

**ИОНИЗАЦИОННАЯ РЕЛАКСАЦИЯ ЗА ФРОНТОМ УДАРНЫХ ВОЛН
В АРГОНЕ, СОДЕРЖАЩЕМ ПРИМЕСЬ ВОЗДУХА**

Г. И. Козлов, Ю. П. Райзер, Д. И. Ройтенбург

(Москва)

Результаты работы [1-4] по исследованию ионизационной релаксации за фронтом ударных волн в аргоне свидетельствуют о том, что на протяжении области релаксации механизм и кинетика ионизационных процессов изменяются. При этом можно выделить следующие три стадии в развитии процесса ионизации:

1. Начальная стадия, где происходит образование затравочных электронов.
2. Стадия развития электронной лавины при неупругих электрон-атомных столкновениях.
3. Стадия приближения к равновесию, характеризующаяся влиянием рекомбинационных процессов на кинетику процесса ионизации.

К сожалению, опубликованные работы не привели пока к однозначному выводу о механизме образования электронов в начальной стадии процесса, где в качестве вероятных процессов можно рассматривать атом-атомные столкновения, атом-примесные столкновения, хемо- и фотоионизацию. Так, Петчек и Байрон [1] пришли к выводу, что примеси оказывают значительное влияние на время ионизации во всей исследованной ими области чисел M от 10 до 18. В работе Джонса и Макчесни [2], наоборот, показано, что время ионизационной релаксации при числах M выше 12 не зависит от уровня примесей. И, наконец, в опубликованной недавно работе Уонга и Бершайдера [3] указывается, что примеси влияют на время ионизации, хотя соответствующих экспериментальных данных в работе не приводится. Таким образом, в настоящее время нет ясности в вопросе о влиянии примеси на время установления ионизационного равновесия. О механизме ионизации в ряде работ было показано, что при атом-атомных столкновениях реализуется двухстадийный механизм ионизации, при котором происходит сначала возбуждение, а затем ионизация атома.

Когда число электронов в области релаксации возрастает настолько, что степень ионизации достигает величины порядка 10^{-4} , то, как показывают результаты теоретического анализа [1, 3], наиболее эффективным становится процесс ионизации при электрон-атомных неупругих столкновениях. При этом скорость ионизации определяется главным образом скоростью обмена энергией между электронами и ионами при упругих столкновениях.

В стадии, непосредственно примыкающей к области установления равновесия, существенным становится учет влияния рекомбинационных процессов на кинетику ионизации. С началом развития рекомбинационных процессов в одноатомных газах связано и появление сплошного излучения за фронтом ударных волн. Если плазма прозрачна для сплошного излучения, то для водородоподобных атомов интенсивность сплошного излучения связана с электронной концентрацией известной формулой Ульзольда — Крамерса [5]

$$J \sim Z N_e^2 / T^{1/2}$$

Здесь J — энергия, излучаемая 1 см^3 газа в 1 сек во всех направлениях в единичном интервале частот, N_e — число электронов в 1 см^3 , Z — эффективный заряд ядра, обычно принимаемый равным единице, T — температура.

Известно, что при интересующих нас условиях переходы между возбужденными состояниями и ионизация высоковозбужденных атомов, как и соответствующие обратные процессы, протекают значительно быстрее, чем возбуждение и ионизация атомов, находящихся в основном состоянии, и соответствующие обратные процессы. Можно приближенно считать, что возбужденные состояния находятся в равновесии Саха с ионизированным состоянием атома, т. е. со свободными электронами.

Таким образом, распределение электронной плотности в ударной волне можно определить как путем регистрации интенсивности сплошного спектра, так и по интенсивности спектральных линий, соответствующих переходам между высоковозбужденными состояниями.

Настоящая работа посвящена исследованию ионизационного равновесия в аргоне за фронтом падающих и отраженных ударных волн. Методика отраженной ударной волны имеет ряд известных преимуществ: при прочих равных условиях достигается более высокая температура и непосредственно измеряется истинное время процесса. Поэтому важно выяснить, будут ли согласовываться между собой результаты, полученные этими двумя методами. Кроме того, представляло интерес выяснить вопрос, насколько на результатах может оказаться тот факт, что отраженная ударная волна распространяется по газу, состояние которого возмущено падающей ударной волной.

Экспериментальная установка и методика исследования. Исследование проводилось на ударной трубе высоких параметров, состоящей из камеры высокого давления, секции мембранны и шлифованного канала постоянного внутреннего сечения. Камера высокого давления длиной 3.0 м , с внутренним диаметром 90 мм рассчитана на мак-

симальное рабочее давление 2000 атм с некоторым запасом прочности. Секция мембранны, примыкающая к камере высокого давления, имеет переходный участок на диаметр 80 мм. Канал постоянного сечения диаметром 80 мм и длиной 7 м рассчитан на рабочее давление 700 атм. Канал заканчивается рабочей секцией, вдоль которой расположены три пьезодатчика давления из титаната бария. Первый по направлению движения падающей ударной волны датчик является запускающим, сигнал с которого запускает ждущие развертки измерительных осциллографов. Два других датчика служат для измерения скорости распространения падающей ударной волны.

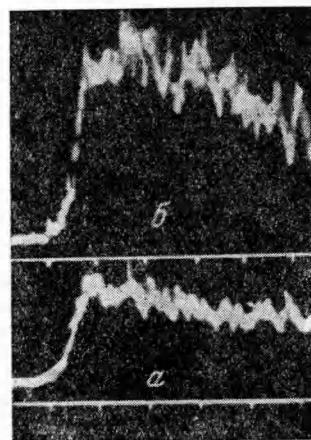
В сечениях расположения второго и третьего датчиков давления имеются специальные окна-зрачки для регистрации излучения газа за фронтом ударной волны с помощью специальной двухлучевой оптической системы. Последняя состоит из линзы с фокусным расстоянием 94 мм, которая фокусирует с увеличением 1 : 1 центр ударной трубы на щель шириной 0,1 мм. Пространственное разрешение такой системы составляет 1,0 мм. С помощью второй линзы эта щель проектируется на полупрозрачное зеркало, где происходит разделение светового пучка на два, каждый из которых затем попадает на входные щели спектрографов ИСП-51 с фотоприставками ФЭП-1. Сигналы с ФЭУ-17 через катодные повторители подаются на осциллограф ОК-17М. При этом нагрузка фотоумножителей равнялась 4,7 ком при входной емкости катодных повторителей 50 мк. мк. ф. Один оптический канал использовался для регистрации интенсивности сплошного спектра вблизи 5000 Å. Эта область спектра свободна от линий аргона и линий примесей. Второй канал служил для записи интенсивности излучения спектральной линии аргона 4300 Å, соответствующей переходу 4S2°—5P3.

Для генерирования ударных волн в качестве ускоряющего газа использовался водород. Однако для возбуждения сильных ударных волн в камере высокого давления сжигалась водородо-кислородная смесь при начальном молярном отношении кислорода к водороду около 0,12, соответствующем оптимальному значению скорости звука в продуктах горения. Чтобы обеспечить однородность горения, были приняты специальные меры для организации хорошего перемешивания компонент и распределения единого поджигания смеси по длине камеры высокого давления. Хорошее перемешивание смеси обеспечивалось одновременным наполнением камеры через 60 вводов с тангенциальной подачей газа в канал. Одновременный и рассредоточенный поджиг по длине канала осуществлялся подрывом тонкой проволочки, натянутой по оси канала, на которую разряжался конденсатор. Повторяемость опытов по режиму была достаточно хорошей. Установка позволяет получить ударные волны в аргоне и воздухе с числами M примерно до 40.

Опыты по определению времени установления ионизационного равновесия проводились как за падающей, так и за отраженными ударными волнами. При этом момент прохождения падающей и отраженной ударных волн мимо щели окна регистрировался с помощью датчика давления. За время релаксации принималось время между прохождением ударной волны и достижением области однородного излучения, которая отождествлялась с равновесной областью. В опытах с падающей ударной волной торец устанавливался на расстоянии 10 см от щели, а в опытах с отраженной ударной волной он придвигался к щели на расстояние 1,2 см, чтобы уменьшить время между приходом падающей и отраженной ударных волн и, скрестив к минимуму влияние процессов, приводящих к образованию затравочных электронов за падающей волной.

Результаты. Все опыты проводились при начальном давлении аргона 5 мм рт. ст. При этом камера низкого давления откачивалась до давления $4.0 \cdot 10^{-2}$ мм рт. ст., так что уровень примесей в этих опытах составлял $8 \cdot 10^{-3}$. Типичная осциллограмма нарастания интенсивности фона и линии 4300 Å за фронтом ударной волны представлена на фиг. 1. Результаты опытов свидетельствуют о том, что для линий и сплошного спектра наблюдается примерно одна и та же зависимость нарастания интенсивности во времени и соответственно одинаковые времена релаксации. Этот результат подтверждает предположение о быстром установлении равновесия между высоковозбужденным и ионизованным состоянием атома аргона.

Результаты измерения времени ионизационной релаксации, полученные в этих экспериментах, представлены графиками 1 и 4 на фиг. 2 в виде зависимости $p_1\tau$ от $1/T_A$, где p_1 — начальное давление, τ — время релаксации, а T_A — нерелаксированная поступательная температура. Причем в опытах с отраженной ударной волной в каче-



Фиг. 1. Осциллограмма изменения интенсивности сплошного спектра (а) и линии 4'00 Å (б) за фронтом падающей ударной волны. Развертка 10 μс/деление

стве p_1 использовалось расчетное давление, которое должно было быть перед падающей ударной волной, чтобы за ней получилось давление, равное давлению за отраженной ударной волной в наших опытах с начальным давлением 5 м.м рт. ст.

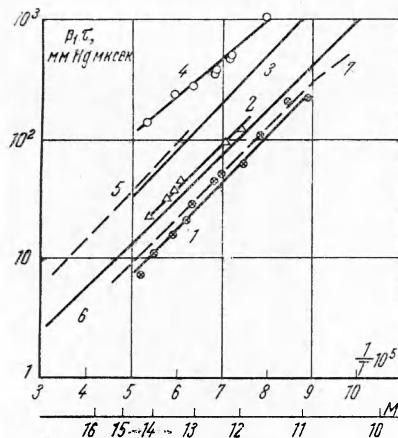
Следует прежде всего отметить, что времена ионизационной релаксации, полученные в опытах с отраженными ударными волнами, не согласуются с соответствующими значениями, полученными за падающей ударной волной и пересчитанными из лабораторного на истинное время частицы в соответствии с идеальной теорией ударных волн. На фиг. 2 пересчитанная таким образом зависимость представлена графиком 3. Как следует из этого рисунка, экспериментальные точки, полученные в опытах с отраженной ударной волной, лежат выше этой кривой, и время релаксации за отраженными ударными волнами примерно в 2–3 раза превышает время релаксации за падающими ударными волнами при одних и тех же температурах.

Этот результат оказался неожиданным, так как логично было предположить, что если за падающей ударной волной протекают процессы, приводящие к образованию затравочных электронов, то это может привести лишь к уменьшению времени релаксации при измерении за фронтом отраженной ударной волны. Полученное в опытах увеличение времени ионизации, на наш взгляд, может быть связано либо с неидеальностью процесса, либо с влиянием излучения на процесс ионизации.

Первый эффект связан с развитием нестационарного пограничного слоя за фронтом движущейся ударной волны, что приводит к наблюдаемому в экспериментах ускорению контактной поверхности. Как показали Рошко и Майэлс [8, 9], при переходе от лабораторного к истинному времени, помимо обычного множителя ρ_2 / ρ_1 , необходимо вводить дополнительный множитель, связанный с формированием пограничного слоя за фронтом ударной волны. Величина этого множителя, равная отношению истинного времени к времени, определенному из идеальной теории, представлена на фиг. 3 как функция безразмерного расстояния l / l_m . Здесь l — расстояние от фронта ударной волны, а l_m — максимальная длина нагретого ударной волной газа, которая достигается в точке, где полный поток газа через пограничный слой равен потоку газа через фронт ударной волны. В соответствии с работой [6] можно написать

$$\frac{l}{l_m} = \frac{16\beta^2}{d^2} \left(\frac{T_2}{T_1} \right) \frac{\mu_1}{\rho_1} \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) \tau$$

Здесь β — параметр, равный примерно 10—15% для опытов с числами M порядка 11. С увеличением числа M и уменьшением времени ионизационной релаксации этой поправкой можно пренебречь. Поправка, связанная с увеличением плотности за счет ионизации, еще меньше. Таким образом, увеличение времени ионизационной релаксации за отраженной ударной волной, по-видимому, связано с влиянием излучения. В самом деле, в опытах с падающей ударной волной область нагретого



Фиг. 2. Температурная зависимость произведения времени релаксации на начальное давление. Данные 1 (крестики) — $p_1 = 5$ м.м рт. ст., примесь $8 \cdot 10^{-3}$, лабораторное время; 2 — (треугольники) — $p_1 = 5$ м.м рт. ст., примесь $3 \cdot 10^{-4}$, лабораторное время; 3 — пересчет кривой 1 на время частицы; 4 — (кружки) — отраженная ударная волна, $p_1 = 5$ м.м рт. ст., примесь $8 \cdot 10^{-3}$, время частицы; 5 — данные работы [1] — $p_1 = 5$ м.м рт. ст., примесь 10^{-5} , лабораторное время; 6 — данные работы [1] — примесь $5 \cdot 10^{-5}$, лабораторное время; 7 — данные работы [2] — $p_1 = 5$ м.м рт. ст., примесь 10^{-2} и $3 \cdot 10^{-3}$, лабораторное время

газа была достаточно протяженной, тогда как в опытах с отраженной ударной волной при работе вблизи торца размер «пробки» был невелик.

Выше отмечалось, что в настоящее время нет ясности в вопросе о влиянии примесей на время ионизации. Фактически только в работе Петчека и Байрона исследовался этот вопрос, однако, несмотря на вывод о существенной роли примеси во всей области изменения чисел M , нетрудно убедиться в том, что полученные ими времена ионизации в аргоне для уровня примеси 10^{-3} идентичны с результатами, полученными для уровня примесей $5 \cdot 10^{-5}$. Что касается работы Джонса и Макчеси и их вывода об отсутствии влияния примесей при уровнях 10^{-2} и $3 \cdot 10^{-3}$ на время достижения ионизационного равновесия при числах M выше 12, то нам представляется, что изменение уровня примеси в опытах всего в 3 раза приводит к незначительному изменению времени ионизации и недостаточно для решения этого важного вопроса.

Для выяснения влияния примеси воздуха на время ионизации была проведена серия опытов при содержании примеси $3 \cdot 10^{-4}$. Результаты этих опытов также представлены на фиг. 2 графиком 2 и свидетельствуют о том, что примесь влияет на время установления ионизационного равновесия. Расхождение между экспериментальными данными, полученными при двух уровнях примесей $8 \cdot 10^{-3}$ и $3 \cdot 10^{-4}$, еще больше возрастет, если учесть снижение температуры за счет диссоциации примеси. Такую поправку необходимо вводить, так как при температурах $10\ 000 - 18\ 000^\circ\text{K}$ время колебательной и диссоциационной релаксации кислорода и азота значительно меньше времени ионизации. Для опытов, соответствующих содержанию примеси $8 \cdot 10^{-3}$, температурная поправка будет равна примерно 850°K , для опытов же с уровнем примеси $3 \cdot 10^{-4}$ этой поправкой можно пренебречь. Аналогичную температурную поправку следует ввести также в данные Джонса и Макчесни и тогда их вывод о том, что время ионизации нечувствительно к уровню примеси при числах M выше 12 окажется неубедительным.

Таким образом, данные, представленные на фиг. 2, указывают на то, что примесь воздуха влияет на время установления ионизационного равновесия, но это влияние проявляется лишь при существенном изменении уровня примеси. Так, изменение примеси на порядок приводит к увеличению времени ионизации в 2—3 раза.

О механизме образования начальных электронов. В ряде работ высказывались различные предположения о механизме ионизации в начальной стадии. Анализ некоторых из этих механизмов содержится в работе Л. М. Бибермана и И. Т. Якубова [10], которые пришли к выводу, что в образовании начальных электронов решающую роль должно играть возбуждение атомов резонансным излучением, выходящим из равновесной зоны. Это приводит к значительному увеличению концентрации возбужденных атомов, которые затем легко ионизуются электронным ударом. Нам представляется, что если бы этот процесс имел первостепенное значение, то уровень примеси не должен был влиять на время ионизационной релаксации, если сама примесь не участвует в этом процессе.

В свете полученных нами данных работа Джонса и Макчесни [2] представляется сомнительной как в смысле сделанных в ней выводов, так и в отношении их интерпретации. Наши данные подтверждают вывод Петчека и Байрона [1] о существенном влиянии примеси на время ионизационной релаксации. Однако сделанные ими оценки показали, что ни термическая ионизация примеси, ни фотоионизация не могут объяснить наблюдавшийся в эксперименте быстрый рост ионизации в начальной стадии за фронтом ударной волны. Для описания кинетики ионизации в начальной стадии они предположили, что затравочные электроны образуются в результате аргон-примесных атомных столкновений, и из обработки своих экспериментальных данных получили уравнение:

$$\frac{d\alpha}{dt} = (1 - \alpha)^2 AN_+ \exp\left(\frac{-E}{kT}\right) \quad (1)$$

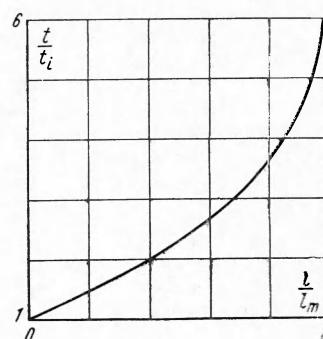
Здесь α — степень ионизации, N_+ — плотность примесных частиц, T — релаксирующая поступательная температура, k — постоянная Больцмана, A и E — постоянные, равные соответственно $A = 8 \cdot 10^{-8} \text{ см}^3/\text{сек}$, и $E = 11.5 \text{ эв}$ (потенциал возбуждения аргона).

Но полученное Петчеком и Байроном значение A вызывает возражение, так как оно соответствует невероятно большому значению сечения для неупругих атом-атомных столкновений. В самом деле, из кинетической теории известно, что

$$\frac{d\alpha}{dt} = (1 - \alpha)^2 N_+ \left(\frac{2kT}{\pi\mu} \right)^{1/2} Q \left(1 + \frac{E}{kT} \right) \exp\left(\frac{-E}{kT}\right) \quad (2)$$

Здесь μ — приведенная масса сталкивающихся частиц, а Q — сечение процесса. Подставляя в (2) значение A , полученное Петчеком и Байроном, получим $Q = 4 \cdot 10^{-14} \text{ см}^2$, что примерно в 10^6 превышает сечение возбуждения и ионизации ударами атомов при рассматриваемых энергиях.

Кроме того, из уравнения (1) следует, что время ионизационной релаксации должно быть пропорционально концентрации примеси, так как время начальной стадии примерно равно времени нарастания электронной лавины, а время, соответствующее стадии рекомбинации, относительно невелико и им можно пренебречь. Однако такая пропорциональность не подтверждается экспериментом и указывает на то, что меха-



Фиг. 3. Отношение истинного времени t к времени, определенному из идеальной теории, t_i в зависимости от расстояния от фронта ударной волны

низм образования затравочных электронов при наличии примесей сложен и в настоящее время еще нет достаточных данных для его понимания.

Для определения кинетических закономерностей ионизации аргона необходимо проводить опыты с чистым аргоном. С этой точки зрения заслуживает внимания работа Уонга и Бершайдера [3], в которой содержание примеси составляло всего 10^{-5} . В этом случае можно считать, что образование начальных электронов происходит в результате двухступенчатого процесса:

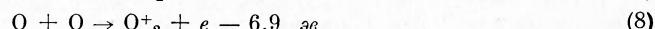
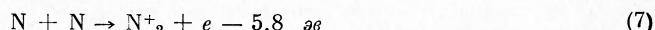
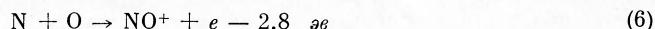


В этом предположении результаты их опытов удалось описать, если для константы скорости определяющей реакции (3) принять выражение

$$k_3 = 8.9 \cdot 10^{-12} \left(\frac{kT}{E} \right)^2 \exp \left(-\frac{E}{kT} \right) \quad \left[\frac{\text{см}^3}{\text{сек}} \right] \quad (5)$$

К сожалению, сечение для процесса возбуждения при атом-атомных столкновениях в области интересующих нас энергий неизвестно, и поэтому вычислить скорость процесса (3) не представляется возможным. Заметим лишь, что уравнение (5) соответствует разумным значениям сечения возбуждения ударами атомов, равным примерно 10^{-20} см^2 .

В том случае, когда в аргоне присутствует примесь воздуха, в механизме образования затравочных электронов существенное значение могут иметь процессы ассоциативной ионизации. Известно, что при высоких температурах вкладом молекулярных ионов в равновесную ионизацию можно пренебречь. Но их роль в кинетике установления ионизационного равновесия может быть весьма существенной. Так как в наших опытах, а также в опытах других авторов, основной примесью, по-видимому, является воздух, то образование начальных электронов могло быть обусловлено протеканием следующих реакций ассоциативной ионизации:



Первый из этих процессов играет, вероятно, основную роль. Представляет интерес сопоставить скорости процессов (3) и (6). Константа скорости реакции (6) была определена в работе Лина и Тира [7] и равна

$$k_6 = 5 \cdot 10^{-11} T^{-1/2} \exp \left(-\frac{32500}{T} \right), \quad \left[\frac{\text{см}^3}{\text{сек}} \right] \quad (9)$$

Приводим отношение скоростей $\kappa = k_6 N_0 N_{\text{N}} / k_3 N_{\text{Ar}}^2$ процессов (3) и (6) в зависимости от числа M ударной волны для уровня примеси воздуха 10^{-2} .

$$\begin{array}{cccc} M & 10.3 & 11.3 & 12.7 & 14.6 \\ T, ^\circ\text{K} & 10\,000 & 12\,000 & 15\,000 & 20\,000 \\ \kappa & 25 & 3.3 & 0.3 & 2.6 \cdot 10^{-3} \end{array}$$

Из этих данных следует, что примесь воздуха порядка 10^{-2} (что имело место в наших опытах и в опытах Джонса и Макчесни) может влиять на время установления ионизационного равновесия при $M < 12$. Но при содержании примеси примерно менее 10^{-3} , ее влияние на время ионизации, вероятно, будет незначительным.

В этом случае начальные электроны могут образоваться в результате реакций (3) и (4). В принципе можно предположить существование процесса ассоциативной ионизации аргона:



поскольку хорошо известно, что молекулярные ионы аргона существуют. Однако, вряд ли такой процесс имеет скорость заметно большую, чем возбуждение или ионизация ударами атом — атом. Действительно, по данным [8], энергия связи молекулярного иона Ar_2^+ , соответствующая распаду его на Ar и Ar^+ , очень мала, всего 1.05 эв . Следовательно, энергия активации реакции (10) составляет $15.76 - 1.05 = 14.71 \text{ эв}$. (15.76 эв — потенциал ионизации аргона). Процесс (10) с участием невозбужденных атомов, т. е. с привлечением энергии поступательного движения атомов является таким же адиабатическим, как и реакции возбуждения (3) или ионизации атом — атом, и вряд ли идет скорее, чем (3). Если же в реакции типа (10) участвует возбужденный атом



то скорость ионизации определяется, конечно, не скоростью (11), а скоростью возбуждения атомов аргона, подобно тому как это имеет место в случае двухступенчатого

процесса (3), (4). Любопытно, что сечение процесса (11), в котором участвует возбужденный атом аргона с энергией возбуждения 14,71 эв, достаточной для активации, близко к газокинетическому. Это можно оценить по константе равновесия и известной скорости обратной реакции, которую можно определить из работы [9].

Заметим, что вычисление скорости прямого процесса (10) по скорости диссоциативной рекомбинации и константе равновесия для (10), приводит к очень большой величине по сравнению с (3). Однако такая процедура не является правомочной, поскольку в изучаемом на опыте процессе диссоциативной рекомбинации выделяющаяся энергия переходит не в поступательную энергию атомов, а затрачивается на возбуждение атома аргона.

Поступила 20 VII 1967

ЛИТЕРАТУРА

- Petschek H. E., Byron S. R. Approach to equilibrium ionization behind strong shock waves in argon. *Ann. Phys.*, 1957, vol. 1, 270.
- Jones N. R., McChesney M. Ionization relaxation in slightly impure argon. *Nature*, 1966, vol. 209, No. 5028, 1080.
- Wong B. H., Bershad D. Thermal equilibration behind an ionizing shock. *J. Fluid Mech.*, 1966, vol. 26, 459.
- Hill R. M., Carpenter B. Ionization times behind shock waves in vapour potassium. *Nature*, 1965, vol. 208, No. 5006, 176.
- Roshko A. On flow duration in low-pressure shock tubes. *Phys. Fluids*, 1960, vol. 3, 835.
- Mirels H. Shock tube test time limitation due to turbulent-wall boundary layer. *AIAA Journal*, 1964, vol. 2, No 1, 84.
- Lin S. C., Tearle J. D. Rate of ionization behind shock waves in air. *Phys. Fluids*, 1963, vol. 6, 355.
- Huffman R. E., Katajama H. D. Photoionisation study of diatomic-ion formation in argon, krypton, and xenon. *J. Chem. Phys.*, 1966, vol. 45, No. 1, 138.
- Fox I. N., Hobson R. M. Temperature dependence of dissociative recombination coefficients in argon. *Phys. Rev. Lett.*, 1966, vol. 17, No. 4, 161.
- Биберман Л. М., Якубов И. Т. Установление ионизационного равновесия за фронтом ударной волны в атомарном газе. *ЖТФ*, 1963, т. 33, № 11, 1344.

ВЛИЯНИЕ РАЗЪЕМА НА МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ДЛИННОГО ФЕРРОМАГНИТНОГО СТЕРЖНЯ

В. А. Быстров (Ленинград)

Для выполнения ряда технических задач необходимо использовать длинные ферромагнитные стержни (фиг. 1), которые не всегда возможно выполнить в виде единого целого. В статье рассмотрено влияние разъема на магнитный поток, проходящий по ферромагнитному стержню, на магнитное поле этого стержня.

В тех случаях, когда отношение длины цилиндрического стержня, находящегося в продольном однородном постоянном магнитном поле, к его диаметру велико ($a/b \geq 5$), круговой цилиндр можно заменить вытянутым эллипсоидом вращения.

Определение влияния воздушного зазора в средней части эллипса, получающегося при разъеме, на магнитное поле эллипса вращения путем решения соответствующей граничной задачи очень сложно и трудоемко. Полученные таким путем расчетные формулы были бы громоздки и непригодны для практических расчетов.

В данном случае целесообразно заменить внешнее постоянное возбуждающее поле H_0 непрерывно распределенным по поверхности эллипса электрическим током с линейной плотностью λ . Замена должна быть произведена таким образом, чтобы магнитное поле эллипса, обусловленное этим током, было равно магнитному полю эллипса, находящегося во внешнем поле.

Линейную плотность тока λ получим, решив соответствующую задачу магнитостатики в сфероидальной системе координат ξ, η, φ в следующем виде:

$$\lambda = H_0 \left(i - \frac{1}{\mu_r} \right) D \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{\sqrt{(\alpha)^2 - \eta^2}} \quad (1)$$

$$D = \frac{Q_1(\alpha) - \mu_r^{-1}(\alpha)}{\alpha^{-1} Q(\alpha) - \mu_r^{-1} Q'_1(\alpha)} \quad \left(\alpha = \frac{a}{q} \right), \quad q = \sqrt{a^2 - b^2}$$

Здесь μ_r — относительная магнитная проницаемость материала стержня, Q_1, Q'_1 — функция Лежандра второго рода и ее производная от указанного аргумента.