трубе. Довольно быстро, уже на первых диаметрах трубы в нижней части среднего сечения пламени появляется вогнутость, которая быстро увеличивается в размерах, распространяясь при этом вверх по среднему сечению. Когда пламя проходит 5—7 диаметров, его форма становится стационарной и больше не меняется. Таким образом формировалось вогнутое пламя при давлении 2.5 *ата*.

Однако такое постепенное изменение формы пламени происходит не всегда. Так, при давлении 4.25 *ата*, находящемся в интервале давления, при котором совершается переход от стационарного вогнутого пламени к стационарному выпуклому, смена выпуклой поверхности на вогнутую произошла в результате нескольких колебаний пламени (фиг. 5).

Заметим, что как до изменения формы, так и после пламя распространялось с постоянными, хотя и различными, скоростями.

Можно предположить, что в медленно горящих смесях и особенно при распространении пламени в трубе сверху — вниз пламя также может изменить свою выпуклую форму на вогнутую. Имеются данные [4], показывающие уплощение пламени при распространении сверху — вниз и связанные с этим изменения в поведении зависимости гасящего диаметра от давления.

Поступила 26 IV 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Когарко С. М., Иванов Б. А. О предельном давлении самопроизвольного распространения зоны реакции в ацетилене. Докл. АН СССР, 1961, т. 140, № 1.
2. Иванов Б. А., Когарко С. М. Нормальная скорость пламени распада чистого ацетилена. Докл. АН СССР, 1963, т. 150, № 6.
3. Семенов Е. С., Соколик А. С. Характеристики сферических пламен в стадии формирования. Докл. АН СССР, 1962, т. 145, № 2.
4. Potter A. E. and Anagnoston E. Reaction order in the hydrogen — bromine flame from the pressure dependence of quenching diameter. 7-th Sympos. (Intern.) Combust. London, 1959.

ЗАМЕЧАНИЯ К РАБОТЕ Р. М. ЗАЙДЕЛЯ «О ВОЗМОЖНОСТИ УСТОЙЧИВОГО ГОРЕНИЯ»

С. К. Асланов (*Саратов*)

Исследование устойчивости плоского фронта пламени относительно малых возмущений вперые выполнено Л. Д. Ландау [1] в предположении постоянства скорости горения. Р. М. Зайдель [2] рассмотрел эту задачу в режиме индукции с учетом влияния возмущений на кинетику химической реакции, придя к выводу о возможности устойчивого пламени в ограниченных пределах ([2], условие (15)). Это ограничение, как будет показано в настоящей заметке, возникло за счет неточности использования одного из граничных условий (непрерывности потока импульса) на фронте пламени.

Стационарный плоский фронт (поверхность разрыва), совпадающий с осью y, отделяет исходную горючую газовую смесь ($x<0$) с плотностью ρ_1, давлением p_1, температурой T_1 и скоростью v_1 от продуктов горения ($x>0$) соответственно с ρ_2, p_2, T_2, v_2. В рамках приближения несжимаемой жидкостью линеаризованные уравнения для возмущений скорости $\mathbf{v}'$ и давления p' принимают вид

$$\operatorname{div} \mathbf{v}_s' = 0, \qquad \frac{\partial \mathbf{v}_s'}{\partial t} + v_s \frac{\partial \mathbf{v}_s'}{\partial x} + \frac{1}{\rho_s} \nabla P_s' = 0 \tag{1}$$

Здесь $s = 1, 2$ — соответственно для исходной смеси и продуктов горения.

Механические краевые условия на поверхности разрыва (в линейной постановке $x = 0$) заключаются в непрерывности касательной скорости и потоков массы и импульса относительно разрыва

$$v_{1\tau} = v_{2\tau}, \qquad \rho_1 v_{1n} = \rho_2 v_{2n}$$
$$p_1' + p_1 + \rho_1 v_{1n}^2 = p_2' + p_2 + \rho_2 v_{2n}^2 \tag{2}$$

где $v_{s\tau}$ и v_{sn} — составляющие относительной скорости (касательная и нормальная к возмущенной поверхности разрыва). Если малое смещение фронта вдоль оси x в результате возмущений есть $\varepsilon(y, t)$, то линейное приближение дает

$$v_{s\tau} = v_{sy}' + v_s \frac{\partial \varepsilon}{\partial y}, \quad v_{sn} = v_s + v_{sx}' - \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \qquad (s = 1, 2) \tag{3}$$

Подстановка этих выражений в (2) с учетом законов сохранения для невозмущенного фронта $\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2$, $p_1 + \rho_2 v_1^2 = p_2 + \rho_2 v_2^2$ окончательно приводит к линеаризованным граничным условиям на поверхности разрыва ($x = 0$)

$$v_{1y}' - v_{2y}' = (v_2 - v_1)\frac{\partial \varepsilon}{\partial y}, \qquad \frac{v_{1x}'}{v_1} - \frac{v_{2x}'}{v_2} = \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \tag{4}$$

$$p_1' - p_2' = 2\rho_1 v_1 (v_{2x}' - v_{1x}')$$

В работе [2] (формула (4)) выпал из рассмотрения динамический член в законе сохранения импульса и поэтому применялось неточное условие $p_1' = p_2'$. Для несжимаемой жидкости кинетика химической реакции накладывает на возмущения следующее условие [2], выражающее постоянство периода индукции данной частицы

$$\varepsilon(y, t) = \int_{-\infty}^{t} [v_{1x}'(x, y, t')]_{x = v_1(t' - t)}\, dt' \tag{5}$$

Сюда нужно еще присоединить естественное требование сходимости последнего интеграла и ограниченности возмущений на бесконечности ($|x| \to \infty$). Задавая смещение фронта периодическим по y

$$\varepsilon(y, t) = D \exp(iky - i\omega t) \tag{6}$$

решение системы (1), как обычно [1,2], можно представить в виде

$$v_{1x}' = A \exp(iky + kx - i\omega t), \qquad v_{1y}' = iA \exp(iky + kx - i\omega t)$$

$$p_1' = \rho_1 v_1 \left(\frac{i\omega}{kv_1} - 1\right) A \exp(iky + kx - i\omega t)$$

$$v_{2x}' = B \exp(iky - kx - i\omega t) + C \exp\left(iky + \frac{i\omega}{kv_2}x - i\omega t\right) \tag{7}$$

$$v_{2y}' = -iB \exp(iky - kx - i\omega t) - \frac{\omega}{kv_2} C \exp\left(iky + \frac{i\omega}{kv_2}x - i\omega t\right)$$

$$p_2' = -\rho_2 v_2 \left(\frac{i\omega}{kv_2} + 1\right) B \exp(iky - kx - i\omega t)$$

Удовлетворяя условиям (4), (5), получим систему четырех однородных уравнений для постоянных A, B, C, D со следующим характеристическим уравнением «частот»:

$$\left(1 - \frac{z}{\alpha}\right)\left(z^2 + \frac{4\alpha}{\alpha + 1}z + \alpha\right) = 0 \qquad \left(z = -\frac{i\omega}{kv_1}, \ \alpha = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) \tag{8}$$

и обязательным условием сходимости интеграла (5), т. е. действительная часть $\mathrm{Re}(1 + z) > 0$.

Обычное условие неустойчивости состоит в существовании беспредельно растущего со временем решения, остающегося ограниченным при $|x| \to \infty$. Из вида (7) следует, что таковое обеспечивается для $\mathrm{Re}\, z > 0$. В противном имеет место устойчивость разрыва. Решение уравнения совместности (8) дает

$$z_{1,2} = -\frac{2\alpha}{\alpha + 1} \pm i\sqrt{\alpha}\,\frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \tag{9}$$

Корень $z_3 = \alpha$ должен быть отброшен как порождающий исчезновение в (7) существенной постоянной C или «вихревой» волны.

Таким образом, из (9) можно заключить, что $\mathrm{Re}\, z < 0$ и плоский фронт пламени независимо от величины α устойчив по отношению к малым возмущениям.

Поступила 4I1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Механика сплошных сред. ГИТТЛ, 1953.
2. Зайдель Р. М. О возможности устойчивого горения. ПМТФ, 1962, № 5.