

ресно, что для смеси 5 зона существования стабильных осцилляций уже несколько шире, чем в случае чистого пропана. С увеличением содержания пропана в исходной смеси возрастают амплитуда и период осцилляций, падает пороговая температура осцилляций (верхнее значение температуры в колебательном режиме).

Данные таблицы показывают, что с уменьшением T_2^0 увеличиваются амплитуда и период осцилляций. Однако если темп роста амплитуды более или менее равномерен, то изменение периода протекает по более сложной закономерности: при верхних значениях температурной области стабильных осцилляций уменьшение T_2^0 влияет на период меньше, чем в последующем. Наибольшие амплитуды и периоды отмечаются в пропано-пропиленовых смесях, богатых пропаном. Проявление подобного синергизма видно на рис. 4. Неаддитивное усиление интенсивности процесса превращения в смесях может быть связано с нелинейными кинетическими эффектами. Эти обстоятельства выдвигают необходимость подробных исследований кинетического поведения промежуточных частиц, что позволяет подойти к химическому механизму явления осцилляций и полному пониманию взаимосвязи осцилляций и холодных пламен.

*Поступила в редакцию 17/IV 1984,
после доработки — 6/IX 1984*

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. Бернатосян, А. А. Манташян. Арм. хим. ж., 1983, 36, 1, 28.
2. С. Г. Бернатосян, А. А. Манташян. Арм. хим. ж., 1983, 36, 1, 34.
3. А. А. Манташян, С. Г. Бернатосян. Хим. физ., 1983, 8, 1064.
4. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
5. В. В. Азятян, А. А. Шавард, Б. Г. Гусак и др. Докл. АН СССР, 1975, 224, 841.
6. B. F. Gray, P. G. Felton. Comb. Flame, 1974, 23, 3, 295.
7. P.-G. Lignola, V. Caprio, A. Insola e. a. Ber. Bunsenges. Phys. Chem., 1980, 84, 4, 411.

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ХИМИЧЕСКИ РЕАГИРУЮЩИХ ГАЗОВЗВЕСЯХ

Ю. А. Буевич, С. П. Федотов

(Свердловск)

В работе изучаются одномерные линейные, а также слабонелинейные акустические возмущения, распространяющиеся по химически реагирующей газовзвеси. Интерес к такой задаче объясняется наличием неустойчивости звуковых волн [1], вызываемой возмущением тепло- и массовыделения на поверхности диспергированных частиц в участках сжатия волны. Ранее подобный так называемый «рэлеевский механизм» усиления звука объемными источниками тепла рассматривался в [2—5] применительно к высокотемпературному газу. Результатом развития акустической неустойчивости в неограниченном объеме газовзвеси может быть формирование из акустического возмущения стационарной незатухающей ударной волны [6], в случае ограниченного объема возможны генерации и установление стационарных стоячих волн [4].

Линейные волны в неограниченном объеме. Рассмотрим плоские волны, бегущие вдоль оси бесконечной трубы постоянного радиуса, внутри которой в атмосфере окислителя и инертного газа взвешены твердые реагирующие частицы одинакового радиуса. В качестве стационарного невозмущенного волной состояния рассмотрим покоящуюся газовзвесь. При этом считаем, что все тепло химической реакции отводится через стенки трубы, имеющие постоянную температуру. Будем пренебрегать звукопоглощением, обусловленным явлениями вязкости и теплопроводности

как в объеме газа, так и в граничном слое вблизи стенки трубы, предполагая, таким образом, что тепло, выделившееся в участке сжатия волны, не успевает отводиться из него. В дальнейшем диссипативные эффекты учитываются лишь при описании нестационарного взаимодействия фаз.

Для описания волновых движений реагирующей газовой смеси используем модель взаимодействующих взаимопроницающих континуумов [7, 8]. Условие адекватности такого подхода — приближение акустической сплошности дисперсной фазы, когда длина волны значительно превышает среднее расстояние между частицами. В этом случае исходная система уравнений движения двухфазной смеси с неравновесными процессами межфазного взаимодействия может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\varepsilon d_0)}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon d_0 u)}{\partial x} &= J, \quad \frac{\partial(\rho d_1)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho d_1 v)}{\partial x} = -J, \quad \frac{\partial(\varepsilon n_0)}{\partial t} + \frac{\partial(\varepsilon n_0 u)}{\partial x} = -J_0, \\ \varepsilon d_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} \right) u &= -\frac{\partial p_0}{\partial x} - f + J(u - v), \quad \rho d_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right) v = f, \\ \varepsilon d_0 \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} \right) u &= -\frac{\partial p_0}{\partial x} - f - J(u - v), \quad \rho = 1 - \varepsilon, \quad p_0 = R d_0 T_0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь p_0 , T_0 — средние давление и температура газа; d_0 , d_1 и u , v — плотности и средние скорости газа и частиц соответственно; n_0 — концентрация окислителя; ρ — объемная концентрация частиц в смеси; c_V — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Для замыкания системы (1) нужны конкретные выражения для потоков массы J , J_0 , силы межфазного взаимодействия f и потока тепла Q . В общем случае указанные величины сложным образом зависят от концентрации дисперсной фазы, а также от частоты процесса и могут быть в принципе определены методами теории самосогласованного поля [9]. Ниже рассматриваем разбавленную смесь, пренебрегая таким образом влиянием отдельных частиц друг на друга; кроме того, считаем, что поля температуры, скорости и концентрации окислителя в окрестности отдельной частицы квазистационарны. Последнее возможно в ситуации, когда частота волны удовлетворяет неравенству

$$\omega \ll D a^{-2} \sim \nu_0 a^{-2} \sim \kappa_0 a^{-2}, \quad (2)$$

где D — коэффициент диффузии окислителя в инертном разбавителе; ν_0 и κ_0 — кинематическая вязкость и температуропроводность несущего газа; a — радиус частиц. При условии (2) сила межфазового взаимодействия f не зависит от частоты волны и соответствует обычной силе Стокса

$$f = \frac{\rho d_1}{\tau_d} (u - v), \quad \tau_d = \frac{2a^2 d_1}{9\nu_0 d_0}. \quad (3)$$

Для корректного определения потоков J , J_0 и Q , фигурирующих в уравнениях (1), необходимо решать нестационарную задачу теплопроводности внутри отдельной частицы с учетом тепловыделения на ее поверхности за счет химической реакции.

Пусть гетерогенная реакция горения подчиняется простейшему уравнению: $A + B = C$, тогда, очевидно, $J = (g - 1)J_0$, где g — отношение молекулярных масс продукта реакции C и окислителя B . Считаем, что скорость реакции имеет первый порядок по концентрации окислителя, а константа скорости химической реакции аррениусовская, т. е. $k(T) = z \exp[E/RT]$.

Поля температуры и концентрации окислителя в звуковой волне могут быть записаны в виде $T_0 + T'_0(t)$, $n_0 + n'_0(t)$, где T_0 и n_0 — стационарные средняя температура и концентрация в объеме; T'_0 и n'_0 — возмущения температуры и концентрации в звуковой волне. Температура T_0 постоянна по предположению, сделанному выше; условие квазистационарности n_0 рассматривается далее; T'_0 и n'_0 в рамках тепловой задачи на масштабах порядка размера частицы есть функции только вре-

мени, что следует из предположения об акустической сплошности дисперсной фазы. Температуру внутри отдельной частицы запишем в виде $T_1 + T_1'(t, r)$, где r — расстояние от центра частицы. Стационарная невозмущенная волной температура T_1 , а также стационарная концентрация n_1 на поверхности частицы удовлетворяют граничным условиям

$$Lk(T_1)n_1 = \frac{\text{Nu}\lambda_0}{2a}(T_1 - T_0), \quad k(T_1)n_1 = \frac{\text{Sh}D}{2a}(n_0 - n_1) \quad (r=a), \quad (4)$$

где λ_0 — теплопроводность несущего газа; L — тепловой эффект реакции; Nu и Sh — числа Нуссельта и Шервуда ($\text{Nu} = \text{Sh} = 2$). Условия (4), как известно [10], определяют в общем случае три возможных стационарных режима гетерогенной реакции, два из которых — кинетический и диффузионный — устойчивы.

Величина $T_1'(t, r)$ удовлетворяет уравнению теплопроводности

$$d_1 c_1 \frac{\partial T_1'}{\partial t} = \frac{\lambda_1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T_1'}{\partial r} \right) \quad (5)$$

и линеаризованным граничным условиям

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_0}{a}(T_1' - T_0') + \lambda_1 \frac{\partial T_1'}{\partial r} &= Lk(T_1) \left[n_1 \frac{d[\ln k(T_1)]}{dT_1} T_1' + n_1' \right], \\ \frac{D}{a}(n_0' - n_1') &= k(T_1) \left[n_1 \frac{d[\ln k(T_1)]}{dT_1} T_1' + n_1' \right] \quad (r=a), \quad T_1' < \infty \quad (r=0). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь λ_1 и c_1 — теплопроводность и удельная теплоемкость материала частиц; n_1' — возмущение концентрации окислителя на поверхности отдельной частицы.

Решение задачи (5), (6) позволяет определить потоки тепла и массы на поверхности отдельной частицы как функции от n_0' и T_0' , а при условии суперпозиции влияния отдельных частиц на смесь и потоки J_0 и Q . Опуская промежуточные выкладки, приведем выражения для Фурье-преобразований величин J_0 и Q :

$$\begin{aligned} J_\omega &= J_\omega^0 + J_\omega', \quad Q_\omega = Q_\omega^0 + Q_\omega', \quad J_\omega^0 = \frac{3\rho D}{a^2} \frac{x_1}{1+x_1} n_0', \quad Q_\omega^0 = LJ_\omega^0, \\ J_\omega' &= \frac{3\rho d_0 D}{a^2} \left\{ \frac{x_1}{(1+x_1)} [1 - \Lambda(1 - am \operatorname{ctg}(am))] \frac{n_0'}{d_0} + \frac{vx_1}{(1+x_1)^2} \frac{T_0'}{T_0} \right\} M^{-1}, \\ Q_\omega' &= \frac{3\rho \lambda_0}{a^2} \left\{ \frac{x_1 h T_0}{(1+x_1)} \frac{n_0'}{d_0} + \left[\frac{vhx_1}{(1+x_1)^2} + \Lambda(1 - am \operatorname{ctg}(am)) \right] T_0' \right\} M^{-1}, \quad (7) \\ M &= 1 - \frac{vhx_1}{(1+x_1)^2} - \Lambda [1 - am \operatorname{ctg}(am)], \quad v = \frac{n_0 T_0}{d_0} \frac{d[\ln k(T_1)]}{dT_1}, \\ (am)^2 &= i\omega \frac{d_1 c_1}{\lambda_1} a^2, \quad x_1 = \frac{ak(T_1)}{D}, \quad h = \frac{LD}{c_p T_0 \alpha_0}, \quad \Lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_0}. \end{aligned}$$

Здесь нулевой индекс сверху обозначает потоки, имеющие место в смеси до прохождения звуковой волны, а штрих — потоки, возмущенные волной.

Выражения (7) вместе с преобразованными по Фурье линеаризованными уравнениями (1) можно непосредственно использовать в анализе монохроматической волны. Однако, используя то обстоятельство, что в кинетическом режиме протекания реакции $x_1 \ll 1$, а в диффузионном $x_1 \gg 1$, указанные выражения можно значительно упростить. Применяя дополнительно разложение функции $\operatorname{ctg}(am)$ в ряд и полагая, что $\Lambda [1 - am \operatorname{ctg}(am)] \approx i\tau_t \omega$ ($\Lambda \rightarrow \infty$), где $\tau_t = a^2 d_1 c_1 / 3\lambda_0$, получаем для потоков J_0' и Q' следующие выражения: в кинетическом режиме

$$Q' = \frac{3\rho \lambda_0}{a^2} (T_1' - T_0'), \quad J_0' = \frac{3\rho D d_0 p}{a^2 h T_0'} T_1', \quad \frac{dT_1'}{dt} = \frac{T_0' (1-p)^{-1} - T_1'}{\tau_t (1-p)^{-1}}, \quad (8)$$

в диффузионном режиме

$$Q' = \frac{3\rho\lambda_0}{a^2} (T'_1 - T'_0), J'_0 = \frac{3\rho D}{a^2} n'_0, \frac{dT'_1}{dt} = \frac{hT'_0 d_0^{-1} n'_0 - T'_1 + T'_0}{\tau_t}. \quad (9)$$

Отметим, что устойчивому стационарному кинетическому режиму соответствует неравенство [10]:

$$p = \frac{E}{RT_1^2} (T_1 - T_0) < 1. \quad (10)$$

Таким образом, выражения (3), (8) и (9) полностью замыкают линеаризованную систему (1), однако прежде чем переходить к ее анализу, сделаем несколько упрощающих предположений. Считаем, что величина n_0 на масштабах времени порядка периода волны не изменяется, т. е. $\tau_\pi \omega \gg 1$, где $\tau_\pi = a^2(1+x_1)/3\rho D x_1$. Последнее возможно, согласно неравенству (2), как в кинетическом режиме, когда $x_1 \ll 1$, так и в диффузионном ($x_1 \gg 1$), но при условии $\rho d_1/d_0 \ll 1$.

Рассматривая прогрессивные волны с переменным множителем

$$\exp[i(kx - \omega t)] = \exp\{\omega/c \cdot [i(x - ct) - \beta x]\},$$

где k — волновое число; ω , $c = \omega/\text{Re } k$ и $\beta = \text{Im } k/\text{Re } k$ — действительная частота, скорость распространения и коэффициент затухания возрастания, получаем дисперсионное соотношение, соответствующее линеаризованной системе (1) и (3), (8), (9):

$$(kc_0)^2 = \omega^2 \gamma (1 + \Lambda_d - i\tau_d \omega) (1 - i\tau_d \omega)^{-1} B, \quad (11)$$

$$c_0^2 = \gamma RT_0, \quad \gamma = \frac{c_p}{c_v}.$$

В кинетическом режиме

$$B = [1 + (\Lambda_t - i\tau_t \omega) (1 - p)^{-1} + (i\tau_k \omega)^{-1} + (\gamma - 1) (i\tau_j \omega)^{-1}] [\gamma + (\Lambda_t - i\gamma \tau_t \omega) (1 - p)^{-1} + (i\tau_k \omega)^{-1}]^{-1},$$

в диффузионном

$$B = (1 + \Lambda_t - i\tau_t \omega) (\gamma + \Lambda_t - i\gamma \tau_t \omega - (i\tau_D \omega)^{-1})^{-1}.$$

Здесь введены обозначения:

$$\tau_k = \frac{a^2 d_0 c_v (1-p)}{3\rho \lambda_0 p}; \quad \tau_j = \frac{a^2 L d_0 (1-p)}{3\rho \lambda_0 (g-1) T_0 p}; \quad \tau_D = \frac{a^2 d_0 c_v T_0}{3\rho D L n_0} \ll \tau_\pi; \quad \Lambda_d = \rho \frac{d_1}{d_0};$$

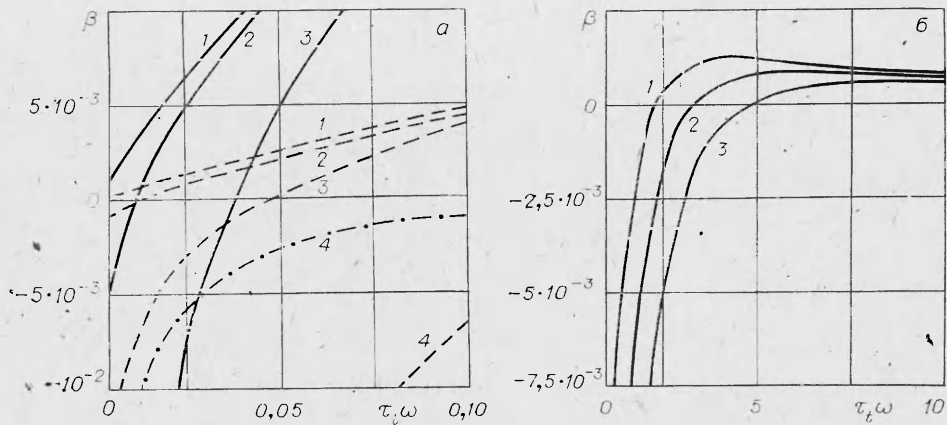
$$\Lambda_t = \rho \frac{d_1 c_1}{d_0 c_v},$$

а также использованы предположения $d_0/d_1 \ll 1$, $\varepsilon \sim 1$.

В обоих случаях — при наличии химической реакции и без нее — распространение акустических колебаний зависит от процессов динамической и тепловой релаксации, характеризующихся временами τ_d и τ_t соответственно. Указанные процессы обуславливают диссипацию энергии волны и дисперсию ее фазовой скорости, причем их влияние наиболее сильно при $\tau_d \omega \sim \tau_t \omega \sim 1$. При наличии реакции характер распространения волны может кардинально измениться, т. е. возможно увеличение амплитуды волны. Связано это с процессами нагрева и уплотнения газа в участке сжатия за счет химической реакции, и естественно, что соответствующие времена нагрева τ_h , τ_D и массообмена τ оказываются зависящими от объемной концентрации дисперсной фазы. Условия появления неустойчивости получаются из требования отрицательности мнимой части (11) и могут быть записаны в форме

$$p(1-p) \{1 + [\gamma + (1-p)^{-1} \Lambda_t] h^*\} - N p^2 \Lambda_t [1 + (\gamma - 1) h^*] > (\tau_t \omega)^2 \times$$

$$\times \{1 + N [p(\gamma + 1) + [1 + (1-p) \Lambda_t^{-1}] [\gamma(1-p) + \Lambda_t] + p\gamma(\gamma - 1) h^* + \gamma \Lambda_t^{-1} (\tau_t \omega)^2]\} \quad (x_1 \ll 1), \quad (12)$$



Зависимость $\rho(\tau_i\omega)$ в кинетическом (а) и диффузионном (б) режимах; $d_1/d_0 = 10^3$, $c_1/c_V = 1$, $\tau_i\omega = 0,8 \tau_d\omega$, $\gamma = 1,35$.
 а) p равно: 1 - 10^{-4} , 2 - 10^{-3} , 3 - 10^{-2} , 4 - 10^{-1} , — — — — $\rho = 10^{-3}$; - - - - $\rho = 10^{-4}$; ····· $\rho = 10^{-5}$; б) $h\omega/d_0$: 1 - 10, 2 - 20, 3 - 40.

$$d_0^{-1} h n_0 > \tau_i \omega (\gamma - 1) \{1 + N \gamma c_V c_1^{-1} [\tau - d_0^{-1} h n_0 \Lambda_t \gamma^{-1} + (\tau_i \omega)^2]\} \quad (x_1 \gg 1),$$

$$N = 2c_p \Lambda_d \{3c_1 \text{Pr} (\gamma - 1) [1 + \Lambda_d + (\tau_d \omega)^2]\}^{-1}, \quad h^* = (g - 1) c_V T_0 L^{-1}, \quad \text{Pr} = \nu_0 \kappa_0^{-1}.$$

При выводе второго неравенства использовано условие $\Lambda_d \ll 1$.

В пределах $\tau_i \omega > \tau_k \omega \rightarrow \infty$ ($p \rightarrow 0$), $\tau_D \omega \rightarrow \infty$ ($h \rightarrow 0$) получаем из (11) дисперсионное соотношение, справедливое для волн, бегущих в инертной смеси газа и твердых частиц. Величина B , характеризующая теплообмен между фазами, имеет в этом случае вид

$$B = (1 - \Lambda_i - i\tau_i \omega) (\gamma + \Lambda_t - i\gamma \tau_i \omega)^{-1}.$$

Явные зависимости скорости звука s и коэффициента β от частоты, концентрации дисперсной фазы и термодинамических параметров смеси можно легко получить из (11), но ввиду их громоздкости они здесь не выписываются. Поведение величины β проиллюстрировано на рисунке на примере газовзвеси.

Слабонелинейные волны в неограниченном объеме. Рассмотрим возмущения конечной амплитуды, бегущие по реагирующей в кинетическом режиме газовзвеси в положительном направлении оси x . Волновой процесс в предположении о малом влиянии нелинейности, диссипации и подкачки энергии на профиль волны может быть описан функцией $\Phi'(\mu t, z = x - c_* t)$, где z — сопровождающая система координат; c_* — скорость ее движения; $\mu \ll 1$. Как следует из численного анализа дисперсионного соотношения (11), в ситуации, когда объемное содержание дисперсной фазы $\rho \sim 10^{-3}$ и характерные времена динамической τ_d и тепловой τ_t релаксации или характерное время нагрева τ_h порядка периода волны, существенные изменения профиля волны происходят уже на расстояниях порядка c_*/ω , потому далее рассматриваем только предельную ситуацию: $\tau_d \omega \approx \tau_t \omega \ll 1$, $\tau_h \omega \gg 1$.

Вводя среднюю температуру частиц \bar{T}_1 и используя результаты решения тепловой задачи (4) — (6), запишем выражение для потока тепла Q и уравнение сохранения внутренней энергии для дисперсной фазы

$$Q = \frac{3\rho\lambda_c}{a^2} (T_1 - T_0), \quad (13)$$

$$\rho d_1 c_1 \left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right) T_1 = \frac{3\rho\lambda_0}{a^2} (T_0 - (1 - p) T_1).$$

Система (1), выписанная с точностью до величин второго порядка малости по возмущениям в волне и замкнутая соотношениями (3), (13), может быть сведена к одному эволюционному уравнению [11]. С точ-

ностью до величин первого порядка малости из (1), (3) и (13) можно получить следующие выражения:

$$\frac{p'_0}{p_0} = \frac{\gamma + \Lambda_t}{1 + \Lambda_t} \frac{d'_0}{d_0} = \frac{\gamma + \Lambda_t}{\gamma - 1} \frac{T'_0}{T_0}, \quad T'_1 = \frac{T'_0}{1 - p}, \quad u'_1 = v'_1 - c_* \frac{d'_0}{d_0}. \quad (14)$$

Не нарушая принятой точности, преобразуем с помощью (14) члены второго порядка малости в (1), (3) и (13) и после несложных преобразований получаем нелинейное уравнение в форме модифицированного уравнения Бюргерса [6]:

$$\frac{\partial \varphi'}{\partial t} = -\alpha_1 \varphi' \frac{\partial \varphi'}{\partial z} + \alpha_2 \frac{\partial^2 \varphi'}{\partial z^2} + \alpha_3 \varphi'^2. \quad (15)$$

Здесь введены коэффициенты

$$\alpha_1 = \frac{c_*}{2} \left(\frac{1 + \gamma + 2\Lambda_t}{1 + \Lambda_t} \right), \quad \alpha_2 = \frac{c_*^2}{2} \left[\frac{(\gamma - 1) \Lambda_t \tau_t}{(1 + \Lambda_t)(\gamma + \Lambda_t)} + \frac{\Lambda_d \tau_d}{1 + \Lambda_t} \right],$$

$$\alpha_3 = \frac{(\gamma - 1) [(\tau_k^{-1} + (\gamma + \Lambda_t) \tau_j^{-1})]}{2(1 + \Lambda_t)(\gamma + \Lambda_t)}$$

и скорость сопровождающей системы координат

$$c_*^2 = c_0^2 (\gamma + \Lambda_t) [\gamma (1 + \Lambda_t) (1 + \Lambda_d)]^{-1}.$$

Величина c_* есть скорость звука в газозвеси, определенная в условиях, когда обмен импульсом и теплом между фазами происходит равновесно ($\tau_d \omega \sim \tau_t \omega \rightarrow 0$), а химическая реакция заморожена ($\tau_j \omega > \tau_k \omega \rightarrow \infty$). Видно, что при немалых объемных содержаниях дисперсной фазы ($\rho \sim 0,04$) c_* существенно меньше скорости звука c_0 в несущем газе.

Уравнение (15) аналитически и численно исследовано в [6], где, в частности, найдено его решение в виде стационарной пилообразной ударной волны с максимальной амплитудой $\sim \alpha_3 \lambda / \alpha_2$ и толщиной ударного фронта $\sim \alpha_2 / \alpha_3 \lambda$ (λ — длина волны, причем $\lambda \gg \lambda_k = 2\pi (\alpha_2 / \alpha_3)^{1/2}$). Образование такой стационарной волны может быть представлено следующим образом. Первоначально синусоидальная волна с пространственным периодом $\lambda \gg \lambda_k$ экспоненциально возрастает с декрементом α_3 ; по мере увеличения амплитуды все большую роль начинает играть нелинейность, приводящая к увеличению крутизны профиля волны до тех пор, пока она не уравновешивается «релаксационной вязкостью».

Автоколебания ограниченного объема реагирующей газозвеси. Интересная особенность активных сред [4] состоит в возможности генерации и установления стационарного спектра стоячих волн. Причина такого эффекта состоит в нелинейной перекачке энергии от неустойчивых в линейном приближении мод к устойчивым. Отметим, что задача, описывающая процесс самовозбуждения звука, представляет непосредственный прикладной интерес в связи с проблемами так называемого вибрационного горения.

Рассмотрим продольные колебания, имеющие место в ограниченном цилиндре длины l , внутри которого в смеси инертного газа и окислителя взвешены твердые частицы, реагирующие в кинетическом режиме. Для получения нелинейного волнового уравнения, описывающего поведение стоячих волн конечной амплитуды, сделаем аналогичные предположения о влиянии нелинейности и неконсервативности колебаний на амплитуды волн, как при выводе (15).

Опуская промежуточные выкладки, выпишем получающееся из (1), (3), (13) нелинейное уравнение ($p \ll 1$):

$$\frac{\partial^2 p_*}{\partial t_*^2} - \frac{\partial^2 p_*}{\partial x_*^2} = \frac{1}{2} \left[\beta_1 \frac{\partial^2 p_*^2}{\partial t_*^2} - \frac{\partial^2 u_*^2}{\partial t_*^2} + \frac{\partial^2 u_*^2}{\partial x_*^2} - \beta_2 \frac{\partial^2 p_*^2}{\partial x_*^2} \right] + \beta_3 \frac{\partial p_*}{\partial t_*} + \beta_4 \frac{\partial^3 p_*}{\partial t_*^3}. \quad (16)$$

Здесь и ниже используем следующие переменные и параметры:

$$\begin{aligned} \tilde{t}_* &= \frac{c_* t}{l}, \quad \tilde{x}_* = \frac{x}{l}, \quad p_* = \frac{1 + \Lambda_t}{\gamma + \Lambda_t} \frac{p'_0}{p'_0}, \quad \tilde{u}_* = \frac{u'}{c_*}, \\ B_1 &= \frac{\gamma + \Lambda_t}{1 + \Lambda_t} + \frac{\gamma - 1}{\gamma + \Lambda_t}, \quad \beta_2 = (1 + \Lambda_d)^{-1}, \quad \beta_3 = \frac{2l\alpha_3}{c_*}, \quad \beta_4 = \frac{2\alpha_2}{c_* l}. \end{aligned}$$

Левая часть (16) — простейшее волновое уравнение, правая часть состоит из нелинейных квадратичных по возмущениям членов и членов, описывающих соответственно подкачку энергии к волне и ее диссипацию.

Будем искать решение (16) в виде ряда по собственным модам порождающего линейного консервативного уравнения, считая при этом, что в результате нелинейного взаимодействия, диссипации и подкачки энергии амплитуды стоячих волн есть медленно меняющиеся функции времени [4, 12]:

$$p_* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Phi_n(\tilde{u}_*) e^{-i\omega_n \tilde{t}_*} \cos(k_{|n|} \tilde{x}_* + \varphi_{|n|}), \quad \Phi_n^* = \Phi_{-n}, \quad (17)$$

$$u_* = i \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sign}(n) \Phi_n(\tilde{u}_*) e^{-i\omega_n \tilde{t}_*} \sin(k_{|n|} \tilde{x}_* + \varphi_{|n|}), \quad -\omega_n = \omega_{-n}.$$

Подстановкой (17) в (16) преобразуем нелинейное волновое уравнение к бесконечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений для комплексных амплитуд $F_n = \Phi_n \exp[-i\epsilon_n \tilde{t}_*]$ ($n \geq 1$):

$$\frac{dF_n}{d\tilde{t}_*} - (\gamma_n - i\epsilon_n)F_n = -inN \left\{ \sum_{k=1}^n F_k F_{n-k} + 2 \sum_{k=1}^{\infty} F_k^* F_{k+n} \right\}, \quad (18)$$

$$\gamma_n = 1/2 \cdot (\beta_3 - \beta_4 \pi^2 n^2), \quad N = \pi/8 \cdot (2 + \beta_1 - \beta_2), \quad \omega_n = k_n = \pi n + \epsilon_n.$$

При записи (18) предполагалось, что торцы цилиндра близки к акустически закрытым, т. е. $|\varphi_n| \ll 1$ и $|\epsilon_n| \ll 1$. Стационарные решения этой системы определяют установившийся спектр колебаний, возникающий в результате нелинейной перекачки энергии от неустойчивых мод к устойчивым. Очевидно, что для существования у системы (18) стационарных решений, отличных от нулевых, необходимо наличие областей неустойчивости ($\gamma_1 > \gamma_2 > \dots > \gamma_k > 0$) и устойчивости ($0 > \gamma_{k+1} > \gamma_{k+2} > \dots$). В случае акустически закрытых торцов цилиндра ($\epsilon_n = \varphi_n = 0$) такой спектр определяется из решения системы алгебраических уравнений для действительных амплитуд $f_n = |F_n|$:

$$f_n = \frac{nN}{\gamma_n} \left\{ - \sum_{k=1}^n f_k f_{n-k} + 2 \sum_{k=1}^{\infty} f_k f_{k+n} \right\}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Можно показать [4], что учет конечной проводимости торцов ($\epsilon_n \neq 0$) приводит в расчетах к несколько большим значениям установившихся амплитуд. Этот эффект есть следствие граничной дисперсии, приводящей к ограничению нелинейной перекачки энергии вверх по спектру.

Рассмотрим двухволновое приближение, полагая, что система находится вблизи порога самовозбуждения, т. е. $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 < 0$, при этом $|\gamma_1| \ll |\gamma_2|$. Уравнения (18) тогда можно записать в виде ($\epsilon_n = \varphi_n = 0$):

$$\frac{df_1}{d\tilde{t}_*} = \gamma_1 f_1 - 2N f_1 f_2, \quad \frac{df_2}{d\tilde{t}_*} = -|\gamma_2| f_2 + 2N f_1^2.$$

Видно, что переменная f_1 изменяется существенно медленнее f_2 , что позволяет провести процедуру адиабатического исключения f_2 из системы и получить для f_1 известное в теории автоколебаний уравнение [12]:

$$\frac{df_1}{d\tilde{t}_*} = \gamma_1 f_1 - \frac{4N^2}{|\gamma_2|} f_1^3,$$

описывающее релаксацию амплитуды f_1 к стационарному значению $(\gamma_1 |\gamma_2|)^{1/2} / 2N$.

В заключение укажем на некоторые особенности подкачки энергии к волне в двухфазных средах и их отличие от таковых в однофазном тепловыделяющем газе. В последнем мощность источника тепловыделения в участке сжатия пропорциональна возмущениям плотности и давления [2], и газ подогревается синфазно сжатием, тогда как в газозвеси в силу различия возмущенных средних температур частиц и газа имеет место сдвиг фаз. Первоначально в течение характерного времени τ_t возмущенный волной межфазный поток тепла Q' направлен от газа к частицам; после выравнивания температур T'_0 и T'_1 поток меняет знак на обратный и происходит уже нагрев газа. И если τ_t порядка периода волны или больше, то волна затухает.

В двухфазных системах существует также особенный механизм подкачки энергии к волне, связанный с процессом массообмена. Действительно, в участке сжатия волны газ дополнительно уплотняется за счет того, что выделяющийся в результате реакции газ имеет большую молекулярную массу, чем окислитель.

Поступила в редакцию 23/V 1984,
после доработки — 24/X 1984

ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Борисов.— В кн.: Нелинейные волновые процессы в двухфазных средах. Новосибирск, 1977.
2. И. С. Глушков, Ю. А. Кареев. ТВТ, 1970, 8, 5.
3. J. Srinivasan, W. G. Vincenti. Phys. Fluids, 1975, 18, 8.
4. К. И. Артамонов, А. П. Воробьев. МЖГ, 1978, 6.
5. J. F. Clarke. J. Fluid. Mech., 1977, 81, 2.
6. E. Ott, W. M. Manheimer e. a. Phys. Fluids, 1973, 16, 5.
7. Р. И. Нигматулин. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
8. Ю. А. Буевич, С. П. Федотов.— В кн.: Проблемы тепло- и массопереноса в топочных устройствах, газогенераторах и химических реакторах. Минск, 1983.
9. Yu. A. Buyevich, I. N. Shchelchkova. Prog. Aerospace Sci., 1978, 18, 2.
10. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
11. М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков. Теория волн. М.: Наука, 1979.
12. П. С. Ланда. Автоколебания в распределенных системах. М.: Наука, 1983.

НАЧАЛЬНАЯ СТАДИЯ ПРЕВРАЩЕНИЯ ПИРОЛИТИЧЕСКОГО ГРАФИТОПОДОБНОГО НИТРИДА БОРА В РЕЗУЛЬТАТЕ УДАРНОГО СЖАТИЯ

Г. А. Ададуров, Н. И. Алексеев, И. Н. Грознов, В. Д. Кузнецов
(Москва)

Известно, что под действием высоких статических давлений или ударного сжатия обычная графитоподобная гексагональная решетка нитрида бора (α -BN) переходит в более плотноупакованную кубическую (κ -BN, структурный тип сфалерита) и гексагональную (σ -BN, структурный тип вюртцита) решетки [1—5]. В настоящее время изучены структура плотных фаз [2, 6—8], их ИК-спектры [2—5] и условия образования [2, 5, 7, 9]. Рентгеновские и электронографические исследования структуры и субструктуры образцов σ -BN, подвергнутых ударному сжатию, позволили предложить механизмы фазовых переходов α -BN в плотные фазы [5, 7, 9].

Переход от слоистой структуры к плотноупакованной сопровождается перестройкой химической связи, что приводит к изменению физических свойств исследуемых образцов. Так, при фазовых переходах в σ -BN в результате ударного сжатия наблюдали изменение интенсивности и появление новых полос поглощения в ИК-спектрах, а также изменение оптических свойств образцов [2, 5, 7].