

УДК 533.6.011

DOI: 10.15372/PMTF202215170

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИКИ СТРУЙ АЗОТА ПРИ ИСТЕЧЕНИИ В РАЗРЕЖЕННОЕ ПРОСТРАНСТВО

А. В. Зайцев, Л. В. Ярков

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
Новосибирск, Россия  
E-mails: zaitsev@itam.nsc.ru, yarkov@itam.nsc.ru

С помощью комбинированного подхода выполнено численное моделирование струи азота, расширяющейся при истечении из сопла в вакуумную камеру. Параметры течения в сопле и ближнем поле струи определялись путем решения уравнений Навье — Стокса с помощью программы ANSYS Fluent, течение газа на больших расстояниях от среза сопла моделировалось методом прямого статистического моделирования с использованием программного комплекса SMILE. Применение такого подхода позволило выполнить достаточно точные расчеты в ближнем поле струи, при этом были учтены температурная неравновесность расширяющейся струи газа и другие эффекты разрежения в дальнем поле струи. Проведена верификация используемого подхода различными приближенными аналитическими моделями истечения газа в вакуум. Сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными показало, что они хорошо согласуются.

**Ключевые слова:** численное моделирование, прямое статистическое моделирование, разреженный газ, струйные течения, неравновесные течения

**Введение.** Исследование режимов истечения сверхзвуковых струй в вакуум или сильно разреженную атмосферу из сопел является актуальной задачей при создании систем маневрирования на орбите и стыковки космических аппаратов. При этом натурное моделирование с использованием реальных двигателей космических аппаратов требует значительных материальных и финансовых затрат, что обусловлено сложностью адекватного воспроизведения в лабораторных условиях режимов натурной газодинамики струйных течений (температуры истечения, давления и состава истекающих газов и разреженной окружающей среды), проблемами высоковакуумной откачки истекающего газа, использованием невозмущающих средств диагностики и др. В этих условиях применение средств численного моделирования позволяет существенно дополнить методы экспериментального моделирования, проверить различные гипотезы, построить адекватные физико-математические модели. В то же время валидированные численные модели сами по себе являются средством исследования процессов, которые сложно реализовать на экспериментальных установках.

Данная работа посвящена разработке и валидации численных моделей струйных течений из сопла в вакуум, полученных на компактных вакуумных установках.

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 22-19-00750).

© Зайцев А. В., Ярков Л. В., 2023

**1. Постановка задачи и ее решение с использованием уравнений Навье — Стокса и метода прямого статистического моделирования.** Пусть форкамера, в которой поддерживаются постоянные температура  $T_0$  и давление газа  $p_0$ , соединена через сопло с камерой расширения, в которой давление и температура равны  $T_h$  и  $p_h$  соответственно. Будем рассматривать стационарный процесс истечения двухатомного газа (азота) из форкамеры в камеру расширения, при котором отношение давления в форкамере к давлению в камере расширения много больше единицы.

При истечении газа в камеру расширения плотность газа уменьшается, что приводит к уменьшению числа столкновений. При значительном уменьшении числа столкновений возникает неравновесное состояние, в котором отсутствует равновесие между поступательными и вращательными модами. Кроме того, при уменьшении температуры газа в процессе расширения может быть достигнута точка росы, после чего может начаться конденсация газа.

Для численного моделирования струи азота, истекающей в разреженное пространство, использовался комбинированный подход. При таком подходе исследуемая область делится на область, в которой справедлива континуальная модель, и область, в которой степень разрежения очень велика. Соответственно, в первой области решение рассматриваемой задачи получается путем численного решения уравнений Навье — Стокса (НС), а во второй — с помощью метода прямого статистического моделирования (ПСМ) [1].

Работа [2] является одной из первых работ, в которых реализован комбинированный метод при численном моделировании истечения через отверстие. В работе [3] комбинированный метод впервые использован для моделирования истечения струи аргона через сопло в разреженную среду. При реализации метода НС–ПСМ используются два подхода. В рамках первого подхода информация передается между двумя подобластями (континуальной и разреженной) за счет процесса итерационного численного решения, при этом сначала решение в континуальной области является граничным условием для получения решения методом ПСМ, а затем наоборот [4, 5]. При использовании второго метода информация передается только из континуальной области в разреженную (граничные условия для решения задачи методом ПСМ берутся из континуального решения) [6, 7]. Преимуществом первого метода является его надежность, однако он менее эффективен при проведении вычислений, при этом не гарантируется сходимость итерационного процесса к единственному решению. Второй метод более эффективен при проведении вычислений, но менее надежен, однако решения, полученные таким методом, позволяют прогнозировать общие свойства потока [8].

В данной работе использовался подход, в котором отсутствует влияние решения в разреженной области на решение в континуальной области. Предполагалось, что течение является осесимметричным. Колебательная теплоемкость газа считалась равной нулю, поскольку максимальная температура газа была много меньше его характерной колебательной температуры.

Давление газа подчинялось уравнению состояния идеального газа. Теплоемкость азота равна  $c_p = 1040$  Дж/(кг · К). Вязкость газа определялась уравнением [1]

$$\mu = \mu_0(T/T_0)^\omega,$$

где  $\mu$  — динамическая вязкость газа;  $\omega = 0,74$  — индекс вязкости газа (для азота);  $T$  — температура газа;  $T_0$  — заданное значение температуры. Теплопроводность газа определялась по формуле Эйкена [9].

Уравнения Навье — Стокса решались с использованием программы ANSYS Fluent. Задача решалась в осесимметричной постановке. На стенках выполнялись условия прилипания. Установление стационарного решения определялось по разности массовых расходов

газа на входной и выходной границах:

$$|Q_+ - Q_-|/Q_+ < 0,01 \%$$

( $Q_+$ ,  $Q_-$  — расход газа через входную и выходную границы соответственно). Невязкие потоки определялись путем расщепления потоков по схеме Роу [10]. Интерполяция значений на границах сетки по значениям в центрах ячеек сетки выполнялась интерполяцией против потока первого порядка.

Прямое статистическое моделирование выполнялось с использованием программного комплекса SMILE [11]. Задача решалась в осесимметричной постановке. Для моделирования столкновений использовалась модель переменных твердых сфер, в которой диаметр переменной твердой сферы равен 0,417 нм при заданной температуре 273 К [1]. Коэффициент аккомодации молекул со стенкой был равен единице, отражение молекул газа происходило диффузно. Для моделирования энергообмена между поступательной и вращательной степенями свободы использовалась модель Ларсена — Боргнакке [12]. Вращательное релаксационное число  $Z_R$  определялось выражением, полученным в [13]:

$$Z_R = \frac{\zeta_T}{\zeta_T + \zeta_R} \frac{Z_{R,\infty}}{1 + (\pi^{3/2}/2)(T^*/T)^{1/2} + (\pi^2/4 + \pi)T^*/T}.$$

Здесь  $Z_{R,\infty}$ ,  $T^*$  — константы;  $\zeta_R$  — сумма вращательных степеней свободы сталкивающихся частиц;  $\zeta_T$  — число степеней свободы распределения относительной кинетической энергии пары сталкивающихся частиц.

Численное решение выполнялось по следующему алгоритму:

- 1) выполнение расчета во всей исследуемой области с использованием пакета ANSYS Fluent;
- 2) определение по результатам расчета области, в которой справедлива модель сплошной среды;
- 3) выбор границы, на которой будут задаваться граничные условия для программы SMILE, внутри области, определенной в п. 2;
- 4) задание граничных условий по результатам расчета, полученным с использованием пакета ANSYS Fluent;
- 5) выполнение расчета с помощью программы SMILE;
- 6) сравнение решения, полученного с помощью программы SMILE, с решением, полученным с использованием пакета ANSYS Fluent, в окрестности начальной границы области, в которой используется программа SMILE, для проверки правильности задания этой границы.

Расчетная область представлена на рис. 1.

Для определения границ области, в которой справедлива модель сплошной среды, использовался критерий нарушения континуальности. В работе [14] показано, что для двумерных осесимметричных течений, исследуемых в рамках модели сплошной среды, требуется выполнение условия

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{V}{\sqrt{2RT}} \lambda \left| \frac{\nabla \rho}{\rho} \right| < 0,05,$$

где  $V$  — скорость потока;  $T$  — температура газа;  $\rho$  — плотность газа;  $\lambda$  — длина свободного пробега молекул газа;  $R$  — газовая постоянная.

**2. Сравнение с теоретическими моделями.** Для верификации используемой методики выполнено сравнение с теоретическими моделями истечения струй в вакуум. При проведении расчетов температура в форкамере составляла 300 К, давление — 20 кПа, в программе SMILE задавались вакуумные граничные условия, а в пакете программ ANSYS Fluent давление  $p_h$  полагалось равным  $10^{-4}$  Па. Диаметр критического сечения равен

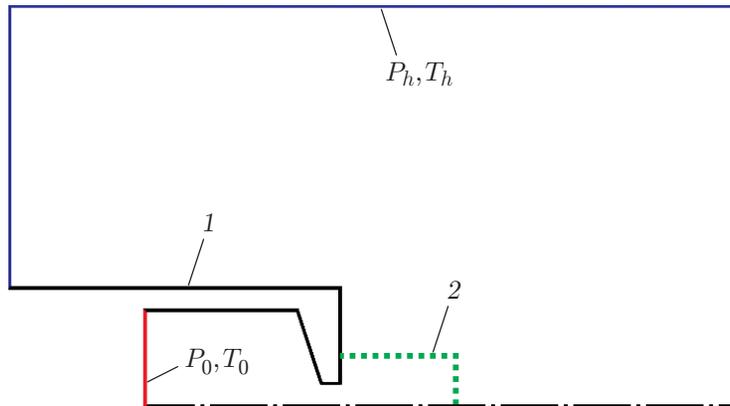


Рис. 1. Расчетная область:

1 — стенка, 2 — начальная граница области, в которой решение получено методом ПСМ

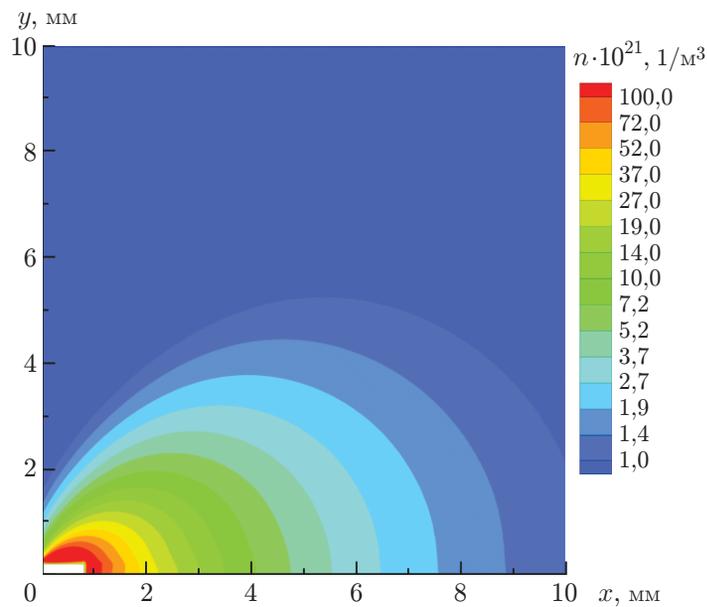


Рис. 2. Результаты расчета концентрации газа с помощью метода ПСМ при  $p_0 = 20$  кПа,  $T_0 = 300$  К

$D = 0,505$  мм. Граничные условия для решения задачи методом ПСМ, полученные при решении уравнений Навье — Стокса, передавались на верхней и правой границах прямоугольника длиной 0,8 мм и высотой 0,2525 мм в начале координат. Результаты расчета концентрации газа  $n$  в камере расширения представлены на рис. 2.

Поскольку начальная граница для решения задачи методом ПСМ задается в континуальной области, решения, полученные обоими методами, должны совпадать до тех пор, пока характер течения в областях, в которых задача решалась с использованием метода ПСМ и континуальной модели, не будет существенно различаться. Результаты расчетов, полученные в переходной зоне с использованием обоих методов, представлены на рис. 3. Совпадение результатов в переходной области свидетельствует о том, что начальная граница для решения задачи методом ПСМ выбрана верно.

Для верификации предлагаемого метода сначала было проведено сравнение с распределением плотности газа в струе, истекающей из сопла в вакуум, вдоль ее оси симметрии.



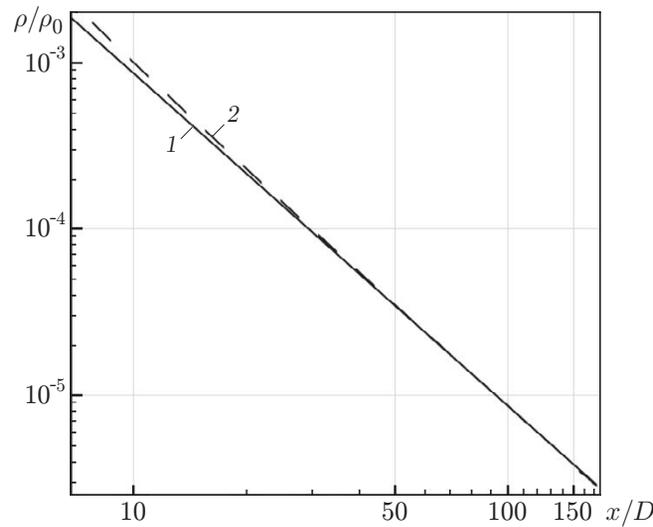


Рис. 4. Плотность газа, определенная по формуле (1) [15] (1) и с использованием предлагаемого метода (2), при  $T_0 = 300$  К,  $p_0 = 20$  кПа

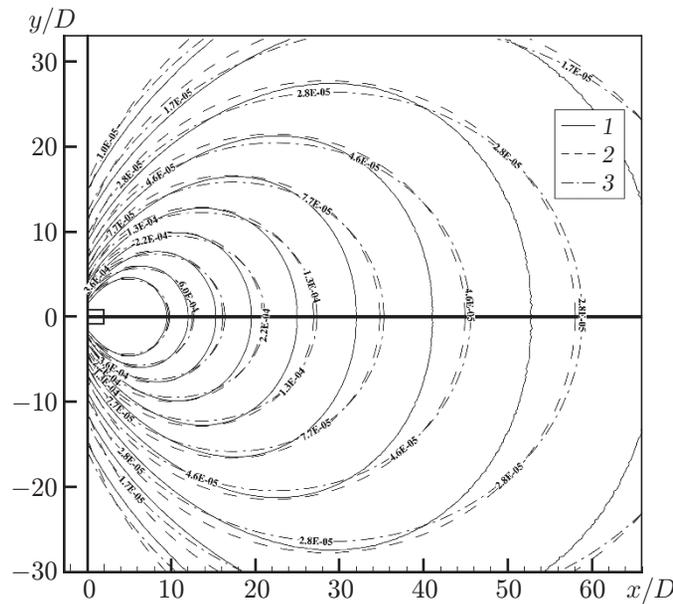


Рис. 5. Результаты расчета плотности газа  $\rho/\rho_0$  с использованием предлагаемого метода (1), формулы (2) [16] (2) и формулы (3) [15] (3)

$\alpha$  — отношение площади среза сопла к площади критического сечения;  $\theta_+$  — характеристический угол, определяемый с помощью формул

$$\theta_+ = \arctg \left( \sqrt{\frac{1-I}{I}} \right), \quad I = \left( 1 + \frac{1}{\gamma M_e^2} \right) \left( 1 + \frac{2}{(\gamma - 1) M_e^2} \right)^{-1/2},$$

$M_e$  — число Маха на срезе сопла. На рис. 5 приведены изолинии плотности газа, построенные с использованием теоретических моделей и результатов расчета.

Результаты численного решения хорошо согласуются с результатами расчетов по обеим моделям на расстояниях порядка 15 калибров, однако на больших расстояниях, в точках, расположенных вблизи оси струи, наблюдается отклонение расчетных данных от значений, полученных по формулам (2), (3).

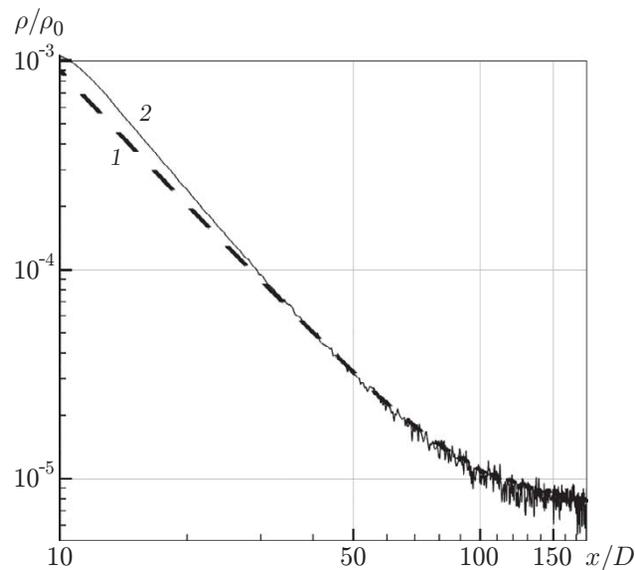


Рис. 6. Распределение плотности газа  $\rho/\rho_0$  вдоль оси симметрии струи при  $T_0 = 300$  К,  $p_0 = 20$  кПа,  $T_h = 295$  К,  $p_h = 0,16$  кПа:  
 1 — результаты расчета, 2 — экспериментальные данные [19]

**3. Сравнение с результатами экспериментов.** Эксперимент по измерению плотности в струе азота, истекающей в разреженное пространство, выполнен в Новосибирском национальном исследовательском государственном университете на универсальном газодинамическом вакуумном стенде ЛЭМПУС-2 [17, 18]. Измерения проводились при следующих условиях: давление торможения  $p_0 = 20$  кПа, температура газа в форкамере  $T_0 = 300$  К, остаточное давление газа в камере расширения  $p_h = 0,16$  Па, температура в камере расширения  $T_h = 295$  К; истечение происходило через звуковое сопло с диаметром критического сечения  $D = 505$  мкм. Общая погрешность определения локальной плотности в зависимости от расстояния до среза сопла не превышает 15 %, результаты экспериментальных измерений приведены в работе [19]. Для проведения сравнения выполнен расчет при условиях, аналогичных условиям экспериментов. На рис. 6 представлены расчетная и экспериментальная зависимости плотности газа вдоль оси симметрии струи от расстояния до среза сопла.

По-видимому, отклонение результатов численного моделирования от экспериментальных данных на малых расстояниях от сопла обусловлено погрешностью экспериментальных измерений в этой области.

**Заключение.** В работе предложена методика численного моделирования течений струй с переходом от континуального к свободномолекулярному режиму течения, в которой используются уравнения Навье — Стокса и метод прямого статистического моделирования.

Сравнение используемой методики с теоретическими моделями подтвердило ее правильность, а численные расчеты истечения струи газа в разреженное пространство в условиях, аналогичных условиям экспериментов, выполненные для валидации используемой методики, показали, что она с удовлетворительной точностью описывает физические явления, возникающие при истечении струй в разреженное пространство.

Для повышения качества численной модели необходим учет процесса конденсации газа, который может оказывать существенное влияние на динамику газа в некоторых областях течения и при определенных условиях приводить к возникновению в струе образований (кластеров газа), включающих порядка  $10 \div 100$  молекул [20].

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Bird G. A.** Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows. Oxford: Clarendon Press, 1994.
2. **Wadsworth D., Erwin D.** Two-dimensional hybrid continuum/particle approach for rarefied flows. S. 1., 1992. (Paper / AIAA; N 92-2975).
3. **Ivanov M. S., Markelov G. N., Gerasimov Y. I.** Free-flight experiment and numerical simulation for cold thruster plume // J. Propuls. Power. 1999. V. 15, N 3. P. 417–423.
4. **Roveda R., Goldstein D. B., Varghese P. L.** Hybrid Euler/direct simulation Monte Carlo calculation of unsteady slit flow // J. Spacecraft Rockets. 2000. V. 37, N 6. P. 753–760.
5. **Lian Y. Y., Wu J. S., Cheng G. C., Koomullil R. P.** Development of a parallel hybrid method for the DSMC and NS solver. Reno, 2005. (Paper / AIAA; N 2005-435).
6. **Glass C. E., Gnoffo P. A.** A 3-D coupled CFD-DSMC solution method with application to the Mars Sample Return Orbiter // AIP Conf. Proc. 2001. V. 585, N 1. P. 723–729.
7. **Grabe M., Fasoulas S., Hannemann K.** Numerical simulation of nozzle flow into high vacuum using kinetic and continuum approaches // New results in numerical and experimental fluid mechanics VII: Contribut. to the 16th STAB/DGLR symp., Aachen (Germany), Nov. 3–4, 2008. Berlin; Heidelberg: Springer, 2010. P. 423–430.
8. **Wilmoth R. G., Mitcheltree R. A., Moss J. N., Dogra V. K.** Zonally decoupled direct simulation Monte Carlo solutions of hypersonic blunt-body wake flows // J. Spacecraft Rockets. 1994. V. 31, N 6. P. 971–979.
9. **Бретшнайдер С.** Свойства газов и жидкостей. Инженерные методы расчета. Л.: Химия. Ленингр. отд-ние, 1966.
10. **Roe P. L.** Characteristic-based schemes for the Euler equations // Annual Rev. Fluid Mech. 1986. V. 18. P. 337–365.
11. **Ivanov M. S., Kashkovsky A. V., Gimelshein S. F., et al.** SMILE system for 2D/3D DSMC computations // Rarefied gas dynamics: Proc. of the 25th Intern. symp., Saint-Petersburg (Russia), 21–28 July 2006 / Ed. by M. S. Ivanov, A. K. Rebrov. S.-Petersburg: Siberian Branch of Russ. Acad. of Sci., 2007. P. 539–544.
12. **Borgnakke C., Larsen P. S.** Statistical collision model for Monte Carlo simulation of polyatomic gas mixture // J. Comput. Phys. 1975. V. 18, iss. 4. P. 405–420.
13. **Parker J. G.** Rotational and vibrational relaxation in diatomic gases // Phys. Fluids. 1959. V. 2, iss. 4. P. 449–462.
14. **Bird G. A.** Breakdown of continuum flow in freejets and rocket plumes // Rarefied gas dynamics: Proc. of the 12th Intern. symp., Charlottesville (USA), July 7–11, 1980. S. 1.: AIAA, 1980. P. 681–693.
15. **Hagena O. F.** Nucleation and growth of clusters in expanding nozzle flows // Surface Sci. 1981. V. 106. P. 101–116.
16. **Герасимов Ю. И., Ярыгин В. Н.** Истечение струй идеального и реальных газов из осесимметричных сопел. Вопросы подобия. 1. Истечение струй в вакуум // Физ.-хим. кинетика в газовой динамике. 2012. Т. 13, № 1. С. 1–22.
17. **Zarvin A. E., Kalyada V. V., Madirbaev V. Zh., et al.** Condensable supersonic jet facility for analyses of transient low-temperature gas kinetics and plasma chemistry of hydrocarbons // IEEE Trans. Plasma Sci. 2017. V. 45, iss. 5. P. 819–827.
18. **Дубровин К. А., Зарвин А. Е., Каляда В. В. и др.** Исследование структуры потока на малогабаритном газодинамическом комплексе: идентификация вторичного потока при истечении кластированной сверхзвуковой струи в разреженное пространство // ПМТФ. 2018. Т. 59, № 5. С. 48–58.

19. **Zarvin A. E., Dubrovin K. A., Yaskin A. S., et al.** Simulation of the spacecraft supersonic jets in vacuum on small-sized laboratory installations // J. Phys. Conf. Ser. 2021. V. 1799. 012040.
20. **Зарвин А. Е., Яскин А. С., Каляда В. В.** Влияние конденсации на размеры сильно недорасширенных струй при истечении в разреженное затопленное пространство // ПМТФ. 2018. Т. 59, № 1. С. 99–106.

*Поступила в редакцию 15/VII 2022 г.,  
после доработки — 12/V 2023 г.  
Принята к публикации 29/V 2023 г.*

---