поэтому для задач нагрева и разлета двухфазной среды, принимая  $T_v = \text{const}$ , можно положить  $e_c = 0$  (за начало отсчета принять внутреннюю энергию конденсированной фазы при температуре фазового перехода), и тогда соотношение (1.11) — уравнение состояния двухфазной смеси — будет в точности совпадать с уравнением состояния идеального газа.

Изэнтропы разгрузки с различными  $F(s)$  приведены на фиг. 1 (индексы 0, 1, 2, 3, 4 соответствуют  $F/B = 0, 0.027, 0.29, 0.50$  и  $1.28$  соответственно). Там же показана граница области двухфазности для принятого уравнения состояния при  $n = 3, k = 2, \gamma = 2$  (обоснование выбора этих значений см. в [2,5]). Заметим, что используемое уравнение состояния не сильно отличается от уравнения состояния воды [6]. На той же фиг. 1 двойным штрихом показаны линии равных значений концентраций газообразной фазы  $\alpha$ .

Рассматривались также движения без учета расслоения на фазы, несмотря на то, что венце уже находилось внутри области  $p_v(\rho)$ , и такое расслоение было возможно. Такая ситуация возможна при очень быстром расширении вещества, находящегося в метастабильном состоянии. Тогда всюду использовались лишь уравнения (1.2), (1.3) без учета соотношений (1.4), (1.6).

**2.** Численный расчет уравнений газовой динамики с учетом энерговыделения в данной работе осуществлялся по разностной схеме, основанной на методе интегральных соотношений. Так как эта схема представляет, по-видимому, некоторый самостоятельный интерес, то коротко остановимся на ней.

Идея использования интегральных соотношений не нова. Этот метод был описан в [7], использовался для решения стационарных двумерных задач [8], нестационарных одномерных задач с поставленным ударным фронтом [9]. В этих случаях использовалась аппроксимация по значениям функций во всех точках пространства и удавалось использовать сравнительно небольшое число полос интегрирования, что объяснялось достаточной гладкостью решений. В рассматриваемых задачах возникают волны разрежения и сжатия, взаимодействующие друг с другом. Поэтому аппроксимация по всей области или ее значительной части представлялась нецелесообразной и была использована интерполяция лишь внутри небольшой области. Заметим, что подобный метод близок к интегро-интерполяционному методу, описанному в [10] и использовавшемуся для параболических уравнений. Укажем также, что в первоначальном варианте (замена функций внутри ячейки на их средние значения) такой подход использовался одним из авторов данной статьи в [11].

Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial m} + F = 0 \quad (2.1)$$

которое при соответствующих  $M, N$  и  $F$  представляет собой любое из систем (1.1).

Пусть вся масса задачи разбита счетными точками  $m_i$  на  $n$  частей с интервалами  $\delta m_i$  и в каждой точке на  $j$ -м слое по времени заданы функции  $M, N$  и  $F$ . На каждом интервале  $(m_{i-1}, m_{i+1})$  аппроксимируем функции  $M, N, F$  по их значениям в точках  $m_{i-1}, m_i, m_{i+1}$  ( $i = 1, 2, \dots, n - 1$ )

$$a_l m^2 + b_l m + c_l = 0 \quad (2.2)$$

Здесь символ  $l$  определяет, для какой из трех функций  $M, N, F$  записана парабола. Заметим, что коэффициенты  $a_l, b_l, c_l$  зависят только от значений  $l$ -й функции в точках  $m_i, m_{i-1}, m_{i+1}$ .

Проинтегрируем уравнение (2.1) по интервалам

$$\left(\frac{1}{2} (m_i + m_{i-1}), \frac{1}{2} (m_i + m_{i+1})\right) = (m_{i-1/2}, m_{i+1/2}),$$

$i = 1, 2, \dots, n - 1$ , и по граничным интервалам  $(0, m_1 / 2)$ ,  $((m_{n-1} + m_n) / 2, m_n)$ .

В результате уравнение (2.1) сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений следующего вида:

$$A \frac{dM}{dt} = \Phi \quad (2.3)$$

где  $A$  — трехдиагональная матрица размерности  $(n + 1)$

$$\frac{dM}{dt} = \left( \frac{dM_0}{dt}, \dots, \frac{dM_n}{dt} \right), \quad \Phi = (\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_n)$$

Далее (2.3) разрешается относительно производных  $dM_i / dt$  хорошо известным методом прогонки для матриц типа  $A$  и (2.3) приводится к виду

$$\frac{dM}{dt} = \Phi' \quad (\Phi' = A^{-1}\Phi) \quad (2.4)$$

Невырожденность матрицы  $A$  довольно просто проверяется.

Полученная система (2.4) решается численным методом Эйлера с пересчетом. Шаг по времени выбирается из соображений устойчивости схемы. Условие устойчивости после проверки на модельных уравнениях типа

$$\frac{\partial u}{\partial t} = K \frac{\partial u}{\partial m} \quad (2.5)$$

совпало с обычным условием для уравнений газовой динамики

$$\Delta t^j \leq \min_i (\delta m_i / \rho_i c_i)$$

где  $\rho_i$  и  $c_i$  соответственно плотность и скорость звука в точке  $m_i$  на  $j$ -м слое по времени, а  $\Delta t^j$  — шаг по времени с  $j$ -го слоя на  $(j + 1)$ .

Приведем для модельного уравнения (2.5) более подробные выкладки для случая  $\delta m_i = \text{const} = \delta m$ ,  $K \equiv 1$ . При этих условиях коэффициенты параболы (2.2) будут иметь вид

$$a = \frac{u_{i+1} + u_{i-1} - 2u_i}{2\delta m^2}, \quad b = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\delta m}, \quad c = u_i \quad (2.6)$$

(предполагается, что начало координат смешено в точку  $m_i$ , но это не нарушает общности). Тогда после интегрирования уравнения (2.5) получим

$$\frac{11}{12} \frac{du_i}{dt} + \frac{1}{24} \left( \frac{du_{i-1}}{dt} + \frac{du_{i+1}}{dt} \right) = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\delta m} \quad (2.7)$$

Подобные операции проделываются для всех точек  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n - 1$ .

После интегрирования по интервалам  $(0, m_1 / 2)$  и  $(m_{n-1} + \delta m / 2, m_n)$  получим еще два уравнения

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \frac{du_0}{dt} + \frac{5}{12} \frac{du_1}{dt} - \frac{1}{12} \frac{du_2}{dt} &= \frac{6u_1 - 5u_0 - u_2}{4\delta m} \\ \frac{2}{3} \frac{du_n}{dt} + \frac{5}{12} \frac{du_{n-1}}{dt} - \frac{1}{12} \frac{du_{n-2}}{dt} &= \frac{5u_n + u_{n-1} - 6u_{n-2}}{4\delta m} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Таким образом, получили алгебраическую систему уравнений относительно производных  $du_i / dt$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ) размерности  $(n + 1)$  с очевидной из (2.7) и (2.8) матрицей  $A$ .

Учитывая, что правые части (2.7), (2.8) берутся на  $j$ -м слое по времени, где они известны, разрешим эту систему методом прогонки, в результате чего получим систему уравнений

$$du_i/dt = \Phi_i' \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (2.9)$$

Применяя к (2.9) численный метод Эйлера с пересчетом, получим на первом его этапе

$$U_i^{j+1} = u_i^{j-1} + (\Delta t^{j-1} + \Delta t^j) \Phi_i' \quad (2.10)$$

Здесь из соображений устойчивости была выбрана трехслойная схема.

После вычисления всех  $U_i$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ) в правых частях системы (2.7), (2.8) заменяются все  $u_i$  на  $U_i$ , и эта система вновь разрешается относительно производных. Получим новую систему уравнений

$$du_i/dt = \Psi_i' \quad (2.11)$$

Далее решается следующая система:

$$du_i/dt = (\Phi_i' + \Psi_i')/2 \quad (2.12)$$

по двухслойной схеме

$$u_i^{j+1} = u_i^j + \Delta t^j (\Phi_i' + \Psi_i')/2 \quad (2.13)$$

Полученные значения  $u_i^{j+1}$  ( $i = 0, 1, \dots, n$ ) считаются окончательными на  $(j+1)$  слое. Обобщение на случай системы (1.1) очевидно.

Заметим, наконец, что для возможности счета задач, решения которых терпят разрывы, в уравнения системы (1.1) была введена неймановская искусственная вязкость согласно [12].

3. Будем считать, что функция энерговыделения в единице массы вещества изменяется подобным образом

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{E_q}{m_0 t_q} \xi \left( \frac{t}{t_q} \right) \eta \left( \frac{m}{m_0} \right) \quad (3.1)$$

Здесь  $t_q$  — время действия источника,  $m_0$  — характерная масса,  $E_q$  — полная энергия, подведенная к единице поверхности ( $E_q / t_q = q$  — средняя плотность потока энергии). Это выполняется, например, для случая, когда на вещество падает излучение при постоянной плотности потока  $q$  и коэффициент поглощения  $\kappa$  постоянен

$$\partial f / \partial t = \kappa q \exp(-\kappa m) \quad (3.2)$$

В п. 1 предполагалось, что для уравнения состояния выполняется закон соответственных состояний, т. е. виды функций  $\varphi$ ,  $\psi$  и  $\gamma$  являются неизменными. Тогда можно воспользоваться соображениями о подобии гидродинамических движений с подогревом.

Введем безразмерные переменные, отнеся размерные переменные к соответствующим характерным размерным параметрам. Для рассматриваемых задач естественно выбрать в качестве характерной величины давления  $p$  величину модуля объемного сжатия  $B$ , характерной плотности — начальную плотность  $\rho_0$ . В качестве характерной величины удельной внутренней энергии можно принять  $Bv_0$  (эта комбинация пропорциональна теплоте испарения  $Q$  и для  $n = 3$  и  $k = 2$  равна  $2Q$ ).

Тогда уравнение состояния для безразмерных переменных останется в том же виде, что и в п. 1, но при  $B = 1$ ,  $v_0 = 1$ .

В качестве характерной скорости разумно выбрать  $\sqrt{Bv_0}$  — «холодную» скорость звука  $c_0$  при нормальной плотности, в качестве характерной массы — величину  $m_0$  в законе энерговыделения (3.1). Для случая

(3.2) естественно положить  $m_0 = 1 / \kappa$ . В качестве характерного времени примем время распространения звуковых возмущений по слою  $t_0 = x_0/c_0 = m_0 \rho_0 / \sqrt{B} v_0$ . Тогда система уравнений (1.1) для безразмерных переменных примет тот же вид, что и для размерных, за исключением уравнения энергии

$$\frac{\partial(e + 1/2u^2)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial \xi} = E\eta\xi, \quad E = \frac{E_q}{m_0 B v_f} \quad (3.3)$$

Здесь безразмерные переменные обозначены так же, как и размерные. Безразмерный критерий подобия  $E$  характеризует степень превышения концентрации энергии на краю вещества по сравнению с его удвоенной теплотой испарения. В начальном состоянии вещество будем считать неподвижным, абсолютно холодным и имеющим нормальную плотность. В безразмерных переменных начальные данные примут вид

$$u = e = 0, \quad v = 1, \quad 0 \leq m \leq M, \quad t = 0 \quad (3.4)$$

Здесь  $M$  — полная безразмерная масса задачи (размерная равна  $Mm_0$ ).

Границные условия на «левом краю» (откуда падает излучение) — истечение в вакуум ( $p = 0$ ), на «правом» — аналогичное условие или «жесткая» неподвижная стенка

$$u = 0, \quad m = M \quad (3.5)$$

Часто слой нагреваемого и разлетающегося вещества бывает тонким (по сравнению со всей его толщиной). Проведение газодинамических расчетов в области  $m \gg 1$  представляется нецелесообразным, так как очевидно, что здесь от зоны энерговыделения распространяется слабая ударная волна или в крайнем случае волна умеренной интенсивности, движение которой можно описать в квазиакустическом приближении [13], под действием давления на некоторой поверхности. Однако такое давление не является заданным, а должно находиться из решения газодинамической задачи с условием «мягкой стенки», являющейся соотношением между давлением и скоростью в слабых волнах и волнах умеренной интенсивности

$$p = (1 + \beta u) u \quad (3.6)$$

где  $\beta$  — константа, близкая к 1.5. При  $p \ll 1$  имеем  $u \ll 1$ , т. е. для слабых волн или давлений, много меньших  $B$ , условие (3.6) переходит в (3.5).

Таким образом, в этой задаче при неизменном виде функций  $\psi$ ,  $\varphi$ ,  $\xi$ ,  $\eta$  и  $\gamma$  имеется три параметра —  $E$ ,  $M$  и полное безразмерное время нагрева  $\tau = t_q / t_0$ .

Если за нагреваемым слоем имеется слой большой протяженности, в котором отсутствует энерговыделение, то можно воспользоваться условием (3.6) в некоторой произвольной, но достаточно далекой точке  $M \gg 1$  (так, чтобы результат не зависел от  $M$  и  $\beta$ ) и считать, что расчет соответствует  $M = \infty$ , а решение зависит лишь от двух параметров  $\tau$  и  $E$ .

4. Приведем результаты серии расчетов (для  $n = 3$ ,  $k = 2$ ,  $\gamma = 2$  и  $\beta = 1.5$ ) в зависимости от  $E$  и  $\tau$ . В качестве функции  $f$  была принята функция (3.2). Тогда

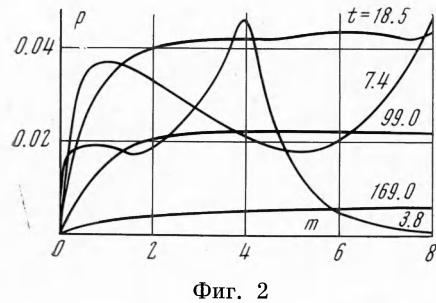
$$\xi = 1, \quad 0 \leq t \leq \tau; \quad \xi = 0, \quad t > \tau; \quad \eta = \exp(-m) \quad (4.1)$$

Параметр  $\tau$  показывает, сколько раз за время нагрева (за время  $t_0$ ) успели бы проежать звуковые возмущения по слою толщины  $l_0$  (с начальной скоростью звука  $c_0$ ), т.е. характеризует длительность процесса нагрева. Здесь опишем картину процесса разлета вещества при  $10 \geq E \geq 0.5$ ;  $100 \geq \tau \geq 10$ .

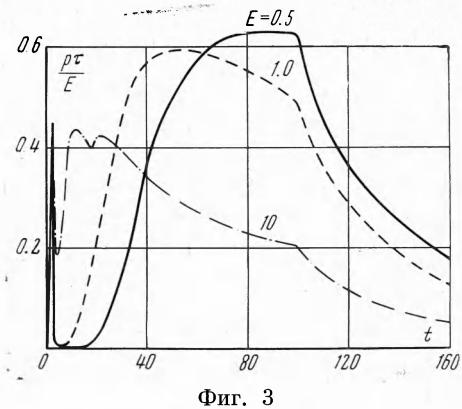
Прежде чем приводить результаты расчетов «безразмерной» серии, укажем, что они могут быть использованы для нахождения картины движения и определения всех па-

раметров для различных «размерных» вариантов. Для примера укажем, что при теплопотере испарения  $Q = 1 \text{ кдж/г}$  и начальной плотности вещества  $\rho_0 = 1 \text{ г/см}^3$  согласно использованному уравнению состояния  $B = 20 \text{ кбар}$ ,  $p_* = 0.7 \text{ кбар}$ , а  $c_0 = 1.4 \text{ км/сек}$ . Примерно такие значения  $Q$ ,  $\rho_0$ ,  $B$  и  $c_0$  были у тех веществ, которые использовались в экспериментах [1]. В [1] толщины слоев были порядка  $10^{-2} \text{ см}$ . Здесь рассмотрим более тонкие слои (или большие времена воздействия). Пусть  $l_0 = 10^{-3} \text{ и } 10^{-4} \text{ см}$ , тогда время  $t_0$  распространения звуковых возмущений по слою равно 7 и 0.7 нсек. При безразмерной длительности процесса  $\tau = 10$  и 100 получаем  $t_q = 70 \text{ нсек}$ , что соответствует типичной длительности процесса подвода энергии в «гигантском» импульсе.

Характерная масса  $m_0$  слоя равна  $10^{-3}$  и  $10^{-4} \text{ г/см}^2$ , поэтому  $m_0 2Q = 2$  и  $0.2 \text{ кдж/г}$ , а значения безразмерного параметра  $E = 0.5 \div 10$  соответствуют значениям  $E_q = 1 \div 20 \text{ дж/см}^2$  для  $\tau = 10$  и  $0.1 \div 2 \text{ дж/см}^2$  для  $\tau = 100$  (или, соответственно, плотностям потока  $q = 20 \div 400 \text{ Мвт/см}^2$  и  $2 \div 40 \text{ Мвт/см}^2$ ). Имеется возможность растянуть импульс ОКГ, скажем, до 500 нсек. Тогда при тех же значениях безразмерных параметров, для того чтобы имели место те же давления, скорости и плотности газа, (но во времена в 10 раз большие), что и при воздействии импульса длительностью в 50 нсек, требуется, чтобы начальные толщины нагреваемых слоев были увеличены до  $10^{-2}$  и  $10^{-3} \text{ см}$ , величины энергии — в 10 раз, а плотности потока излучения остались неизменными.



Фиг. 2



Фиг. 3

Для металлов при воздействии оптического излучения характерна меньшая толщина  $l_0$  нагреваемого слоя — порядка  $10^{-5} \text{ см}$ . Пусть  $Q = 1 \text{ кдж/г}$ ,  $\rho_0 = 10 \text{ г/см}^3$ ,  $B = 200 \text{ кбар}$ ,  $p_* = 8 \text{ кбар}$ ,  $c_0 = 1.4 \text{ км/сек}$  (параметры близки к свинцу). Тогда получаем  $t_0 = 0.07 \text{ нсек}$ . Для  $\tau = 10$  имеем  $t_0 = 0.7 \text{ нсек}$ . Для  $m_0 = 10^{-4} \text{ г/см}^2$  получаем  $m_0 2Q = 0.2 \text{ дж/см}^2$  и значения параметра  $E = 0.5 \div 10$  соответствуют  $E_q = 0.1 \div 2 \text{ дж/см}^2$  и  $q = 140 \div 2800 \text{ Мвт/см}^2$ .

Обычно при рассмотрении воздействия излучения ОКГ на металлы учитывают два дополнительных фактора — теплопроводность и изменение прозрачности металлов при разлете. Пусть коэффициент температуропроводности равен  $0.1 \text{ см}^2/\text{сек}$  (значение для расплавленного свинца при  $T = 1000^\circ \text{ К}$ , для более высоких температур данные отсутствуют). Тогда за время  $t = 10^{-5} \text{ сек}$  расширение нагретого слоя, учитывая теплопроводность, составит примерно  $10^{-5} \text{ см}$ , т. е. не слишком сильно искачет картину процесса.

Таким образом, результаты расчетов в указанном диапазоне  $q$  можно использовать для приближенного описания начальной стадии воздействия ОКГ на металлы при временах, когда расширение незначительно.

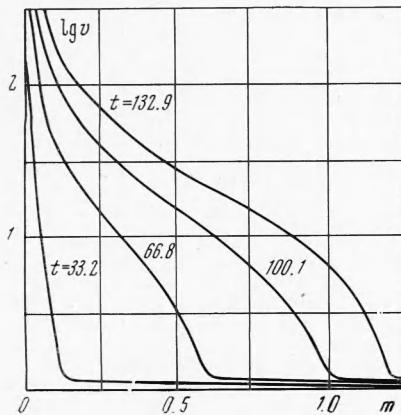
Рассмотрим вариант  $\tau = 100$ ,  $E = 10$ . (Всюду ниже в данном пункте используются безразмерные переменные.) На фиг. 2 показано распределение давления по массе в различные моменты времени. Видно, как формируется волна сжатия, идущая в глубь вещества. В течение почти всего времени подвода энергии давление близко к критическому по Ван-дер-Ваальсу ( $p_* = 0.037$ ).

Зависимость давления  $p(t)$  на глубине  $m = 2$  для этого же варианта показана на фиг. 3 штрих-пунктиром ( $p(t)$  отнесено к  $E/\tau$ -безразмерной плотности потока). Там же для сравнения показаны аналогичные зависимости для вариантов  $E = 1$  (пунктир) и  $E = 0.5$  (сплошная линия) на той же глубине и при той же длительности  $\tau$ . Во всех вариантах отчетливо виден резкий пик давления.

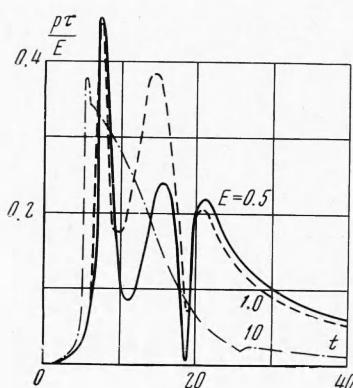
На фиг. 4 показано распределение  $v(m)$  в различные моменты времени  $t$  для варианта  $\tau = 100$ ,  $E = 0.5$ .

Видно, как плотность нагретого слоя значительно (на несколько порядков) падает по сравнению с начальной плотностью. Следует отметить, что разлетается не только слой, где выделяется основная часть энергии. Так, к моменту времени  $t = 100$  начинает

заметно понижаться плотность в слое с массой  $m \leq 1$ , где концентрация выделившейся энергии равна  $0.37Q$ , а к моменту  $t = 133$  начинает заметно снижаться плотность в слое с  $m \leq 1.2$ , где концентрация выделившейся энергии равна  $0.30Q$ . Так как эти слои расширяются с малыми скоростями, то образуется характерный «ступень», и можно условно говорить о границе испаренного и неиспаренного слоев.

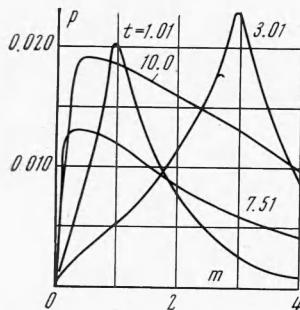


Фиг. 4

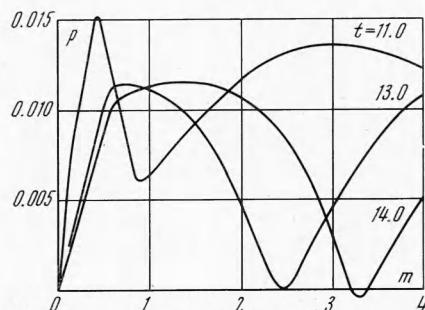


Фиг. 5

При больших временах начинается разлет и более глубоких слоев. Это связано с тем, что в принятом для данной серии вариантов уравнений состояния кривая фазового равновесия проходит таким образом, что температура фазового перехода  $T_v(p) \rightarrow 0$  при  $p \rightarrow 0$ . Для такого уравнения состояния, в конце концов, все сколько-нибудь нагреваемое вещество разлетится. Однако реально при низких температурах фазового перехода



Фиг. 6



Фиг. 7

вряд ли процесс объемного парообразования будет иметь место. Заметим, что если рассматривать картину процесса за какое-нибудь конечное время, сравнимое с временем воздействия, то вследствие малой скорости разлета этих слоев, они вообще практически не успевают расширяться. Для  $\tau = 100$  и  $10$  наши расчеты велись до  $t = 140$  и  $60$ , а при расчете импульса падение давления считалось в дальнейшем происходящим по степенному закону.

Рассмотрим теперь вариант  $\tau = 10$ ,  $E = 0.5$ .

На фиг. 5 сплошной линией показано изменение давления во времени на глубине  $m = M = 8$ . Там же для сравнения показаны аналогичные зависимости для вариантов  $\tau = 10$ ,  $E = 1$  (пунктир) и  $\tau = 10$ ,  $E = 10$  (штрих-пунктир) на той же глубине (давления разделены на  $E/\tau$ ). Обращает на себя внимание резкое падение давления в моменты времени  $t = 18 \div 20$ , при  $E = 0.5$  и  $1.0$ . При дальнейшем уменьшении  $E$  давление станет отрицательным и может возникнуть откол. Это отчетливо видно на фиг. 6 и 7, где для  $E = 0.5$  показано давление по массе в различные моменты времени. Вид-

но, как первоначальное возмущение с экспоненциальным передним фронтом уходит в глубокие слои вещества (в моменты времени  $t \approx i \div 4$ ). Затем давление вновь повышается за счет продолжающегося энерговыделения (к концу энерговыделения  $t = \tau = 10$ ). После окончания энерговыделения ( $t > \tau$ ) наблюдается резкое понижение давления в области  $m \approx 1$ , распространяющееся в более глубокие слои. Наблюдаются даже возникновение отрицательных давлений (в этой области расслоение вещества на фазы не учитывалось), но в данном варианте незначительных по величине. По-видимому, это связано с тем, что в некоторых слоях, которые еще не испаряются, запас тепловой энергии уже достаточно велик. Расширение этого слоя недостаточно велико, ибо оно скомпенсировано за счет поджатия при действии давления разлетающихся паров. После же конца энерговыделения и снижения давления паров происходит резкое расширение в сторону вакуума, сопровождающееся увеличением прилегающих холодных слоев в ту же сторону.

Это подтверждается неприведенной здесь картиной распределения скоростей. В моменты времени, близкие к  $t = 10$ , возникают резкие изменения скорости слоев, прилегающих к испаренным. Вначале эти слои приобретают отрицательные скорости (движение в сторону вакуума), затем происходит обратное движение, так как упругие силы не допускают их отрыва. По мере понижения давления снижается температура фазового перехода и оказывается возможным испарение некоторых дополнительных слоев.

На фиг. 8 показано распределение удельного объема для  $E = 10$ ,  $\tau = 10$ . Видно, что к моменту окончания энерговыделения разлетается вещество с массой  $m \approx 0.80$ , где концентрация энергии равна примерно  $0.45 Q$ , а к моменту времени  $t = 62$  происходит уже разлет слоя с массой  $m = 1.2$ , где  $f = 0.30 Q$ . Заметим, что в этом варианте ни в одной точке вещества концентрация энергии не превышает теплоты испарения даже к концу энерговыделения, тем не менее происходит разлет частично испаренного вещества. Здесь так же, как и в других вариантах, имеет место образование узкой зоны резкого падения плотности.

С увеличением длительности выделения энергии динамические эффекты играют все меньшую и меньшую роль. Частично испаренное вещество разлетается с очень небольшими скоростями, так как значительная часть энергии должна затрачиваться на испарение. Совершенно исчезают отрицательные напряжения; откол становится невозможным.

5. Из сопоставления зависимостей  $p(t)$  при различных значениях  $E$  и  $\tau$  видно, что величина давления в первом максимуме находится в приближенном соответствии со значением, оцениваемым следующим образом (здесь и в дальнейшем возвратимся к размерным переменным). Пусть вещество неподвижно. Тогда благодаря равномерному по массе энерговыделению в нем нарастает давление по закону

$$p = (\gamma - 1) Et / (\rho_0 m_0 t_q) = (\gamma - 1) Et / (x_0 t_q) \quad (5.1)$$

(давление полностью «теплового» происхождения).

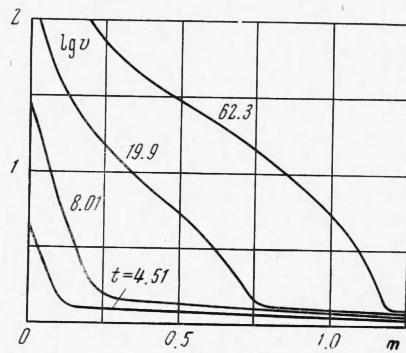
Волна разрежения распространяется по равномерно нагреваемому слою массы  $1/2 m_0$  (до центра нагреваемого слоя) за время  $1/2 t_0$ . За это время давление достигнет значения

$$p = E (\gamma - 1) / (2 t_q c_0) \quad (5.2)$$

После того как волны разрежения распространились по нагретому слою, давление в нем должно падать. Его величину можно определить на основании термоупругого решения линеаризованной системы, получаемой из (1.1) при  $\Delta p / \rho_0 = \Delta y \ll 1$ . Здесь произведем лишь оценки.

Основная часть энергии затрачивается на нагрев вещества. Поэтому в области  $0 \leq m \leq m_0$

$$e = e_2 = \kappa q t \quad (5.3)$$



Фиг. 8

На фиг. 8 показано распределение удельного объема для  $E = 10$ ,  $\tau = 10$ . Видно, что к моменту окончания энерговыделения разлетается вещество с массой  $m \approx 0.80$ , где концентрация энергии равна примерно  $0.45 Q$ , а к моменту времени  $t = 62$  происходит уже разлет слоя с массой  $m = 1.2$ , где  $f = 0.30 Q$ . Заметим, что в этом варианте ни в одной точке вещества концентрация энергии не превышает теплоты испарения даже к концу энерговыделения, тем не менее происходит разлет частично испаренного вещества. Здесь так же, как и в других вариантах, имеет место образование узкой зоны резкого падения плотности.

С увеличением длительности выделения энергии динамические эффекты играют все меньшую и меньшую роль. Частично испаренное вещество разлетается с очень небольшими скоростями, так как значительная часть энергии должна затрачиваться на испарение. Совершенно исчезают отрицательные напряжения; откол становится невозможным.

5. Из сопоставления зависимостей  $p(t)$  при различных значениях  $E$  и  $\tau$  видно, что величина давления в первом максимуме находится в приближенном соответствии со значением, оцениваемым следующим образом (здесь и в дальнейшем возвратимся к размерным переменным). Пусть вещество неподвижно. Тогда благодаря равномерному по массе энерговыделению в нем нарастает давление по закону

$$p = (\gamma - 1) Et / (\rho_0 m_0 t_q) = (\gamma - 1) Et / (x_0 t_q) \quad (5.1)$$

(давление полностью «теплового» происхождения).

Волна разрежения распространяется по равномерно нагреваемому слою массы  $1/2 m_0$  (до центра нагреваемого слоя) за время  $1/2 t_0$ . За это время давление достигнет значения

$$p = E (\gamma - 1) / (2 t_q c_0) \quad (5.2)$$

После того как волны разрежения распространились по нагретому слою, давление в нем должно падать. Его величину можно определить на основании термоупругого решения линеаризованной системы, получаемой из (1.1) при  $\Delta p / \rho_0 = \Delta y \ll 1$ . Здесь произведем лишь оценки.

Основная часть энергии затрачивается на нагрев вещества. Поэтому в области  $0 \leq m \leq m_0$

$$e = e_2 = \kappa q t \quad (5.3)$$

Увеличивающееся тепловое давление компенсируется отрицательным упругим

$$p = B \Delta y + e_2 p_0 (\gamma - 1) \approx 0 \quad (5.4)$$

Отсюда

$$\Delta y = -(\gamma - 1)p_0 \kappa q t / B \quad (5.5)$$

Вместе с тем из уравнения неразрывности, используя (5.5), получаем

$$u = (\gamma - 1) q / B \quad (5.6)$$

Из уравнения импульсов имеем

$$p = u m / t = (\gamma - 1)q / (B \kappa t) = p^\circ (t^\circ / t) \quad (5.7)$$

где  $p^\circ$  — давление в момент времени  $t^\circ$ , определяемое по (5.1). Естественно, что такое давление действует лишь на границе нагреваемого слоя с холодными слоями, а на границе  $t=0$  по-прежнему  $p=0$ . Когда начинается испарение, давление вновь начинает нарастать и затем после заметного расширения слоя в вакуум падает, грубо говоря, по «газовому» закону [3]

$$p = \chi \left( \frac{3(\gamma - 1)q}{(3\gamma - 1)\kappa \mu t} \right)^{1/2} \quad (5.8)$$

где  $\chi$  — коэффициент, учитывающий перераспределение энергии по массе (для случая равномерного длительного нагрева при экспоненциально убывающем законе энерговыделения  $\chi \approx 0.8$ ).

Последний результат для двухфазной смеси, где имеются место затраты тепла на испарение, не является очевидным. Его можно объяснить тем, что при низких давлениях показатель адиабаты такой смеси можно, как указывалось в п. 1, приближенно считать постоянным.

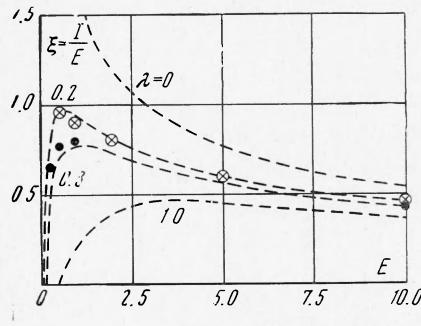
6. Рассмотрим теперь зависимость импульса  $I$  от концентрации энергии и длительности. На фиг. 9 показано отношение  $\xi = I \sqrt{B v_0 / E_q}$  для различных  $E$  и  $\tau$ , полученное в результате численных расчетов (крестики — для  $\tau = 10$  и точки — для  $\tau = 100$ ). Как видно, увеличение длительности нагрева приводит к некоторому снижению импульса, но, в общем, зависимость  $\xi(\tau)$  слабая. Это естественно для области  $f \gg Q$  (или  $E \gg 1$ ), ибо в этом диапазоне существует предельный режим разлета нагреваемого газа [3], соответствующий  $\tau \rightarrow \infty$  (соотношение (5.8) получено именно для этого режима). Параметры газа при  $\tau \gg 1$  близки к параметрам в предельном режиме и практически не зависят от  $\tau$ .

Величину  $I$  в случае  $E_q / (m_0 Q) \gg 1$  можно приближенно оценить по выражению

$$I = \chi \int_0^{m_s} \sqrt{2 \left( f(m) - \lambda Q \right)} dm \quad (6.1)$$

где  $\lambda$  — средняя доля внутренней энергии, затрачиваемой на испарение, а  $m_s$  — определить из соотношения  $f(m_s) = \lambda Q$  ( $m_s$  — условная граница испарения). Величина  $\lambda$  является неизвестным параметром. Очевидно, лишь, что при  $E \gg 1$  значение  $\lambda$  мало существенно.

Значения  $\xi$  с использованием выражения (6.1) показаны на фиг. 9 пунктиром для  $\lambda = 0, 0.2, 0.3$  и  $1.0$ . Как видно, численные расчеты, описанные выше, неплохо соглашаются со значениями  $\lambda = 0.2$  и  $0.3$ . Это можно объяснить следующим образом. Для того чтобы при давлениях ниже критического вещество начало испаряться (объемным, квазиравновесным образом), необходимо затратить энергию, примерно равную  $3R_v T$  ( $p$ ) где  $T_v$  — температура фазового перехода при средних давлениях в течение подвода энергии. Типичное значение  $R T_v / A_w Q \approx 0.1 \div 0.2$  и, следовательно, энталпии  $h$ , соответствующей началу испарения, равно  $0.3 \div 0.6 Q$ .



Фиг. 9

При коротких временах ( $\tau \lesssim 1$ ) возможно образование импульса и при  $E \ll 1$  (в отличие от рассмотренных здесь случаев  $\tau \gg 1$ ). Действительно, для того чтобы вещество разлетелось, вовсе не требуется, чтобы оно полностью испарилось. Достаточно, затратив сравнительно небольшое количество энергии, «разорвать» его в каком-то слое. Такой разрыв возможен в случае мгновенного нагрева, поскольку после выключения источника взаимодействующие между собой волны разгрузки, распространяющиеся от границ нагретого вещества, приводят к возникновению отрицательных напряжений.

Однако, как было указано, подобные «динамические» эффекты наблюдаются и не при мгновенном, но достаточно длительном нагреве. Они отчетливо видны на фиг. 7 (в случае  $\tau = 10$ ,  $E = 0.5$ ), а в вариантах с еще более низкими  $E$  должны возникнуть отколы (которые в данной работе не рассмотрены). Казалось бы по мере уменьшения длительности и повышения давления должно происходить повышение типичных значений  $T_v$  и, соответственно,  $h(T_v)$  и  $\lambda$ . По-видимому, увеличение роли динамических эффектов приводит к снижению  $\lambda$  с уменьшением  $\tau$ . Такая интерпретация полученных результатов численного расчета, однако, не является окончательной.

Поступила 26 III 1970

#### ЛИТЕРАТУРА

- Калмыков А. А., Немчинов И. В., Петрухин А. И. Экспериментальное исследование разлета мгновенно нагретого вещества и возникающего импульса при концентрациях энергии, меньших теплоты испарения. ПМТФ, 1966, № 6.
- Калмыков А. А., Кондратьев В. Н., Немчинов И. В. О разете мгновенно нагретого вещества и об определении его уравнения состояния по величине давления и импульса. ПМТФ, 1966, № 5.
- Немчинов И. В. Разлет плоского слоя газа при постепенном выделении энергии. ПМТФ, 1961, № 1.
- Жариков И. Ф., Немчинов И. В., Цикулин М. А. Исследование воздействия на твердое вещество светового излучения, полученного при помощи источника взрывного типа. ПМТФ, 1967, № 1.
- Виленская Г. Г., Корявов В. П. Расчет движения в ближайшей зоне взрыва в твердой среде. ПМТФ, 1968, № 6.
- Кузнецова Н. М. Уравнение состояния и теплоемкости воды в широком диапазоне термодинамических параметров. ПМТФ, 1961, № 1.
- Дородницын А. А. Об одном методе численного решения некоторых нелинейных задач аэрогидродинамики. Тр. III Всес. матем. съезда, Москва, 1956; М., Изд-во АН СССР, 1958, т. 3.
- Белоцерковский О. М., Чушкин П. И. Численный метод интегральных соотношений. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1962, т. 2, № 5.
- Коробейников В. П., Чушкин П. И. Плоский цилиндрический и сферический взрыв в газе с противодавлением. Тр. матем. ин-та АН СССР, 1966, т. 87.
- Самарский А. А. Однородные разностные схемы для нелинейных уравнений параболического типа. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1962, т. 2, № 1.
- Афанасьев Ю. В., Кроль В. М., Крохин О. Н., Немчинов И. В. Газодинамические процессы при нагревании вещества излучением лазера. ПММ, 1966, т. 30, вып. 8.
- Рихтмайер Р. Д. Разностные методы решения краевых задач. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
- Кондратьев В. Н., Немчинов И. В., Христофоров Б. Д. О затухании в твердом теле плоских ударных волн, вызванных взрывом. ПМТФ, 1968, № 4.