Физика горения и взрыва

6
1984 г.

К ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ ГАЗОВ

Ю. М. Лаевский, В. С. Бабкин, В. И. Дробышевич, С. И. Потытняков

(Новосибирск)

В работах [1, 2] рассмотрены закономерности процесса фильтрационного горения газов и показана существенная роль внутреннего (межфазного) и внешнего (система — окружающая среда) теплообмена. Наличие конечного теплообмена в волне горения приводит к возможности ее стационарного распространения за счет протекания высокотемпературной газофазной химической реакции в относительно узких поровых каналах. Для этого режима характерны низкие линейные скорости распространения и существенно двухтемпературная структура тепловой волны (РНС).

Из физических соображений можно ожидать, что по мере увеличения интенсивности внутреннего теплообмена (например, при уменьшении диаметра порового канала) разница температур фаз в волне горения будет уменьшаться и в предельном случае двухтемпературная структура волны выродится в однотемпературную. При этом твердая фаза будет играть роль гомогенной теплопроводящей инертной добавки. С другой стороны, при уменьшении внутреннего теплообмена процесс должен переходить на новый режим, в котором твердая фаза, фактически исключенная из сферы теплового взаимодействия в зоне пламени, не будет оказывать влияния на газофазное горение. Этот режим распространения пламени в инертной пористой среде, идущий с высокими линейными скоростями за счет переносных свойств газа (РВС), экспериментально исследовался ранее в [3, 4].

Таким образом, при вариациях межфазного теплообмена можно ожидать существенного изменения роли твердой фазы в процессе фильтрационного горения газов и, как следствие, существенного изменения структурных и скоростных характеристик волн. Теоретическое исследование этих вопросов является задачей настоящей работы.

1. Постановка задачи

Рассматриваются стационарные адиабатические плоские волны горения в неограниченной пористой инертной среде при подводе горючей газовой смеси к зоне реакции фильтрационным потоком. Уравнения, описывающие стационарное распространение фронта пламени в системе координат, связанной с волной, имеют вид

$$\begin{gathered}\frac{d}{d\xi}\varkappa_\eta\frac{d\eta}{d\xi}-\frac{d\eta}{d\xi}-\tau w(\eta,y)=0,\\ \frac{d}{d\xi}\varkappa_T\frac{dy}{d\xi}-\frac{dy}{d\xi}+\tau y_b w(\eta,y)-\alpha(y-z)=0,\\ \frac{d}{d\xi}\varkappa_\Theta\frac{dz}{d\xi}-(\omega-1)\frac{dz}{d\xi}+\alpha(y-z)=0.\end{gathered}\tag{1.1}$$

Система (1.1) записана в безразмерных переменных: η — относительная массовая концентрация недостающего компонента; $y=\frac{T-T_0}{T_p-T_0}$; $z=\frac{\Theta-T_0}{T_p-T_0}$; T и Θ — температуры газовой и твердой фаз; T_0 — температура исходной смеси; T_p — максимальная температура газа в зоне реакции; $\xi=x/L$; x — независимая пространственная переменная; $L=\frac{m\lambda_{Tp}+(1-m)\lambda_{\Theta p}}{mc_T G}$; m — пористость; $\lambda_{Tp}=\lambda_T(1)$; $\lambda_{\Theta p}=\lambda_\Theta(1)$; $\lambda_T(y)$ — теплопроводность газа; $\lambda_\Theta(y)$ — эффективная продольная теплопроводность инертного слоя; $c_T=$ $=\mathrm{const}$ — удельная теплоемкость газа; $G=\rho_T(v-u)$ — плотность потока газа (массовая скорость); $\rho_T(y)$ — плотность газовой фазы; $v(y)$ — скорость потока; u — скорость волны.

Из уравнения неразрывности следует

$$G=\rho_{T0}(v_0-u)=\mathrm{const},\ \rho_{T0}=\rho_T(0),\ v_0=v(0).$$

Далее,

$$\varkappa_\eta=\rho_{T0}D/GL;\ \varkappa_T=\lambda_T/c_T GL;\ \varkappa_\Theta=(1-m)\lambda_\Theta/mc_T GL;$$

D — коэффициент диффузии; $\alpha=\alpha_0 S_{\text{уд}}L/mc_T G$; α_0 — коэффициент теплообмена; $S_{\text{уд}}$ — удельная поверхность слоя; $\omega=\frac{v_0-(1+\sigma)u}{v_0-u}$; $\sigma=$ $=\frac{(1-m)c_\Theta\rho_\Theta}{mc_T\rho_T}$; c_Θ и ρ_Θ — удельная теплоемкость и плотность твердой фазы, $y_b=\frac{T_b-T_0}{T_p-T_0}$; T_b — адиабатическая температура горения газовой смеси; $\tau=\frac{L\rho_T}{G}k_0\exp(-1/\beta)$; $\beta=RT_p/E$; E — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная; k_0 — предэкспонент. Рассматривается необратимая реакция первого порядка

$$w(\eta,y)=\eta\exp\left[\frac{1}{\gamma}\frac{y-1}{1+\delta(y-1)}\right],\quad \delta=\frac{T_p-T_0}{T_p},\quad \gamma=\frac{\beta}{\delta}. \tag{1.2}$$

Граничные условия для системы (1.1) имеют вид

$$\xi=-\infty:\quad \eta=1,\quad y=0,\quad z=0, \tag{1.3а}$$

$$\xi=+\infty:\quad \eta=0,\quad \frac{dy}{d\xi}=0,\quad \frac{dz}{d\xi}=0. \tag{1.3б}$$

Порядок системы (1.1) может быть понижен. Домножим первое уравнение на y_b, сложим все три уравнения и результат проинтегрируем от $-\infty$ до ξ, используя при этом граничные условия (1.3а). Получим

$$y_b\varkappa_\eta\frac{d\eta}{d\xi}+\varkappa_T\frac{dy}{d\xi}+\varkappa_\Theta\frac{dz}{d\xi}-y_b(\eta-1)-y-(\omega-1)z=0. \tag{1.4}$$

Из третьего уравнения системы (1.1), условий (1.3б) и равенства (1.4) следует, что $y=z=y_e$ при $\xi=+\infty$, где $y_e=y_b/\omega$ — безразмерная равновесная температура. Из очевидного требования $y_e>0$ следует условие $\omega>0$. Отметим, что условия $\omega<1$, $\omega>1$ и $\omega=1$ соответствуют значениям скорости волны $u>0$, $u<0$ и $u=0$.

Введем переменную $p(\xi)$ по формуле

$$p=y+(\omega-1)z-\varkappa_T\frac{dy}{d\xi}-\varkappa_\Theta\frac{dz}{d\xi}. \tag{1.5}$$

Тогда задача о распространении фронта пламени при фильтрационном горении газа примет вид

$$\begin{aligned} y_b\varkappa_\eta\frac{d\eta}{d\xi}&=y_b(\eta-1)+p,\\ \frac{dp}{d\xi}&=\tau y_b w(\eta,y). \end{aligned} \tag{1.6}$$

Уравнением для y служит равенство (1.5), а для z остается третье уравнение системы (1.1)

$$\xi=-\infty;\quad p=0;\quad \xi=+\infty:\quad p=y_b. \tag{1.7}$$

Задачу о нахождении собственного числа u будем решать для больших энергий активации или во введенных обозначениях при выполнении неравенства

$$\beta \ll 1. \tag{1.8}$$

Из (1.8) следует возможность использования преобразования Франк-Каменецкого функции скорости реакции в окрестности значения $y-1$:

$$w_0(\eta,\ y)=\eta\exp[(y-1)/\gamma]. \tag{1.9}$$

Неравенство (1.8) позволяет использовать некоторую модификацию подхода, предложенного в [5], которую в дальнейшем будем называть методом встречной экстраполяции. Ниже отдельно рассматривается предельный случай фильтрационного горения газа в условиях бесконечно интенсивного теплообмена ($\alpha=\infty$). Методом сращиваемых асимптотических разложений будет получено алгебраическое уравнение для нулевого приближения собственного числа задачи, которое при определенных формальных предположениях переходит с точностью до $O(\beta)$ в известные формулы для скорости распространения фронта ламинарного пламени при $\mathrm{Le}\neq 1$ [6, 7] и пламени в конденсированной среде ($\mathrm{Le}=0$) [8, 9]. На этом же предельном случае продемонстрируем метод встречной экстраполяции. Далее, при помощи этого метода будет найдено уравнение для скорости волны при произвольных α.

2. Определение скорости волны при $\alpha=\infty$

Переходя в уравнении для z к пределу при $\alpha\to\infty$, получим $y=z$, и соответствующая однотемпературная модель примет вид

$$\begin{aligned} &y_b\varkappa_\eta\frac{d\eta}{d\xi}=y_b(\eta-1)+p,\\ &\frac{dp}{d\xi}=\tau y_b w(\eta,y),\\ &\varkappa\frac{dy}{d\xi}=\omega y-p, \end{aligned} \tag{2.1}$$

где $\varkappa=\varkappa_T+\varkappa_\Theta$, с граничными условиями

$$\begin{aligned} &\xi=-\infty:\ \eta=1,\ p=0,\ y=0,\\ &\xi=+\infty:\ \eta=0,\ p=y_b,\ y=y_e. \end{aligned} \tag{2.2}$$

При $\varkappa_\eta=\varkappa_T=0$ данная модель формально совпадает (в соответствующих обозначениях) с моделью распространения фронта реакции в неподвижном слое катализатора [10] и при $\varkappa_\eta=0$ ($\mathrm{Le}=0$) и $\omega=1$ — с моделью распространения волны горения в конденсированной среде [8, 9].

В рассмотренном случае y монотонно меняется от 0 до 1 при $-\infty\leqslant\xi\leqslant+\infty$ и, следовательно, $y_e=1$, $y_b=\omega$. Следуя стандартной процедуре [11], полагаем y независимой переменной и $p=p(y)$, $\eta=\eta(y)$. Тогда задача (2.1), (2.2) перепишется в виде

$$\begin{aligned} &\omega\frac{\varkappa_\eta}{\varkappa}(\omega y-p)\frac{d\eta}{dy}=\omega(\eta-1)+p,\\ &\frac{1}{\varkappa}(\omega y-p)\frac{dp}{dy}=\tau\omega w(\eta,y), \end{aligned} \tag{2.3}$$

$$\begin{aligned} &\eta(0)=1,\quad p(0)=0,\\ &\eta(1)=0,\quad p(1)=\omega. \end{aligned} \tag{2.4}$$

Через $\eta_0(y)$ и $p_0(y)$ будем обозначать нулевые приближения соответствующих функций в области, примыкающей к $y=0$ (внешняя область), и через $\eta_1(y_*)$, $p_1(y_*)$ — нулевые приближения в области, примыкающей к $y=1$ (внутренняя область). Здесь $y_* = (1-y)/\beta$ — внутренняя переменная. Во внешней области $p_0(y)=0$ и условие сращивания внешнего и внутреннего решений принимает вид

$$p_1(y_*) \to 0 \quad \text{при } y_* \to \infty. \tag{2.5}$$

Линеаризуя функции $\varkappa$, $\varkappa_\eta$ и τ во внутренней области ($\varkappa(1)=1$) и используя преобразование Франк-Каменецкого (1.9), получим

$$\begin{aligned} &\frac{\omega\varkappa_{\eta p}}{\beta}(p_1-\omega)\frac{d\eta}{dy_*} = \omega(\eta_1-1)+p_1, \\ &\frac{1}{\beta}(p_1-\omega)\frac{dp}{dy_*} = \tau_p\omega\eta_1 e^{-\delta y_*}, \end{aligned} \tag{2.6}$$

$$\eta_1(0)=0, \quad p_1(0)=\omega. \tag{2.7}$$

Проинтегрируем второе уравнение системы (2.6) от 0 до ∞ с учетом условий (2.5), (2.7)

$$\frac{\omega}{2\beta} = \tau_p \int\limits_0^\infty \eta_1 e^{-\delta y_*} dy_*. \tag{2.8}$$

Найдем η_1 из первого уравнения системы (2.6), подставим полученное выражение во второе и результат проинтегрируем от 0 до ∞. Учитывая равенство

$$\int\limits_0^\infty \frac{d\eta_1}{dy_*} e^{-\delta y_*} dy_* = \delta \int\limits_0^\infty \eta_1 e^{-\delta y_*} dy_*,$$

получим

$$\tau_p - \frac{\omega}{\gamma} = \tau_p \delta \frac{\omega}{\gamma} \varkappa_{\eta p} \int\limits_0^\infty \eta_1 e^{-\delta y_*} dy_*. \tag{2.9}$$

Исключая из (2.8) и (2.9) $\int\limits_0^\infty \eta_1 e^{-\delta y_*} dy_*$, найдем уравнение для нулевого приближения скорости волны

$$\frac{2(\gamma/\omega)^2}{\varkappa_{\eta p} + 2\gamma/\omega}\tau_p = 1. \tag{2.10}$$

При этом $T_p = T_0 + (T_b - T_0)/\omega$.

Если в системе отсутствует твердая фаза ($m=1$), то $\varkappa_{\eta p} = \mathrm{Le}$, $\omega = 1$ и равенство (2.10) с точностью до членов порядка $O(\beta)$ переходит в известную формулу для нормальной скорости ламинарного пламени [11]. Если формально положить $\varkappa_{\eta p} = 0$ и $\omega = 1$, то (2.10) переходит в формулу для скорости волны горения в конденсированной среде [8, 9]. Отличительная особенность уравнения (2.10) состоит в том, что оно дает скорость волны при любых $\varkappa_\eta$ (в том числе и при малых $\varkappa_\eta \sim \beta$ — ситуация, имеющая место в рассматриваемом случае).

Теперь на задаче (2.1), (2.2) продемонстрируем метод встречной экстраполяции. Проинтегрируем второе уравнение системы (2.1) по ξ от $-\infty$ до $+\infty$. С учетом граничных условий получим

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} \tau w(\eta, y)\, d\xi = 1. \tag{2.11}$$

В зоне прогрева $p(\xi)=0$, а функции η и y имеют экспоненциальный характер. Располагая зону реакции в окрестности $\xi = 0$ и линеаризуя в этой точке функции $\varkappa_\eta$ и $\varkappa$, найдем экстраполированные из зоны прогрева в зону реакции концентрацию и температуру

$$\begin{aligned} \eta_-(\xi) &= 1 - \exp(\xi/\varkappa_{\eta p}), \\ y_-(\xi) &= \exp(\omega\xi) \approx 1 + \omega\xi \end{aligned} \tag{2.12}$$

(функцию η не раскладываем в ряд, так как $\varkappa_{\eta p}$ может быть, вообще говоря, сколь угодно малой величиной). Далее экстраполируем концентрацию и температуру в зону реакции из зоны продуктов ($\xi > 0$)

$$\eta_+(\xi) = 0, \; y_+(\xi) = 1. \tag{2.13}$$

В качестве $\eta(\xi)$ и $y(\xi)$ возьмем

$$\eta_0(\xi) = \frac{1}{2}[\eta_-(\xi) + \eta_+(\xi)], \quad y_0(\xi) = \frac{1}{2}[y_-(\xi) + y_+(\xi)]. \tag{2.14}$$

Здесь используются следующие соображения. Разложим функции $\eta(\xi)$ и $y(\xi)$ в ряды Фурье в окрестности $\xi = 0$ и устремим ширину зоны реакции к нулю. Тогда формальные производные от соответствующих рядов стремятся к разрывным функциям, которые в точке разрыва принимают значения полусумм левых и правых пределов.

Линеаризируя функцию τ в точке $\xi = 0$ и используя (1.9), вместо (2.11) получим

$$\tau_p \int\limits_{-\infty}^{0} \eta_0(\xi) \exp\{[y_0(\xi) - 1]/\gamma\} d\xi = 1. \tag{2.15}$$

Подставляя в (2.15) равенства (2.12)—(2.14), получим формулу для скорости волны, совпадающую с (2.10). Таким образом, используя в отличие от [5] экстраполяцию в зону реакции решения из зон прогрева и продуктов, в формуле для скорости волны получен постоянный коэффициент $\sqrt{2}$, а не единица.

3. Определение скорости волны при конечных α

Рассмотрим исходную задачу. В общем случае температура газа не является монотонной функцией. Пусть ее максимум, находящийся в зоне реакции, достигается при $\xi = 0$, т. е. $y(0) = 1$, $\frac{dy}{d\xi}(0) = 0$. Проэкстраполируем концентрацию из зоны прогрева в зону реакции

$$\eta_-(\xi) = 1 + (\eta_p - 1) e^{-\xi/\varkappa_{\eta p}}. \tag{3.1}$$

Здесь учитывается тот факт, что при достижении максимальной температуры еще не все вещество прореагировало, и реакция продолжается при температурах ниже максимальной. Экстраполяция из зоны охлаждения дает

$$\eta_+(\xi) = 0. \tag{3.2}$$

Экстраполируя ограниченное решение задачи (1.6) из окрестности точки $\xi = 0$, $y = 1$, $\frac{dy}{d\xi} = 0$ на всю зону реакции, получим

$$\begin{aligned} \eta_0(\xi) &= \eta_p e^{\nu\xi}, \\ p_0(\xi) &= y_b + (p_p - y_b) e^{\nu\xi}, \end{aligned} \tag{3.3}$$

где

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{1}{2\varkappa_{\eta p}}\left(1 - \sqrt{1 + 4\tau_p \varkappa_{\eta p}}\right) < 0, \\ \eta_p &= \frac{1}{1 - \varkappa_{\eta p}\nu}\left(1 - \frac{p_p}{y_b}\right). \end{aligned} \tag{3.4}$$

Последнее равенство является условием ограниченности решения при больших ξ. Это требование соответствует тому факту, что зона охлаждения образуется из-за выгорания горючей смеси. В силу этой же причины в качестве результата применения метода встречной экстраполяции возьмем

$$\eta_-^0(\xi) = \frac{1}{2}\left(\eta_-(\xi) + \eta_p e^{\nu\xi}\right), \quad \xi < 0,$$
$$\eta_+^0(\xi) = \frac{1}{2}\eta_p e^{\nu\xi}, \qquad \xi > 0. \tag{3.5}$$

Здесь использовано равенство (3.2).

Экстраполированные из зон прогрева и охлаждения температурные профили определяются из системы уравнений

$$\frac{dy}{d\xi} = \frac{1}{\varkappa_{Tp}} y + \frac{\omega - 1}{\varkappa_{Tp}} z - \frac{\varkappa_{\Theta p}}{\varkappa_{Tp}} z' + f,$$
$$\frac{dz}{d\xi} = z', \tag{3.6}$$
$$\frac{dz'}{d\xi} = -\frac{\alpha}{\varkappa_{\Theta p}} y + \frac{\alpha}{\varkappa_{\Theta p}} z + \frac{\omega - 1}{\varkappa_{\Theta p}} z',$$

где $f = 0$ при $\xi < 0$ и $f = -\dfrac{y_b}{\varkappa_{Tp}}$ при $\xi > 0$. Собственные числа матрицы системы определяются как корни характеристического уравнения

$$\mu^3 + \left(\frac{1-\omega}{\varkappa_{\Theta p}} - \frac{1}{\varkappa_{Tp}}\right)\mu^2 + \frac{\omega - 1 - \alpha}{\varkappa_{Tp}\varkappa_{\Theta p}}\mu + \frac{\alpha\omega}{\varkappa_{Tp}\varkappa_{\Theta p}} = 0. \tag{3.7}$$

Анализ уравнения (3.7) показывает, что при выполнении условия $\varkappa_{Tp} < 1/2$ все корни вещественные и $0 < \mu_1 < \mu_2$, $\mu_3 < 0$. Кроме того, имеют место неравенства

$$\mu_3 < \frac{\omega - 1}{\varkappa_{\Theta p}} < \mu_1 < \frac{1}{\varkappa_{Tp}} < \mu_2 \quad \text{при } \varkappa_{Tp}\omega < 1,$$
$$\frac{1}{\varkappa_{Tp}} < \mu_1 < \frac{\omega - 1}{\varkappa_{\Theta p}} < \mu_2 \quad \text{при } \varkappa_{Tp}\omega > 1. \tag{3.8}$$

В случае $\varkappa_{Tp}\omega = 1$

$$\mu_1 = \frac{1}{\varkappa_{Tp}}, \quad \mu_{2,3} = \frac{1}{2\varkappa_{Tp}}\left(1 \pm \sqrt{1 + 4\alpha\frac{\varkappa_{Tp}}{\varkappa_{\Theta p}}}\right).$$

Проэкстраполируем решение системы (3.6) из зон прогрева и охлаждения в зону реакции и потребуем непрерывности функций z и z' в точке $\xi = 0$. Тогда ограниченное решение задачи может быть представлено в следующем виде

$$y_- = ae^{\mu_1\xi} + be^{\mu_2\xi},$$
$$z_- = r_1 ae^{\mu_1\xi} + r_2 be^{\mu_2\xi}, \tag{3.9}$$
$$z'_- = \mu_1 r_1 ae^{\mu_1\xi} + \mu_2 r_2 be^{\mu_2\xi},$$

$$y_+ = y_e - ce^{\mu_3\xi},$$
$$z_+ = y_e - r_3 ce^{\mu_3\xi}, \tag{3.10}$$
$$z'_+ = -\mu_3 r_3 ce^{\mu_3\xi},$$

где $r_i = \dfrac{\varkappa_{Tp}\mu_i - 1}{\omega - 1 - \varkappa_{\Theta p}\mu_i}$. Постоянные a, b и c определяются равенствами

$$a = -\frac{\mu_2\mu_3 y_e + \Delta}{r_1(\mu_2 - \mu_1)(\mu_1 - \mu_3)}, \quad b = -\frac{\mu_1\mu_3 y_e + \Delta}{r_2(\mu_2 - \mu_1)(\mu_3 - \mu_2)},$$
$$c = -\frac{\mu_1\mu_2 y_e + \Delta}{r_3(\mu_1 - \mu_3)(\mu_3 - \mu_2)}, \quad \Delta = \frac{\alpha}{\varkappa_{\Theta p}}[y_+(0) - y_-(0)]. \tag{3.11}$$

Далее, положим $y_-(\xi_-) = y_+(\xi_+) = 1$, где $|\xi_\pm| \ll \beta$. Согласно (3.9), (3.10), эти равенства могут быть переписаны в виде

$$\begin{aligned} a + be^{\mu_2\xi_-} &= 1, \\ ce^{\mu_3\xi_+} &= y_e - 1. \end{aligned} \tag{3.12}$$

Здесь использован тот факт, что μ_1 — ограниченный корень при $0 \leqslant \alpha \leqslant \infty$ и, следовательно, при любых α с точностью $0(\beta)$ имеет место $e^{\mu_1\xi_-} = 1$. Подставляя выражения (3.11) в равенства (3.12) и исключая Δ, найдем y_e. Полученная таким образом величина удовлетворяет неравенствам $0 < y_e < 1$, которые следуют из оценок (3.8). Далее, согласно (1.5), получим

$$p_р = y_b - \varkappa_{Tр}\mu_3 ce^{\mu_3\xi_+}. \tag{3.13}$$

Из оценок (3.8) следует $0 < p_р < y_b$.

Теперь воспользуемся методом встречной экстраполяции

$$\begin{aligned} y_-^0(\xi) &= \frac{1}{2}[1 + y_-(\xi)] \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{dy_-(\xi_-)}{d\xi}(\xi - \xi_-), \\ y_+^0(\xi) &= \frac{1}{2}[1 + y_+(\xi)] \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{dy_+(\xi_+)}{d\xi}(\xi - \xi_+). \end{aligned} \tag{3.14}$$

Согласно (3.9), (3.10), имеем

$$\frac{dy_-(\xi_-)}{d\xi} = \mu_1 a + \mu_2 be^{\mu_2\xi_-}, \quad \frac{dy_+(\xi_+)}{d\xi} = -\mu_3 ce^{\mu_3\xi_+}. \tag{3.15}$$

Интегральный баланс дает

$$1 = \tau_р\left\{\int\limits_{-\infty}^{0} \eta_-^0 \exp\left[\frac{1}{\gamma}(y_-^0 - 1)\right]d\xi + \int\limits_{0}^{\infty} \eta_+^0 \exp\left[\frac{1}{\gamma}(y_+^0 - 1)\right]d\xi\right\}. \tag{3.16}$$

Подставляя в равенство (3.16) выражения (3.5), (3.14), после всех преобразований получим

$$\tau_р\left(\frac{2\gamma_-^2}{\varkappa_{\eta р} + 2\gamma_-} + \eta_р\varphi\right) = 1, \tag{3.17}$$

где

$$\varphi = 2\gamma_-\left(\frac{\gamma_- + \varkappa_{\eta р}}{2\gamma_- + \varkappa_{\eta р}} - \nu\gamma_-\right) - \frac{\gamma_+}{1 + 2\nu\gamma_+}, \quad \gamma_\pm = \frac{\gamma}{\dfrac{dy_\pm(\xi_\pm)}{d\xi}}.$$

Величины ν, $\eta_р$, y_b, $\dfrac{dy_\pm(\xi_\pm)}{d\xi}$ определяются из (3.4), (3.12), (3.13), (3.15). При этом $T_р = T_0 + (T_b - T_0)/y_b$. Детальный анализ формулы (3.17) показывает, что при $\alpha \to 0$ она переходит в равенство

$$\frac{2\gamma^2}{\mathrm{Le}_b + 2\gamma}\varkappa_{Tb}\tau_b = 1, \tag{3.18}$$

которое в соответствующих обозначениях с точностью до членов $0(\beta)$ совпадает с формулой для нормальной скорости ламинарного пламени. При $\alpha \to \infty$ (3.17) переходит в (2.10). Кроме того, в указанных предельных случаях $\eta_р = 0$, что вполне естественно (температура газа монотонна и зона догорания отсутствует).

4. Обсуждение результатов

Учет теплового межфазного взаимодействия без ограничения его интенсивности в зоне тепловой волны позволяет наиболее полно проанализировать роль различных характеристик пористой среды в процессе фильтрационного горения газов в широком диапазоне изменения α, включая предельные случаи $\alpha = 0$ и $\alpha = \infty$. Ниже приводятся результаты этого анализа при следующем выборе эмпирических формул для определения параметров задачи.

Коэффициент теплообмена определяется по формулам [12]

$$\mathrm{Nu}_э = 0{,}725\mathrm{Re}_э^{0,47}, \quad \mathrm{Re}_э \leqslant 30,$$

$$\mathrm{Nu}_э = 0{,}395\mathrm{Re}_э^{0,64}, \quad \mathrm{Re}_э \geqslant 30,$$

где

$$\mathrm{Nu}_э = \frac{\alpha_0 d_э}{\lambda_T}, \quad \mathrm{Re}_э = \frac{2}{3}\frac{m d v_0 \rho_{T0} c_T}{(1-m)\lambda_{T0}} = \frac{v d_э}{\nu}.$$

Здесь учтено, что для РНС $\rho_T v \approx \rho_{T0} v_0$ и $\mathrm{Pr} = 1$. Причем если $\mathrm{Nu}_э < 2$, то полагаем $\mathrm{Nu}_э = 2$. Эффективную теплопроводность каркаса находили по формуле [12]

$$\lambda_\Theta = \lambda_T(1 + \zeta\,\mathrm{Re})\Phi + \alpha_r d,$$

где $\zeta = 0{,}1$; $\Phi = 0{,}1$; $\alpha_r = 0{,}227\frac{p}{2-p} \times \left(\frac{T_{оп}}{100}\right)^3$ — коэффициент теплообмена излучением в пористой среде; $p = 1$; $T_{оп} = 1000$ К; $\lambda_T \ll \lambda_к$ — теплопроводности материала пористой среды; $\mathrm{Re}_э = \frac{2m}{3(1-m)}\mathrm{Re}$.

При определении $S_{уд}$ предполагалось, что пористая среда состоит из элементов с поверхностью, равной шару диаметром d:

$$S_{уд} = \frac{4m}{d_э} = \frac{6(1-m)}{d}.$$

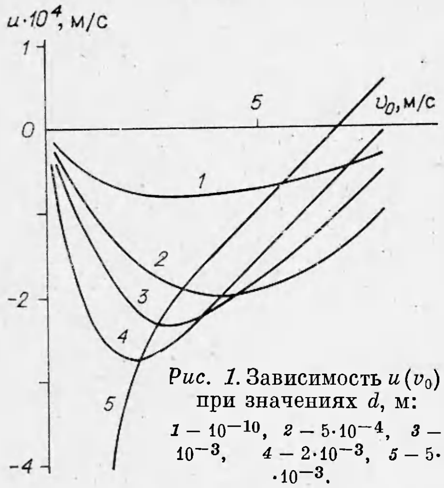

Рис. 1. Зависимость $u(v_0)$ при значениях d, м: *1* — 10^{-10}, *2* — $5\cdot10^{-4}$, *3* — 10^{-3}, *4* — $2\cdot10^{-3}$, *5* — $5\cdot10^{-3}$.

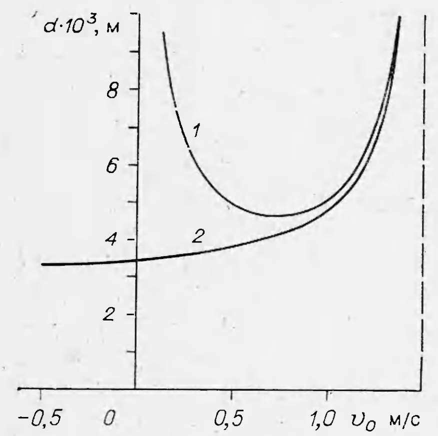

Рис. 2. Области существования РНС и РВС.

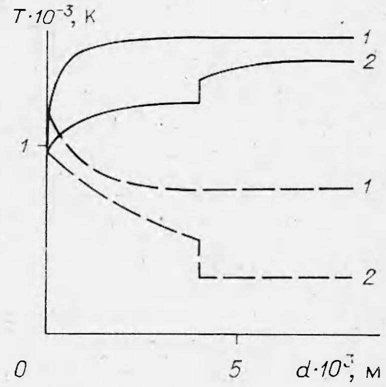

Рис. 3. Зависимость $T_р$ (сплошные линии) и T_e (штриховые) от d при $v_0 = 2$ (*1*) и 0,5 м/с (*2*).

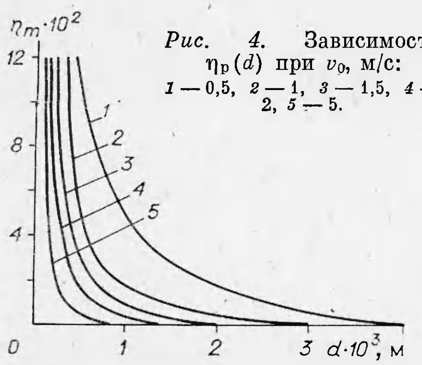

Рис. 4. Зависимость $\eta_р(d)$ при v_0, м/с: *1* — 0,5, *2* — 1, *3* — 1,5, *4* — 2, *5* — 5.

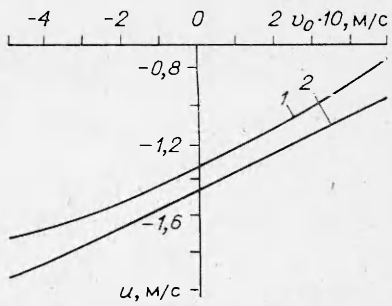

Рис. 5. Зависимость $u(v_0)$ в РВС при $d = 5\cdot10^{-3}$ (*1*) и 10^{-2} м (*2*).

Приведенные ниже результаты теоретического анализа (рис. 1—5) получены при следующих численных значениях параметров: $k_0 = 5 \cdot 10^{10}$ 1/с, $E = 126$ кДж/моль, $m = 0{,}5$, $\rho_{T0} = 0{,}5$ кг/м^3, $\rho_\Theta = 5 \cdot 10^3$ кг/м^3, $c_T - c_\Theta = 1$ кДж/(кг · К), $\lambda_T - 0{,}1$ Вт/(м · К), $T_b = 1500$ К.

В случае $\alpha \to \infty$ уравнение (3.17) переходит в (2.10). На рис. 1 приведена зависимость скорости волны горения u от скорости потока горючей смеси v_0. Видно, что поведение кривой $u(v_0)$ имеет типичный для РНС U-образный характер.

Полученному результату можно придать следующий физический смысл. В системе координат, связанной с фронтом пламени, горючий газ поступает в зону горения со скоростью $v_0 - u$, а пористая среда — со скоростью $|u|$, т. е. каждому значению $|u|$ при $u < 0$ соответствует процесс горения газовой смеси с некоторой фиксированной гомогенной инертной добавкой. Чем больше $|u|$, тем больше газ «разбавлен» инертной добавкой и тем ниже температура пламени $T_e = T_0 + Q/\omega c_T$, ω увеличивается. В состоянии «стоячей волны» ($\omega = 1$) «разбавление» инертом отсутствует и температура пламени, так же как и в РВС, равна адиабатической. Но при этом скорость пламени относительно горючего газа оказывается выше, чем в случае РВС (см. рис. 1). Это объясняется тем, что инертная добавка при $u < 0$ не только понижает температуру пламени, но и увеличивает скорость пламени за счет более высокой эффективной теплопроводности. Действительно, если исключить эффект понижения температуры пламени, сохранив при этом неподвижную добавку в зоне пламени (случай $u = 0$ или $\omega = 1$), то из (2.10), (3.18) следует

$$\frac{v_{0,\alpha\to\infty}}{v_{0,\alpha\to 0}} = \sqrt{\frac{\lambda_{эф}}{\lambda_T}\,\frac{\mathrm{Le} + 2\gamma}{\varkappa_\eta + 2\gamma}} \approx 6{,}3,$$

где $\lambda_{эф} = \lambda_T + \frac{(1-m)}{m}\lambda_\Theta$; $\gamma = RT^2/E\,(T_b - T_0)$. Эта оценка показывает высокую способность теплопроводящей добавки увеличивать скорость распространения газового пламени.

В случае $\alpha \to 0$ уравнение (3.17) переходит в (3.18) для нормальной скорости ламинарного пламени [11]. Таким образом, режим горения при $\alpha \to 0$ лежит в области РВС и соответствует обычному процессу ламинарного распространения пламени, характеризующемуся нормальной скоростью S_u и идущему за счет молекулярных переносных свойств газовой фазы. При этом система (1.1), как отмечалось в [1], расщепляется: слабый сток тепла из газа, учитываемый уравнением для пористой среды, практически не оказывает влияния на распространение пламени против потока. Это означает, что разрывается цикл рекуперации тепла в схеме продукты сгорания — пористая среда — свежий газ — продукты сгорания.

Модель не дает решения для РВС при движении волны вниз по потоку в направлении продуктов сгорания, и это соответствует реальности: в достаточно длинной трубе пламя не может распространяться по потоку сколь угодно долго с большими линейными скоростями, так как при реально существующей малой, но конечной величине α температура пористой среды со временем поднимается до больших значений, определяемых величиной T_e, и РВС перейдет в РНС. Следовательно, естественным ограничением для РВС является условие $v < S_u$.

Необходимо заметить, что рассматриваемая модель процесса не учитывает аэродинамического взаимодействия газа с пористой средой. Поле скоростей газа в поперечных направлениях принимается однородным. Поэтому предельному случаю $\alpha \to 0$ отвечает процесс ламинарного распространения пламени с нормальной скоростью $S_u = v - u$. В действительности, как показывает опыт [3, 4], в РВС наблюдается, как правило, не ламинарное горение, а турбулентное. При этом скорость распространения волны горения относительно свежего газа $S_{pu} > S_u$. Учет этого обстоятельства требует модификации уравнений (1.1) с привлечением, в частности, турбулентных характеристик тепломассопереноса в газовой фазе, что выходит за рамки настоящего исследования.

Случай $0 < \alpha < \infty$. При конечных значениях α может реализоваться РНС с присущими этому режиму особенностями [1, 2]. Зависимость $u(v_0)$ имеет характерный U-образный вид с минимальной скоростью $u_{\min}$ при некотором значении v_m (см. рис. 1). При $\omega > 1$, $v_0 > 0$ тепловая волна движется против потока, при $\omega < 1$, $v_0 > 0$ — по потоку, условию $\omega = 1$ отвечает состояние стоячей волны. Скоростные характеристики волны зависят от величины внутреннего теплообмена, в частности от размера порового канала d и скорости потока v_0.

Из рис. 1 видно, что по мере уменьшения α (увеличения d) кривая $u(v_0)$ вытягивается в сторону отрицательных величин u. При некоторых значениях $v_{0,\text{кр}}$, $d_{\text{кр}}$ происходит переход на РВС. С математической точки зрения имеет место следующая картина. При фиксированном значении $v_0 < S_u$ и достаточно малом d уравнение (3.17) с условием $\omega > 0$ имеет одно решение, соответствующее РНС. С увеличением d его значение достигает $d'_{\text{кр}}$, при котором зарождаются еще два решения. Одно из них соответствует РВС, а второе (неустойчивое) с дальнейшим ростом d перемещается к корню, соответствующему РНС, и при $d = d''_{\text{кр}}$ сливается с ним. При дальнейшем росте d остается одно решение, которому отвечает РВС. На рис. 2 приведены бифуркационные кривые в плоскости параметров v_0, d. Ниже кривой *2* возможен только РНС, выше кривой *1* — только РВС, в области между этими кривыми возможна реализация обоих режимов в зависимости от начального состояния системы (область неединственности решения). Вопрос о выходе на тот или иной режим в этом случае в данной работе специально не исследовался. Из рис. 2 видно, что при $v_{0,\text{кр}} \to S_u$ (штриховая линия) $d'_{\text{кр}} \to \infty$ и $d''_{\text{кр}} \to \infty$. При $v_0 > S_u$ РВС невозможен.

Специфическая особенность РНС — пикообразный профиль температуры газа в зоне химической реакции. По ходу реакции температура газа «отрывается» от температуры пористой среды, проходит максимум T_p и далее релаксирует к конечной температуре системы T_e. На рис. 3 приведены зависимости T_p и T_e от диаметра порового канала при разных скоростях потока. Видно, что при $d \to 0$ разница между T_p и T_e уменьшается и на пределе температуры фаз совпадают. При $d > d_{\text{кр}}$ процесс горения переходит в РВС, а T_p и T_e скачкообразно принимают новые значения (ступеньки на кривых *2*). С ростом v_0 обе температуры поднимаются. Из-за больших значений $|u|$ в РВС T_e очень низки. Таким образом, РВС — принципиально двухтемпературный режим. Однако вследствие медленной релаксации температуры в газе фактор двухтемпературности не играет существенной роли в процессе распространения пламени.

Новый результат настоящего анализа — неполное выгорание η_p при T_p. На рис. 4 приведена зависимость $\eta_p(d)$ при разных скоростях потока. Видно, что при прочих равных условиях наибольшей неполноте выгорания отвечают малые d и v_0.

Рассматриваемая модель фильтрационного горения газов допускает существование волн горения в области $v_0 \leqslant 0$. Как и в случае $v_0 > 0$, принципиально возможны два режима горения: при больших α — РНС, при малых — РВС (см. рис. 1). Физически это означает, что горение поддерживается только внутрипоровым теплосодержанием газа. Поскольку в РВС межфазный теплообмен мал, пористая среда не препятствует распространению пламени и практическая реализация рассматриваемого случая в РВС не вызывает сомнений. Зависимости для этого случая приведены на рис. 5. Что касается РНС, то весьма низкие значения T_p и T_e делают этот режим маловероятным при нормальных условиях. Однако при повышенных давлениях, высокой пористости среды, больших тепловых эффектах режим РНС, по-видимому, может быть реализован в эксперименте. При этом существенное значение должны иметь теплопотери в окружающее пространство.

Выводы

1. Исследована двухтемпературная адиабатическая модель процесса фильтрационного горения газов с учетом молекулярного переноса в газовой фазе и конечной ширины зоны химической реакции, что позволило провести общий анализ роли теплового межфазного взаимодействия, включая предельные случаи. С помощью модифицированного экстраполяционного метода получены приближенные соотношения для определения основных характеристик процесса.

2. Показана возможность реализации двух режимов горения — РНС и РВС. Определены области параметров, отвечающих этим режимам. Указана область неединственности.

3. Показаны возможность и условия реализации трех типов распространения пламени: спутного движения волны горения в направлении продуктов сгорания, спутного и встречного в направлении свежего газа, в частности при нулевом значении скорости фильтрации.

4. Показана возможность торможения реакции за счет внутреннего теплового взаимодействия, приводящего к неполному выгоранию в области максимальных температур газа.

Поступила в редакцию 31/X 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. **В. С. Бабкин, В. И. Дробышевич и др.** ФГВ, 1983, 19, 2.
2. **С. И. Попытняков, Ю. М. Лаевский, В. С. Бабкин.** ФГВ, 1984, 20, 1.
3. **В. С. Бабкин, В. А. Бунев, А. А. Коржавин.**— В кн.: Горение газов и натуральных топлив. Черноголовка, 1980.
4. **А. А. Коржавин, В. А. Бунев и др.** ФГВ, 1982, 18, 6.
5. **Я. Б. Зельдович.** Кинетика и катализ, 1961, 2, 3.
6. **W. W. Bush, F. E. Fendell.** Combust. Scie. Technol., 1970, 1, 421.
7. **В. С. Берман, Ю. С. Рязанцев.** ПММ, 1972, 36, 4.
8. **В. С. Берман, Ю. С. Рязанцев.** ПМТФ, 1972, 5.
9. **Б. В. Новожилов.** Докл. АН СССР, 1961, 141, 1.
10. **О. В. Киселев, Ю. Ш. Матрос.** ФГВ, 1980, 16, 2.
11. **Я. Б. Зельдович, Г. И. Баренблатт и др.** Математическая теория горения и взрыва. М.: Наука, 1980.
12. **М. Э. Аэров, О. М. Тодес, Д. А. Наринский.** Аппараты со стационарным зернистым слоем. Л.: Химия, 1979.

ПАРОФАЗИОЕ ГОРЕНИЕ ЖИДКОСТИ В НАСТИЛЬНОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ФАКЕЛЕ

Г. С. Сухов, Л. П. Ярин

(Ленинград)

Горение жидкости при обдуве ее поверхности потоком газообразного окислителя лежит в основе разнообразных энергетических, химико-технологических и металлургических процессов, а также реализуется при пожарах (горение нефтяных пятен па море, нефтехранилищ и др.).

С позиций аэродинамической теории факела этот процесс исследован в [1]. На основе модели асимптотического пограничного слоя получены аналитические решения для полей гидродинамических, тепловых и диффузионных величин при ламинарном режиме течения, а также определены скорость горения жидкости, конфигурация фронта пламени и др. Учет химической кинетики [2] не привел к существенной коррекции основных результатов анализа [1], за исключением области срыва горения, возникающей на участке фронта реакции вблизи свободной поверхности.

В большинстве случаев, однако, горение носит турбулентный характер из-за возмущений, обычно присутствующих в потоке газа над