УДК 622.235.001.1

О НЕКОТОРЫХ СХЕМАХ ОСКОЛКООБРАЗОВАНИЯ

В. М. Кузнецов, Н. Н. Фаддеенков

(Новосибирск)

В настоящее время известно большое число работ, посвященных вероятностному и детерминированному исследованию процесса осколкообразования при разрушении твердых тел. В предположении, что размер осколка является случайной величиной, получены функции распределения осколков по размерам при некоторых предположениях физического, механического или геометрического характера для случаев однократного или многократного разрушения. Вероятность попадания куска в заданный интервал изменения размеров трактуется, как правило, как доля по объему кусков рассматриваемого интервала крупности. Получена связь между распределением количества кусков по размерам и распределением в долях объема как в общем случае, так и в случае геометрического подобия образовавшихся осколков [1—3]. В основу вероятностных схем осколкообразования положены известные законы распределения вероятностей: Пуассона [1, 2], логнормальный [4], гамма [3], Вейбулла [5, 6], нормальный [7] и др. При этом интегральной функции распределения соответствует кумулятивная доля по объему кусков.

В данной статье будут рассмотрены только те типы распределений, которые используются (или получены) для описания гранулометрического состава взорванной массы горной породы. Имеются попытки введения в структуру математической схемы с помощью дополнительных параметров, модифицирования функций распределения или детерминированных схем таких исходных характеристик взрывного дробления породы, как физико-механические свойства породы, трещиноватость, интенсивность действующей нагрузки, а также технологические особенности схем взрывания. Экспериментальная проверка рассматриваемых теоретических схем весьма сложна, проверка согласованности теоретического и эмпирического распределений с помощью некоторого критерия согласия в данном случае трудно осуществима [8]. Оценки получают либо в модельной постановке, приближенно, либо косвенным путем. Обычно применяется визуальное рассмотрение экспериментальных кумулятивных кривых в выравнивающих координатах, соответствующих некоторому типу распределения [9].

Выравнивание экспериментальных точек на соответствующей вероятностной бумаге, однако не означает, что фактическое распределение кусков по размерам совпадает с теоретическим, так как в некоторых диапазонах изменения параметров различные типы распределений трудно различимы [10, 11]. Простым примером может служить «окрестность» экспоненциального распределения, на котором «склеиваются» распределения Пуассона, гамма и Вейбулла при соответствующих значениях их параметров.

Учитывая тот факт, что большинство используемых двухпараметрических положительно-асимметричных распределений хорошо выравнивают экспериментальные данные по грансоставу взорванной массы горной породы, и что практическое значение математической схемы во многом определяется удобством ее непосредственного использования, можно установить значение физической ясности основных предположений, сделанных при построении математической схемы, а также определения области применимости последней.

Закон Пуассона

Попытка построения вероятностной модели осколкообразования для процесса однократного разрушения хрупкого твердого тела на основе закона Пуассона распределения вероятностей предпринята Гилвари [1, 2]. Автор исходит из известной гипотезы Гриффитса о том, что дефекты или микротрещины, ответственные за разрушение, существуют в хрупком твердом теле и до приложения разрушающего напряжения. Предполагается, что в осколкообразовании принимает участие лишь некоторая их доля, так называемые «активированные» дефекты. При этом в разрушении образца участвуют как активированные дефекты, распределенные по объему, так и распределенные на вновь образующихся поверхностях разрушения и ребрах осколков. Последние два типа дефектов названы поверхностными и краевыми. Рассматривается бесконечное тело, влиянием его границ на разрушение пренебрегается. Данная схема учитывает лишь однократное разрушение, так что образование осколков вполне определяется постулированными случайными распределениями активных дефектов в образце. Сделаны следующие предположения при построении функции распределения осколков по размерам:

1) образование осколков вызывается активацией объемных, поверхностных и краевых дефектов;

2) активные дефекты трех типов распределены независимо друг от друга;

3) активные дефекты каждого из трех типов распределены независимо от способа приложения разрушающего напряжения.

Первым допущением вводится новая гипотеза существования и, как утверждает далее автор, преобладающей роли краевых дефектов в процессе осколкообразования. Второе допущение предполагает произвольность ориентации поверхностей разрушения и случайный характер напряжений, возникающих в процессе разрушения образца. Отмечается, что если интерпретировать дефекты каждого типа как точки в некоторых областях изменения соответствующих переменных, то третье предположение следует понимать как независимость в смысле Фрая [12], именно 3'. Положение одной точки не зависит от положения всех остальных. Вероятность наличия в какой-нибудь подобласти определенного количества точек не зависит от содержания таких точек в любой другой подобласти, которая с ней не пересекается. Таким образом, существенными предположениями данного подхода являются неисчерпаемость дефектов в ходе разрушения и исключение какого-либо влияния трещин друг на друга в процессе разрушения. В результате автор получает вероятность Y того, что осколок имеет полную длину ребер, полную площадь граней и объем, меньшие, чем l, s и v соответственно

$$Y(Q)=1-e^{-Q},$$

где $Q=\gamma_l l+\gamma_s s+\gamma_v v$ — линейная функция от l, s, v; γ_l, γ_s, γ_v — средние плотности объемных, поверхностных и краевых дефектов. Отмечается, что вероятность Y может быть оценена экспериментально, как кумулятивная доля из объема, занятого осколками. Для случая геометрического подобия осколков функция распределения зависит от одной переменной — размера осколков x

$$\Phi(x)=1-\exp\left\{-\left[\frac{x}{k}+\left(\frac{x}{j}\right)^2+\left(\frac{x}{i}\right)^3\right]\right\}.$$

Здесь постоянные i, j, k имеют размерность длины и могут быть интерпретированы как средние расстояния между дефектами объемного, поверхностного и краевого типов.

Рассматривается также двумерный случай. Автор отмечает неудовлетворительность модели для случая малых x. В терминах полученной функции распределения такие величины, как число всех осколков, полная длина ребер и полная площадь всех граней, являющиеся по физическому смыслу конечными, выражаются расходящимися в нуле интегралами. Следует отметить, что, несмотря на ясный механический смысл допущений Гиллвари, такие основные предположения, как существенная роль краевых дефектов в разрушении и исходный вид распределения дефектов в образце (закон Пуассона) не получили пока хорошего экспериментального подтверждения [13].

Используя подход Гиллвари, В. А. Безматерных и др. [14—16] предложили связать параметр распределения Пуассона с интенсивностью взрывной нагрузки и исходной трещиноватостью массива горной породы. Ограничиваясь краевыми дефектами, авторы предполагают, что разрушение горного массива обусловлено активацией дефектов в двух независимо протекающих процессах: образовании естественных трещин и образовании трещин под действием взрывной нагрузки. Получена функция распределения кусков по размерам

$$\Phi(x) = 1 - \exp[-(\alpha_0 + \alpha_1)x],$$

где α_0, α_1 — постоянные, пропорциональные среднему числу активируемых нарушений естественного и взрывного происхождения соответственно; $\alpha_1 = \beta_0 I$ (β_0 — постоянная, I — удельный импульс взрыва). Приведена формула для удельного импульса взрыва в терминах взрывной отбойки горной породы.

В работе [7] получена функция распределения в предположении, что пространственные координаты активных дефектов краевого типа распределены нормально. Считая, что образование трещин в массиве горных пород обусловлено активацией дефектов краевого и поверхностного типов и используя различные комбинации участия указанных дефектов в разрушении, авторы работы [16] предлагают свести классификацию массивов горных пород по типу трещиноватости к четырем типам распределений (Эрланга, экспоненциальный, Релея и нормальный) и их комбинациям. В работе приведена методика проверки принадлежности одно- и двухмодальных распределений естественных отдельностей по размерам к указанным комбинациям распределений четырех типов. Известны и другие попытки построения распределения кусков на основе закона Пуассона [17, 18].

Логарифмически-нормальный закон

В практических приложениях для описания распределения количества частиц по размерам, таких как геологические отложения и россыпи [19], частицы аэрозолей и пыли [20], осколки дробленого продукта [21] и др. используется логнормальное распределение. В работе [4] А. Н. Колмогоров, применив предельную теорему в вероятностной модели многократного дробления частиц некоторой исходной совокупности, показал, что функция распределения количества частиц по размерам асимптотически приближается к логарифмически-нормальному закону. Из предположений, сделанных в работе, отметим следующие (имеющие ясный механический смысл):

1) в начальный момент времени имеется определенное число частиц с произвольным распределением по размерам;

2) вероятность дробления каждой частицы в единичный промежуток времени и полученное в результате распределение осколков по размерам не зависят от абсолютных размеров исходной частицы, от предшествующих дроблений и от других частиц;

3) математическое ожидание общего числа частиц, получающихся за единичный промежуток времени из одной частицы, конечно и больше единицы;

4) число дроблений (время дроблений) велико.

Таким образом, существенными допущениями этого подхода являются постоянство вероятности дробления и независимость разрушения частиц от предыстории и других частиц в ходе дробления. В. П. Макарьевым и Ю. А. Коротковым [20] предложено использование логнормального закона для описания грансостава взорванной породы. Авторы отмечают, что логнормальный закон имеет теоретическое обоснование для широкого класса физических явлений и что гипотезы работы [4] не противоречат условиям дробления руды взрывом. Функция распределения для количества кусков по размерам

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{t} \exp(-t^2/2)\, dt,$$

где $t = \dfrac{\ln x - \ln a}{\ln b}$; a, b — параметры.

Логнормальный закон распределения количества кусков по размерам означает, что поверхность и объем кусков имеют тот же закон распределения. Отмечается, что в ряде случаев грансостав описывается усеченным логнормальным распределением. Утверждается также, что физические свойства породы определяют дисперсию распределения и что результаты дробления можно определять по одной точке.

В работе А. Ф. Филиппова [22] рассмотрено обобщение задачи. А. Н. Колмогорова об асимптотическом распределении частиц по размерам при многократном дроблении. Из предположений, сделанных в работе, отметим следующие:

1) вероятность дробления частицы в случайный момент времени на некоторое число частиц зависит от массы частицы и не зависит от предшествующих дроблений и других частиц;

2) число и масса осколков, возникающих в результате дробления исходной частицы, являются случайными величинами;

3) число дроблений (время дробления) велико.

В [22] получены уравнения для величин, характеризующих процесс дробления частиц, установлена связь этих уравнений с марковским процессом скачкообразного движения точки по прямой линии. Установлено, что закон распределения количества частиц по массе сходится к некоторому предельному закону и получено явное выражение последнего для частного случая. Именно, если $q(x, t)\,dx$ — математическое ожидание числа частиц массы от x до $x+dx$, получившихся из одной частицы единичной массы за время t, то

$$q(x, t) \sim \frac{kt^{k/n}}{\Gamma(1 + k/n)} x^{k-2} e^{-tx^n} (1 - x^n)^{k/n-1}.$$

Здесь k, n — постоянные, t — время, $\Gamma(y)$ — гамма-функция.

В работе Э. Э. Гайдукова и Ю. А. Мыздрикова [23] предлагается аппроксимировать грансостав различных зон дробления в массиве с помощью логнормального закона. Имеются работы, посвященные исследованию применимости логнормального закона к описанию грансостава взорванной породы и сравнению с другими распределениями [8, 24].

Гамма-распределение

В работах А. В. Бирюкова и др. [3, 25, 26] предложена методика расчета грансостава взорванной породы на основе гамма-распределения. Существенным предположением авторов является соответствие распределения количества кусков по размерам для взорванной породы распределению естественных отдельностей по размерам для исходного трещиноватого массива. Опираясь на такие свойства эмпирического распределения, как неотрицательность случайной величины и положительная асимметрия плотности, авторы предполагают, что наиболее удобным и гибким, хорошо аппроксимирующим экспериментальные данные по естественной трещиноватости (с точностью до 5%) является гамма-распределение. С помощью перехода от плотности распределения для количества кусков по размерам к плотности распределения в долях объема получена функция распределения кусков по размерам в долях объема в виде неполной гамма-функции

$$\Phi(u) = \frac{1}{\Gamma(m)} \int_0^u t^{m-1} e^{-t} dt,$$

$$u = \frac{px}{M};\ m = p + 3;\ p = \frac{M^2}{D}.$$

Здесь M — математическое ожидание диаметра куска; D — дисперсия распределения количества кусков по размерам, $\Gamma(m)$ — гамма-функция. Используя эмпирическое соотношение между средним и дисперсией, полученное при исследовании естественной трещиноватости

$$\frac{M^2}{D} \simeq 3,$$

один параметр исключаем, и функция распределения принимает вид

$$\Phi(x) = 1 - e^{-\frac{3}{M}x} \sum_{k=0}^{5} \frac{3^k x^k}{M^k k!},$$

Следует отметить, что соответствие грансостава взорванной породы естественной трещиноватости массива может иметь место для сильно трещиноватых или блочных массивов при неинтенсивном дроблении последних. Имеются работы, в которых исследуется применимость гамма-распределения в конкретных условиях [27].

Распределение Вейбулла

Для аналитического описания грансостава взорванной породы одним из первых было предложено соотношение Розина-Раммлера, применявшееся ранее для описания выхода дробленого продукта в горно-обогатительной промышленности [19]. При вероятностной интерпретации суммарной кумулятивной доли кусков по размеру как интегральной функции распределения, соотношение Розина-Раммлера [28] соответствует введенной Вейбуллом [29] функции распределения

$$\Phi(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{x_0}\right)^n\right], \qquad (1)$$

где x_0, n — параметры масштаба и формы.

Впервые экспериментальная проверка применимости соотношения Розина-Раммлера к описанию грансостава взорванной массы горной породы, в частности к определению усредненных показателей крупности дробления, выполнена Л. И. Бароном и Г. Н. Сиротюком [30, 31].

Теоретическое построение функции распределения кусков по размерам на основе вероятностных представлений сделано В. М. Кузнецовым [5, 6]. Используются следующие основные предположения:

1) рассматривается одномерный случай, возникновение двух плоскостей разрыва на некотором расстоянии друг от друга;

2) существует параметр x_0 с размерностью длины, такой, что возникновение двух трещин на расстоянии, большем x_0, более вероятно, чем на расстоянии, меньшем x_0;

3) условная вероятность $P_1(dx/x)$ появления второй трещины на расстоянии x от первой в интервале $(x_1 x+dx)$ пропорциональна длине отрезка dx и зависит от длины примыкающего участка x

$$P_1(dx/x) = F(x)\,dx.$$

В соответствии со вторым предположением функция $F(x)$ принимается в виде степенной функции x

$$P_1(dx/x) = \frac{n}{x_0}\left(\frac{x}{x_0}\right)^{n-1} dx,\ n > 1. \tag{2}$$

В этом случае функция распределения осколков по размерам совпадает с распределением Вейбулла. В работе приведен вывод аналогичного распределения осколков по размерам для случая сферически-симметричной картины разрушения и результаты экспериментов.

При построении функции распределения существенно было неравенство $n>1$. Однако, если понимать вероятность образования осколка в интервале размеров $(x,\ x+dx)$ как долю разрушенного объема, соответствующую осколкам указанного интервала, то ограничение $n>1$ может быть снято, а предположения 2 и 3 интерпретированы следующим образом. Пусть вероятность образования минимального осколка, полученного при взрывном дроблении образца, размером x пропорциональна степени его линейного размера

$$\mu(x) = \frac{x^n}{x_0^n} x_0;\ u>0. \tag{3}$$

Тогда доля осколков минимальной фракции с размерами в интервале $(x,\ x+dx)$, которая является оценкой условной вероятности того, что случайная величина принимает значение в этом интервале при условии, что она больше x

$$d\mu(x) = \frac{f(x)\,dx}{1-\Phi(x)},$$

совпадает с выражением для $P_1(dx/x)$. Здесь $f(x)$ и $\Phi(x)$ — плотность и интегральная функция распределения случайной величины x (предполагается, что они существуют).

Таким образом, если интенсивность осколкообразования в области малых фракций может быть оценена степенной зависимостью от размера осколков последних, то функция распределения, подчиняющаяся этому условию в форме (3), есть распределение Вейбулла. В силу сказанного выше, распределение Вейбулла соответствует грансоставу взорванной породы (для случая одномодальной эмпирической кривой), если с уменьшением минимального размера осколков резко уменьшается (случай $n>1$) или увеличивается ($n<1$) доля малых фракций.

Распределение Вейбулла очень широко. Как частые случаи оно содержит экспоненциальное и распределение Релея, близко к логнормальному и гамма-распределению [10, 11], и для больших значений параметра формы является нормальным [32]. Имеются работы, в которых исследуется применимость указанного распределения к описанию грансостава взорванной породы и производится сравнение с другими распределениями [24, 33, 34]. В работе Н. Н. Фаддеенкова [35] на основе усеченного распределения Вейбулла, описывающего грансостав при разрушении единичного блока, построена плотность распределения кусков по размерам для случая взрывного дробления блочного массива горной породы.

Детерминированные схемы

Другой путь теоретического исследования процесса дробления горных пород взрывом заключается в построении детерминированных схем разрушения, основные параметры которых понимаются как среднестатистические. О. Е. Власов и А. И. Смирнов [36] получили уравнение для гранулометрического состава, используя импульсную гидродинамическую постановку задачи в рамках несжимаемой жидкости. Предполагая, что степень дробления объема среды определяется деформацией последнего, авторы получают критерий дробимости объема как функцию потенциала скорости. Прочностные свойства среды характеризуются некоторым критическим значением скорости. В результате общая картина дробления среды вполне определяется мгновенным распределением скоростей после взрыва. Получена формула для размера куска, как где V_0 — объем разрушений зоны; v_0 — объем заряда.

$$x(r) = u_* r^3 \sqrt{\frac{\pi\rho}{r_0 Q}}, \tag{4}$$

где r_0 — радиус заряда, ρ — плотность среды; Q — энергия взрыва; u_* — критическое значение скорости.

Функция распределения кусков по размерам линейна относительно размера куска

$$\Phi(x) = \frac{1}{V_0}\left(\frac{4x}{3u_*}\sqrt{\frac{\pi r_0 Q}{\rho}} - v_0\right);$$

где V_0 — объем разрушенной зоны; v_0 — объем заряда.

В. М. Кузнецовым [37] установлено, что критерий дробимости, полученный в работе [36], совпадает с критическим значением максимальной скорости сдвига для случая несжимаемой среды. В работе Е. Н. Шера [38] на основе общих представлений механики хрупкого разрушения рассмотрена задача о росте звездообразной системы трещин в плоскости при антиплоской деформации. Приведены формулы для размера среднего осколка и гранулометрического состава разрушенной среды. Н. Н. Фаддеенковым [9] априорная схема разрушения также задается сеткой радиальных и концентрических трещин. Число радиальных трещин аппроксимируется степенной функцией расстояния от центра заряда. Получены оценки параметров распределения Вейбулла в приближении малого размера осколков. Имеются работы, в которых рассматривается зонная схема дробления [39, 40].

В работе [44] основой схемы явился принцип геометрического подобия. Принимая, что энергия взрыва затухает по степенному закону и что радиус зоны разрушения пропорционален радиусу заряда, с учетом соотношения Риттингера получена функция распределение в виде $\Phi(x) = (x/x_м)^\nu$, где $x_м$ — размер максимального осколка; $\nu = 0{,}33$ — постоянная.

Средний кусок

С теоретическим построением функции распределения осколков по размерам связана прикладная задача получения заданного среднего куска дробленой породы. Величина среднего куска может быть получена, исходя из теоретической схемы, и полуэмпирическим или эмпирическим путем. Известно большое число формул для среднего куска [41, 42]. Используя выражение для размера осколка $x(r)$ в схеме О. Е. Власова и А. И. Смирнова и предполагая, что средний размер осколка в объеме разрушенной породы

$$\bar{x} = \frac{1}{V_0} \int_{r_0}^{R_0} x(r)\, 4\pi r^2 dr,$$

(R_0 — радиус зоны дробления, $V_0 = 4/3\pi \left(R_0^3 - r_0^3\right)$ — общий объем разрушенной породы, а остальные обозначения аналогичны (4)), получим выражение для среднего размера куска $\bar{x}$ при малом r_0

$$\bar{x} = \frac{3u_*}{8\pi} \sqrt{\frac{\pi\rho}{r_0}}\, Q^{1/2} q^{-1}, \tag{5}$$

где $q = \frac{Q}{V_0}$ — удельный расход ВВ.

Характерным в выражении для среднего куска (5) является отклонение от геометрического подобия. Аналогичное выражение для среднего куска получено независимо В. М. Кузнецовым [5, 6]. Из соображений размерности и подобия применительно к взрывному разрушению хрупкой среды в качестве первого приближения приводится формула

$$\bar{x} = BK^2 q^{-2/3\xi}, \tag{6}$$

где B — постоянная; K — коэффициент интенсивности напряжений в носиках трещин; ξ — коэффициент затухания напряжений.

Из рассмотрения задачи о плоской волне разрушения [43] возможна оценка постоянной B

$$B \sim \frac{\sigma_*}{E}, \tag{7}$$

где σ_* — предел прочности на растяжение для среды; E — модуль Юнга. Полуэмпирическим путем на основе экспериментальных данных по взрывному дроблению образцов в широком диапазоне изменения параметров получена оценка для величины ξ, а также вид дополнительного множителя, учитывающего нестационарность рассматриваемого процесса. Окончательно формула для величины среднего куска $\bar{x}$ с учетом (7) может быть записана аналогично (5)

$$\bar{x} = A \frac{\sigma_*}{E} Q^{1/6} q^{-4/5};$$

где A — постоянная, зависящая от условий взрывания.

Выводы

Рассмотрены некоторые попытки теоретического исследования процесса взрывного дробления горной породы, основным объектом которых является грансостав взорванной массы горной породы. По характеру общих исходных представлений можно выделить две основные концепции, лежащие в основе теоретических схем. В первом случае размер осколка считается случайной величиной. Используя некоторые ограничения на вероятность «появления» указанной случайной величины, строится функция ее распределения. Полученная схема позволяет вычислять вероятность того, что некоторое значение размера осколка будет лежать в определенном интервале. Такая схема называется вероятностной или стохастической.

При втором подходе в основу теоретического исследования берут некоторую априорную (модельную) схему разрушения, допускающую в принципе точное вычисление размера осколка в зависимости от начальных данных. Рассматривая размер куска как среднестатистический, можно также построить функцию распределения, описывающую грансостав разрушенной породы. В этом случае в основу схемы принимают некоторые статистически устойчивые связи между параметрами процесса, как правило, геометрического характера. Указанные породы отражают существенные стороны рассматриваемого физического явления.

Поступила в редакцию
24/X 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. J. J. Gilvarry. Appl. Phys., 1961, **32**, 391.
2. J. J. Gilvarry. Appl. Phys., 1962, **33**, 3214.
3. А. В. Бирюков и др. Тр. КузПИ, т. 28. Кемерово, 1970.
4. А. Н. Колмогоров. Докл. АН СССР, 1941, **31**, 2.
5. Э. А. Кошелев и др. ПМТФ, 1971, 2.
6. В. М. Кузнецов. ФТПРПИ, 1973, 2.
7. В. Г. Симанов и др. Изв. вузов, Горн. журн., 1972, 7.
8. В. М. Сухоздрев, А. К. Розенталь. В сб. Исследование действия взрыва при подземной разработке месторождения. «Апатиты», 1973.
9. Н. Н. Фаддеенков. ФТПРПИ, 1975, 1.
10. И. Н. Володин. Теория вероятностей и ее применения, 1974, XIX, 2.
11. Е. В. Чепурин, Т. И. Дугина. Изв. АН СССР, Техн. киберн., 1970, 1.
12. Т. Фрай. Теория вероятностей для инженеров. ОНТИ, 1934.
13. Ito Itiro a. o. J. Min. and Met. Iust. Japan, 1968, **84**, 968.
14. В. А. Безматерных, Б. А. Гилев. В сб. Разрушение горных пород взрывом. Свердловск, 1970.
15. В. А. Безматерных, В. Г. Симанов. Изв. вузов, Горн. журн., 1971, 9.
16. В. А. Безматерных и др. Изв. вузов, Горн. журн., 1973, 10.
17. Р. С. Крысин и др. В сб. Взрывное дело, № 70/27. М., «Недра», 1971.
18. I. G. Bennet. J. Inst. Fuel. 1936, **10**, 22.
19. С. Е. Андреев и др. Закономерности измельчения и исчисления характеристик грансостава. М., «Металлургиздат», 1959.
20. В. П. Макарьев, Ю. А. Коротков. Труды. Гипроникель. Вып. 52., 1971.
21. В. К. Loveday, J. S. Afric. Inst. Min. and Met. 1967, **68**, 3.
22. А. Ф. Филиппов. Теория вероятностей и ее применения, 1961, VI, 3.
23. Э. Э. Гайдуков, Ю. А. Мыздриков. ФТПРПИ, 1974, 6.
24. Б. В. Михайлов, Е. П. Окользин. Труды ВНИИНеруд, № 49, 1970.
25. А. В. Бирюков. Труды КузПИ, № 48, Кемерово, 1973.
26. Н. Я. Репин, А. В. Бирюков. Изв. вузов, Горн. журн., 1972, 7.
27. Л. Е. Родионов. Труды Всес. полит. ин-та, 58, 1970.
28. P. Rosin, E. Rammler. J. Iust. Fuel. 1933, **7**, 29.
29. W. Weibull. J. Appl. Mech., 1951, **18**, 293.
30. Л. И. Барон, Г. Н. Сиротюк. В сб. Взрывное дело, № 62/19, М., «Недра», 1967.
31. Г. Н. Сиротюк, Л. И. Барон. В сб. Взрывное дело, № 67/24, М., «Недра», 1969.
32. И. П. Шарапов. Применение математической статистики в геологии. М., «Недра», 1971.
33. В. Д. Петренко и др. В сб. Механика и взрывное разрушение горных пород. Киев, «Наукова думка», 1972.
34. Н. Н. Фаддеенков. ФТПРПИ, 1974, 6.
35. Н. Н. Фаддеенков. ФТПРПИ, 1975, 2.
36. О. Е. Власов, Ю. А. Смирнов. Основы расчета дробления горных пород взрывом. М., Изд-во АН СССР, М., 1962.
37. В. М. Кузнецов. ФТПРПИ, 1974, 3.
38. Е. Н. Шер. ФТПРПИ, 1975, 1.
39. А. Б. Багдасарян, С. С. Григорян. ПМТФ, 1967, 3.
40. В. Н. Родионов и др. Механический эффект подземного врзыва. М., «Недра», 1971.
41. А. Е. Азаркевич. ФТПРПИ, 1968, 3.
42. Г. М. Головин и др. Изв. вузов, Горн. журн., 1973, 9.
43. В. М. Кузнецов. ФГВ, 1974, **10**, 1.
44. Б. М. Кузнецов, В. К. Рубцов. Физика взрывного разрушения горных пород. М., Изд-е МГИ, 1970.