

ЛИТЕРАТУРА

1. Челомей В. Н. Парадоксы в механике, вызываемые вибрациями.— ДАН СССР, 1983, т. 270, № 1.
2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. М.: Наука, 1970, т. 2.
3. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1974.
4. Митропольский Ю. А. Метод усреднения в нелинейной механике. Киев: Наук. думка, 1971.

Поступила 10/IV 1984 г.

УДК 532.526

СЖИМАЕМЫЙ ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ПЛОСКОЙ ТРЕУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЕ С ПРИСОЕДИНЕННОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

B. H. Ветлуцкий, T. B. Поплавская
(Новосибирск)

1. При сверхзвуковом обтекании треугольной пластины справедливо разбиение течения за ударной волной на невязкое и пограничный слой, если числа Рейнольдса достаточно велики. На фиг. 1 по [1–5] представлена диаграмма режимов течения (на сфере с центром в вершине пластины) около треугольной пластины под углом атаки. Классификация дана как по характеру течения в окрестности передних кромок (режимы *A*, *B*), так и по наличию и положению особых линий тока на поверхности пластины (режимы 1–3).

Режиму *A* соответствует сверхзвуковая передняя кромка, режиму *B* — дозвуковая. При этом головная ударная волна присоединена к вершине пластины и невязкое течение коническое. Существует еще режим, при котором головная ударная волна отходит от вершины пластины и течение становится существенно трехмерным. Однако мы ограничимся рассмотрением лишь конических течений.

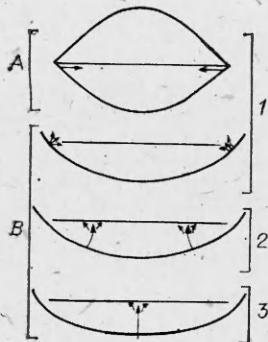
На режиме 1 как в случае сверхзвуковой, так и дозвуковой передней кромки разделяющая поверхность тока приходит на кромку. Поперечная компонента скорости направлена от передних кромок к плоскости симметрии, где на поверхности пластины с наветренной и подветренной стороной располагается по одной линии стекания. С увеличением угла атаки коническая разделяющая поверхность тока разворачивается к плоскости симметрии. Начиная с некоторого момента, когда она подходит к поверхности пластины ортогонально, дальнейшее увеличение угла атаки приводит к ее перемещению в направлении плоскости симметрии (режим 2), причем угол подхода к пластине, как показано в [6], сохраняется прямым. В этом режиме имеются две линии растекания, расположенные на поверхности пластины. Начиная с некоторого угла атаки линии растекания сливаются с линией стекания, и далее реализуется режим 3 с одной линией растекания с наветренной стороны и с одной линией стекания с подветренной стороны.

Строго говоря, коническое течение в указанных режимах может иметь место, лишь когда влияние задней кромки не распространяется вверх по потоку. А это реализуется, если компонента вектора скорости вдоль конической образующей сверхзвуковая. В противном случае коническое течение можно рассматривать лишь как приближенное в окрестности вершины пластины. В [7] показано, что для узких пластин режим 3 в указанном смысле может сохраняться до углов атаки порядка 90° , когда течение с наветренной стороны вдоль конической образующей направлено к вершине пластины.

Если угол между передней кромкой пластины и плоскостью симметрии больше угла Маха набегающего потока, то при увеличении угла атаки от нулевого до предельного пластина проходит все представленные на фиг. 1 режимы течения. В противном случае реализуются все режимы течения, кроме *A1*.

Невязкое обтекание плоской треугольной пластины на режиме *A1* исследовано в [8], где приведены подробные таблицы полей течения с наветренной и подветренной стороной в широком диапазоне чисел Маха и углов стреловидности. В [3, 5, 9] выполнен расчет конического обтекания пластины и профилированных крыльев на режимах *B1*, *B2*. Для расчета пограничного слоя на пластине необходимо знать на его внешней границе распределение давления, одну компоненту скорости (лучше поперечную) и значение энтропийной функции. К сожалению, приведенные в этих работах результаты не позволяют использовать их для расчета пограничного слоя. Поля невязкого обтекания треугольной пластины на режиме *B3* получены в [10, 11].

В случае конического внешнего течения уравнения пространственного пограничного слоя допускают автомодельное решение, зависящее от двух независимых пе-



Фиг. 1

ременных, одна из которых нормаль, отнесенная к квадратному корню из расстояния вдоль образующей [12]. В автомодельных переменных пограничный слой может быть рассчитан маршевым методом в направлении компоненты скорости, ортогональной к образующей. Это означает, что на режиме 3 счет должен начинаться от плоскости симметрии.

Ламинарный пограничный слой с наветренной стороны треугольной пластины впервые рассмотрен в [4], где методом интегральных соотношений рассчитано течение на режиме 3. Начальные условия в плоскости симметрии получены из решения самих уравнений, записанных в этой плоскости. Условия на внешней границе пограничного слоя взяты из [10].

На режиме 2 уравнения пограничного слоя в автомодельных переменных на наветренной стороне должны решаться от линий растекания в обе стороны. Аналогичный режим течения рассмотрен для эллиптического конуса при малых углах атаки [13, 14].

В [15–17] исследован гиперзвуковой пограничный слой на треугольной пластине, где учтено обратное влияние пограничного слоя на невязкий поток через распределение давления, вычисляемое по формуле «касательного клина». Получены решения уравнения пограничного слоя на режимах слабого и сильного взаимодействия. Приведенные результаты показывают, что в данной постановке на треугольной пластине могут возникать возвратные течения в поперечном направлении, т. е. имеет место поперечный отрыв пограничного слоя [16].

В данной работе рассмотрен автомодельный ламинарный пограничный слой на наветренной стороне треугольной пластины на режиме A1. С точки зрения пограничного слоя характер течения на режимах A1 и B1 не различается. В обоих случаях ортогональная к образующей компонента скорости на внешней границе пограничного слоя направлена от передних кромок к плоскости симметрии.

2. Рассматривается ламинарный пограничный слой на плоской треугольной пластине, передняя кромка которой имеет угол стреловидности χ . Вектор скорости набегающего сверхзвукового потока U_∞ лежит в плоскости симметрии пластины и образует с ее поверхностью угол атаки α . Вводится цилиндрическая система координат (r, θ, z) , где r — расстояние от вершины пластины вдоль ее поверхности, θ — угол, отсчитываемый от плоскости симметрии, z — расстояние по нормали к пластине.

Уравнения сжимаемого ламинарного пограничного слоя на треугольной пластине взяты из [18]. При внешнем коническом течении и постоянной температуре стенки или в случае теплоизолированной стенки эти уравнения допускают автомодельное решение, зависящее от двух переменных $\theta, \eta = z/\sqrt{r}$ [12, 6]; координаты r, z отнесены к некоторой характерной длине. Система уравнений в этих переменных приведена в [6]. Она эволюционная и может быть решена маршевым методом вдоль переменной θ , причем направление марша должно совпадать с направлением поперечной компоненты скорости v . В рассматриваемом режиме обтекания A1 течение направлено от передних кромок к плоскости симметрии, поэтому начальные условия задаются в окрестности кромок.

Введем автомодельные переменные $\omega = \theta_0 - \theta, \eta = z/\sqrt{r(\theta_0 - \theta)}$, где θ_0 — угол передней кромки пластины ($\theta_0 = 90^\circ - \chi$). В окрестности кромки переменная η является как бы локальной переменной Блазиуса, поэтому в этих переменных уравнения пограничного слоя не имеют особенности на передней кромке. Для уменьшения градиентов всех искомых функций по η выполнено логарифмическое растяжение [12, 6]

$$\xi = f(\eta/L) = \ln(1 + \eta/\varepsilon_2 L)/\ln(1 + 1/\varepsilon_2),$$

где $L = L(\omega)$ — счетная толщина пограничного слоя, ε_2 — параметр растяжения.

Таким образом, в переменных ω, ξ система уравнений ламинарного пограничного слоя имеет вид [19]

$$(2.1) \quad \frac{f'}{L} \frac{\partial J}{\partial \xi} + \omega \left(\frac{3}{2} \rho u - \frac{\partial p}{\partial \omega} \right) - \frac{1}{2} \rho v - \frac{f'}{L} \omega \frac{L'}{L} \rho v N = 0,$$

$$\begin{aligned}
J \frac{f'}{L} \frac{\partial u}{\partial \xi} - \omega \rho v \left(\frac{\partial u}{\partial \omega} + v \right) - \frac{f'}{L} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\mu \frac{f'}{L} \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) &= -\omega \rho_e v_e \left(\frac{\partial u_e}{\partial \omega} + v_e \right), \\
J \frac{f'}{L} \frac{\partial v}{\partial \xi} + \omega \rho v \left(u - \frac{\partial v}{\partial \omega} \right) - \frac{f'}{L} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\mu \frac{f'}{L} \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) &= \omega \rho_e v_e \left(u_e - \frac{\partial v_e}{\partial \omega} \right), \\
c_p J \frac{f'}{L} \frac{\partial T}{\partial \xi} - \omega c_p \rho v \frac{\partial T}{\partial \omega} - \frac{1}{Pr} \frac{f'}{L} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(k \frac{f'}{L} \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) &= -\omega c_p \rho_e v \frac{\partial T_e}{\partial \omega} + \\
&+ M_\infty^2 (\gamma - 1) \mu \left(\frac{f'}{L} \right)^2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \xi} \right)^2 \right], \\
p &= \frac{1}{\gamma M_\infty^2} \rho T.
\end{aligned}$$

Задача решалась при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned}
(2.2) \quad \omega = 0: \quad u = u_0(\xi), \quad v = v_0(\xi), \quad T = T_0(\xi), \\
\xi = 0: \quad u = v = J = 0, \quad T = T_w, \\
\xi = 1: \quad u = u_e(\omega), \quad v = v_e(\omega), \quad T = T_e(\omega), \quad p = p_e(\omega).
\end{aligned}$$

Здесь введены массовая скорость J и функция $N(\omega, \xi)$:

$$\begin{aligned}
J &= \rho \sqrt{\omega} \left(-0,5 \eta u + \sqrt{\omega} \frac{L'}{L} \eta v + w \sqrt{r} \right) + 0,5 \rho \eta v, \\
N &= \frac{\partial n}{\partial \xi} = L(\omega) \varepsilon_2 \exp(\xi \ln(1 + 1/\varepsilon_2)) \ln(1 + 1/\varepsilon_2).
\end{aligned}$$

Штрих означает дифференцирование функций по своему аргументу. Компоненты скорости u, v обезразмерены по скорости набегающего потока U_∞ , давление p отнесено к удвоенному скоростному напору $\rho_\infty U_\infty^2$, коэффициенты вязкости μ и теплопроводности k , удельная теплоемкость c_p , плотность ρ и температура T отнесены к своим значениям в набегающем потоке.

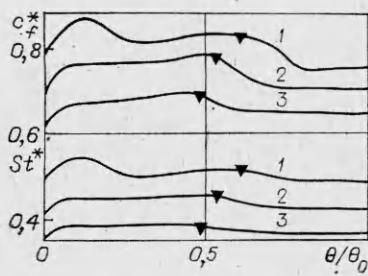
Начальные профили $u_0(\xi), v_0(\xi), T_0(\xi)$ определялись из решения обыкновенных дифференциальных уравнений, полученных из системы (2.1) при $\omega \rightarrow 0$ в предположении ограниченности всех функций и их производных [19]. На внешней границе пограничного слоя из расчетов невязкого обтекания [8] задавались распределения давления p_e и поперечной компоненты скорости в декартовой системе координат. С помощью этих данных, а также условий сохранения интеграла Бернуlli и энтропии вычислялись параметры u_e, v_e, T_e .

3. Уравнения движения и энергии из (2.1) могут быть записаны в общем виде

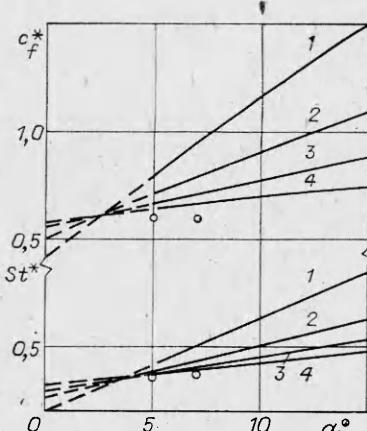
$$(3.1) \quad a \frac{\partial f}{\partial \omega} + b \frac{\partial f}{\partial \xi} + e \frac{\partial}{\partial \xi} \left(c \frac{\partial f}{\partial \xi} \right) + d = 0,$$

где под f подразумевается u, v, T . Для решения уравнений вида (3.1) использовалась двухслойная неявная разностная схема с весами [20]. Вязкость и теплопроводность аппроксимировались степенной зависимостью $\mu = T^{0,76}$. Нелинейность системы (3.1) требует итерационного подхода, позволяющего свести задачу в пределах одной итерации к последовательному решению скалярной прогонкой разностных краевых задач, аппроксимирующих уравнения движения и энергии. Коэффициенты и свободные члены в (3.1) на каждой итерации вычислялись по значениям параметров, полученным на предыдущей итерации. Массовая скорость J определялась из уравнения неразрывности. Итерации продолжались, пока значения функций в каждой точке на последовательных итерациях не совпадали с заданной точностью.

Начальные профили $u_0(\xi), v_0(\xi), T_0(\xi)$ получены из решения обыкновенных дифференциальных уравнений при $\omega = 0$, записанных в конечных разностях. Далее решались двумерные разностные уравнения до плоскости симметрии [19].



Ф и г. 2



Ф и г. 3

В результате решения задачи (2.1), (2.2) найдены профили скорости и температуры в пограничном слое на наветренной стороне пластины. По ним на поверхности тела рассчитываются местные коэффициенты напряжения трения в продольном c_{f1} и поперечном c_{f2} направлениях, местный коэффициент теплоотдачи St (число Стантона) и абсолютная величина вектора местного коэффициента напряжения трения c_f :

$$(3.2) \quad c_{f1} = \mu \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=0} / 0.5 \rho_\infty U_\infty^2, \quad c_{f2} = \mu \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=0} / 0.5 \rho_\infty U_\infty^2,$$

$$c_f = \sqrt{c_{f1}^2 + c_{f2}^2}, \quad St = k \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} / \rho_\infty U_\infty (h_\infty - h_w),$$

где h — полная энталпия потока.

Для удобства вычисления и представления на графиках использовались местные автомодельные параметры, зависящие только от переменной ω :

$$c_{f1}^* = c_{f1} \sqrt{Re_\omega}, \quad c_{f2}^* = c_{f2} \sqrt{Re_\omega}, \quad c_f^* = c_f \sqrt{Re_\omega}, \quad St^* = St \sqrt{Re_\omega},$$

где Re_ω — местное число Рейнольдса, вычисляемое по параметрам набегающего потока и расстоянию от вершины пластины r .

4. Расчеты параметров ламинарного пограничного слоя на наветренной стороне плоской треугольной пластины выполнены для всех вариантов, приведенных в [8] для случая сверхзвуковых передних кромок. Диапазон изменений углов стреловидности составлял $45-75^\circ$, углов атаки $5-15^\circ$ и чисел Маха $2-10$. Результаты расчетов полей течения при отношении энталпии стенки к энталпии набегающего потока $H_w = 0.1$ приведены в виде таблиц в [21]. Во всех вариантах число шагов по координате ω равно 80, а по координате ξ — 50. Заметим, что ни в одном варианте не был получен поперечный отрыв пограничного слоя.

В качестве примера на фиг. 2 приведено распределение автомодельных локальных коэффициентов напряжения трения c_f^* и St^* в зависимости от угла θ при $\chi = 45^\circ$, $M_\infty = 3.0$, $H_w = 0.1$ и $\alpha = 15^\circ, 10^\circ, 5^\circ$ (кривые 1—3 соответственно). Характер поведения кривых значительно отличается от приведенного в [4] для режима В3. На режиме А1 невязкое обтекание передней кромки аналогично обтеканию скосенного клина [1]. Поэтому в окрестности кромки параметры течения на внешней границе пограничного слоя постоянны вплоть до конуса Маха возмущенного потока, по которому равномерный поток переходит в конический. В области равномерного внешнего потока параметры c_f^* и St^* постоянны, а при переходе через конус Маха их значения возрастают. След конуса Маха обозначен на кривых треугольником. Провал параметров c_f^* и St^* в окрестности плоскости симметрии обсуждался в [19].

M_∞	2	3	4	6	10
c_f^*	0,588	0,567	0,548	0,513	0,465
St^*	0,336	0,312	0,295	0,270	0,241
c_F^*	1,869	1,803	1,740	1,631	1,479
Q_T^*	1,068	0,992	0,936	0,857	0,765

С ростом угла атаки характер кривых c_f^* и St^* меняется слабо, лишь несколько смещается зона перехода от постоянного значения. Можно сказать, что зависимость от угла атаки практически линейная. Это хорошо видно на фиг. 3, где приведены значения c_f^* и St^* в окрестности передней кромки в зависимости от угла атаки при $\chi = 45^\circ$, $H_w = 0,1$ и $M_\infty = 10, 6, 4, 3$ (линии 1—4), кружочками нанесены значения c_f^* и St^* , соответствующие $M_\infty = 2$, штрихами — экстраполяция кривых. На графиках хорошо видна практически линейная зависимость от угла атаки и числа Маха набегающего потока. Поэтому c_f^* и St^* в окрестности передних кромок при $\chi = 45^\circ$ и $H_w = 0,1$ могут быть приближенно представлены в виде следующих интерполяционных формул:

$$(4.1) \quad c_f^* = 0,61 + (0,0089 M_\infty - 0,015)(\alpha - 2,6),$$

$$St^* = 0,34 + (0,0043 M_\infty - 0,0004)(\alpha - 3,4),$$

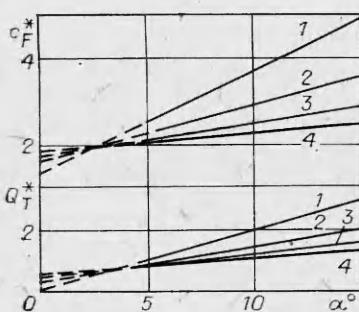
где угол атаки α берется в градусах. Здесь погрешность для c_f^* не превосходит 1,5 % и для St^* — 2 % в диапазоне чисел Маха 3—10 и углов атаки 5—15°.

Как и следует ожидать, с ростом числа Маха область равномерного потока увеличивается, поскольку уменьшается угол Маха возмущенного потока. Следовательно, возрастает и область постоянства c_f^* и St^* .

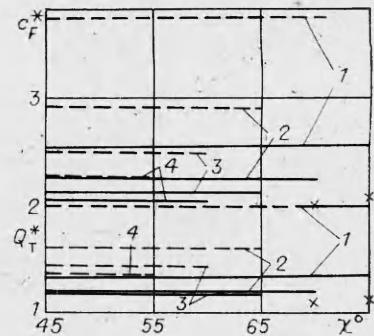
Выполнены расчеты пограничного слоя при нулевом угле атаки. Параметры c_f^* и St^* в этом случае зависят от ω как $(\omega/\sin \omega)^{1/2}$, что хорошо соответствует полученным результатам. В таблице приведены значения c_f^* и St^* в окрестности передней кромки при $\chi = 45^\circ$, $H_w = 0,1$ и $M_\infty = 2, 3, 4, 6, 10$. Интерполяционные формулы (4.1) при $\alpha = 0$ в пределах указанной погрешности дают значение c_f^* при $M_\infty = 3—6$, а при $M_\infty = 10$ занижают его на 10 %. Значение St^* интерполяционная формула занижает на 4—6 % при $M_\infty = 3—6$ и на 19 % при $M_\infty = 10$.

Увеличение M_∞ приводит к утолщению пограничного слоя, поэтому значения c_f^* и St^* несколько убывают при постоянной температуре стенки. Поскольку в данной работе расчеты проводились при постоянной относительной энталпии стенки H_w , то эти параметры умножаются на величину $(1 + (\gamma - 1) M_\infty^2/2)^d$, где $d = 0,76$ — показатель степени зависимости коэффициентов вязкости и теплопроводности от температуры. Все вместе приводит к практически линейной зависимости c_f^* и St^* от M_∞ при $\alpha \geqslant 5^\circ$. При больших углах атаки наблюдалось аналогичное влияние M_∞ [4]. Однако с уменьшением угла атаки зависимость толщины пограничного слоя от M_∞ резко возрастает и связанное с этим значительное уменьшение градиента скорости по нормали приводит при $\alpha = 0$ к обратной зависимости c_f^* и St^* от M_∞ .

С ростом угла стреловидности χ значения c_f^* и St^* убывают. Изменение относительной энталпии поверхности пластины H_w влияет на них



Фиг. 4



Фиг. 5

относительно слабо. Так, увеличение H_w от 0,05 до 0,1 привело к уменьшению значения c_f^* не более чем на 1,5% и $St^* - 2,5\%$, а при увеличении H_w на порядок c_f^* изменялось не более чем на 7% и $St^* - 20\%$.

Помимо локальных параметров, вычислены интегральные по наветренной поверхности пластины автомодельный коэффициент сопротивления трения c_F^* и поток тепла Q_T^* :

$$c_F^* = c_F \sqrt{Re_L} = \frac{X \sqrt{Re_L}}{0,5 \rho_\infty U_\infty^2 S} = \frac{4}{3 \operatorname{tg} \theta_0} \int_0^{\theta_0} \frac{c_f^* \cos \vartheta}{\sqrt{\omega \cos(\theta_0 - \omega) \cos(\theta_0 - \omega)}} d\omega,$$

$$Q_T^* = Q_T \sqrt{Re_L} = \frac{Q \sqrt{Re_L}}{\rho_\infty U_\infty (\bar{h}_\infty - h_w) S} = \frac{4}{3 \operatorname{tg} \theta_0} \int_0^{\theta_0} \frac{St^*}{\sqrt{\omega \cos(\theta_0 - \omega) \cos(\theta_0 - \omega)}} d\omega,$$

где X и Q — сила трения и поток тепла к наветренной стороне треугольной пластины; L — длина центральной хорды; S — площадь пластины; ϑ — угол отклонения вектора местного коэффициента напряжения трения от плоскости симметрии:

$$\vartheta = \operatorname{arctg}(c_{f2}^*/c_{f1}^*) + \theta_0 - \omega.$$

На фиг. 4 приведены параметры c_F^* и Q_T^* в зависимости от угла атаки при $\chi = 45^\circ$, $H_w = 0,1$ и различных M_∞ , нумерация кривых соответствует фиг. 3, кружочками нанесены данные для $M_\infty = 2$. Поведение кривых c_F^* и Q_T^* напоминает поведение c_f^* и St^* в окрестности передней кромки. Здесь также были получены интерполяционные формулы при $\chi = 45^\circ$ и $H_w = 0,1$:

$$(4.2) \quad c_F^* = 1,96 + (0,029 M_\infty - 0,044)(\alpha - 2,9), \quad Q_T^* = 1,13 + (0,015 M_\infty - 0,006)(\alpha - 4),$$

где угол атаки α берется в градусах. Погрешность этих формул для c_F^* и Q_T^* не превосходит 1% в диапазоне $M_\infty = 3-6$ и углов атаки $5-15^\circ$. Для $M_\infty = 10$ эта погрешность увеличивается до 2 и 4% соответственно.

В таблице приведены также результаты расчетов для того же варианта при $\alpha = 0$. Интерполяционные значения c_F^* (4.2) отличаются от точных на 2–3% при $M_\infty = 3-6$ и оказываются заниженными на 15,5% при $M_\infty = 10$. Для параметра Q_T^* интерполяционная формула (4.2) дает заниженные результаты на 1,5; 3; 8 и 25,5% для $M_\infty = 3, 4, 6, 10$ соответственно.

Зависимость параметров c_F^* и Q_T^* от угла стреловидности при $H_w = 0,1$ и различных M_∞ представлена на фиг. 5, нумерация кривых соответствует фиг. 3, сплошные линии — $\alpha = 5^\circ$, штриховые — $\alpha = 10^\circ$, кривые 3 и 4 при $\alpha = 5^\circ$ сливаются. Крестиками для сравнения нанесены

результаты, пересчитанные из [4], при $M_\infty = 6$, $\alpha = 5^\circ$, $H_w = 0,05$, различие при $\chi = 70^\circ$ составляет $\sim 10\%$. Видно, что параметры c_F^* и Q_T^* не зависят от угла стреловидности, за исключением их значений при $M_\infty = 10$, где отклонение не превосходит 2–3%. Это означает, что интерполяционные формулы (4.2) могут быть использованы в диапазоне углов стреловидности 45 – 75° и диапазоне $M_\infty = 3$ – 6 с точностью 1,5% для c_F^* и 2% для Q_T^* . При $M_\infty = 10$ эта погрешность увеличивается до 5 и 7% соответственно.

Влияние энталпии стенки H_w на параметры пограничного слоя выяснялось на следующем варианте: $\chi = 70^\circ$, $M_\infty = 6$, $\alpha = 5^\circ$. Расчеты показали, что при изменении H_w от 0,05 до 0,1 значение c_F^* уменьшается на 1% и Q_T^* — на 3%. А увеличение H_w на порядок приводит к их уменьшению на 5 и 19% соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

- Булах Б. М. Нелинейные конические течения газа. М.: Наука, 1970.
- Черный Г. Г. Крылья в гиперзвуковом потоке. — ПММ, 1965, т. 29, № 4.
- Базжин А. П., Чельщева И. Ф. О численном решении задачи обтекания плоского треугольного крыла сверхзвуковым потоком газа под малыми углами атаки. — Учен. зап. ЦАГИ, 1974, т. 5, № 5.
- Башкин В. А. Ламинарный пограничный слой в сжимаемом газе при коническом внешнем течении. — Тр. ЦАГИ, 1968, вып. 1093.
- Минайлос А. И. О режимах сверхзвукового обтекания тонких крыльев. — Учен. зап. ЦАГИ, 1977, т. 8, № 4.
- Ветлуцкий В. И., Ганимедов В. Л. К численному решению задачи о пограничном слое на эллиптическом конусе. — ЧММСС, 1977, т. 8, № 5.
- Черный Г. Г. Гиперзвуковое обтекание крыльев при больших углах атаки. — ДАН СССР, 1964, т. 155, № 2.
- Воскресенский Г. П., Ильина А. С., Татаренчик В. С. Сверхзвуковое обтекание крыльев с присоединенной ударной волной. — Тр. ЦАГИ, 1974, вып. 1590.
- Косых А. П. Некоторые результаты численного исследования сверхзвуковых течений около треугольных в плане крыльев с конечной толщиной. — Тр. ЦАГИ, 1978, вып. 1971.
- Базжин А. П. Расчет обтекания плоских треугольных крыльев потоком совершенного газа при больших углах атаки. — Тр. ЦАГИ, 1966, вып. 1034.
- Базжин А. П. Расчет течения около нижней поверхности треугольных крыльев при больших углах атаки. — Инж. журн., 1964, т. 4, вып. 2.
- Введенская И. Д. Расчет пограничного слоя, возникающего при обтекании конуса под углом атаки. — ЖВММФ, 1966, т. 6, № 2.
- Ветлуцкий В. И., Ганимедов В. Л. Расчет ламинарного пограничного слоя на остром эллиптическом конусе. — В кн.: Численный анализ. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1978.
- Vedlutsky V. N., Ganimedov V. L. The investigation of a compressible laminar boundary layer past an elliptical cone. — Computers and Fluids, 1982, v. 10, N 3.
- Дудин Г. Н. Взаимодействие гиперзвукового потока с пограничным слоем на тонком треугольном крыле. — Тр. ЦАГИ, 1978, вып. 1912.
- Дудин Г. Н. К расчету пограничного слоя на треугольной пластине на режиме сплошного вязкого взаимодействия. — Учен. зап. ЦАГИ, 1978, т. 9, № 5.
- Дудин Г. Н., Лыжин Д. О. Об одном методе расчета режима сильного вязкого взаимодействия на треугольном крыле. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1983, № 4.
- Шевелев Ю. Д. Трехмерные задачи теории ламинарного пограничного слоя. М.: Наука, 1977.
- Ветлуцкий В. И., Поплавская Т. В. К расчету ламинарного пограничного слоя на плоской треугольной пластине со сверхзвуковыми передними кромками. — ЧММСС, 1982, т. 13, № 1.
- Браиловская Ю. И., Чудов Л. А. Решение уравнений пограничного слоя разностным методом. — В кн.: Вычислительные методы и программирование. М.: ВЦ МГУ, 1962, вып. 1.
- Ветлуцкий В. И., Поплавская Т. В. Таблицы параметров ламинарного пограничного слоя на наветренной стороне плоской треугольной пластины в режиме обтекания с присоединенной к кромкам ударной волной. Препринт № 7—84. Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1984.

Поступила 12/VII 1984 г.