УДК 533

К ПРОБЛЕМЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ PIV-МЕТОДА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЙ В ТОНКИХ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ СДВИГОВЫХ СЛОЯХ

О. И. Вишняков, П. А. Поливанов, А. А. Сидоренко

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия E-mails: vis_ol@itam.nsc.ru, polivanov@itam.nsc.ru, sindr@itam.nsc.ru

С использованием PIV-метода проведено измерение скорости течения в зоне взаимодействия ударной волны с пограничным слоем на пластине при значении числа Маха M = 1,43. Рассмотрено два состояния набегающего пограничного слоя: ламинарный и турбулентный, причем толщина пограничного слоя может быть на два порядка меньше характерного продольного масштаба течения. Выполнено сравнение результатов измерения скорости в пограничном слое, полученных с помощью PIV-метода при различных настройках аппаратуры, и результатов измерений, выполненных с использованием различных алгоритмов определения смещения частиц-трассеров и восстановления по ним полей скорости. Показано, что основным ограничением для увеличения пространственного разрешения является инерция частиц-трассеров.

Ключевые слова: измерения скорости PIV-методом, взаимодействие ударной волны с пограничным слоем, сверхзвуковое течение, отрыв.

DOI: 10.15372/PMTF20200508

Введение. При исследовании высокоскоростных транс- и сверхзвуковых течений в аэродинамических трубах использование контактных методов, таких как термоанемометрия или измерение давления с помощью зондов, сопряжено с рядом трудностей вследствие высокой вероятности искажения течения измерительной аппаратурой вплоть до запирания потока. Кроме того, данные методы позволяют измерять параметры в одной точке, и для получения данных о распределении физических величин в пространстве может требоваться много времени. Поэтому для диагностики таких течений часто применяются бесконтактные оптические методы, которые можно разделить на два класса: качественные методы (например, теневая и прямотеневая визуализация), позволяющие получить информацию о структуре потока, и количественные (лазерная доплеровская анемометрия и метод PIV). С помощью PIV-метода можно получать данные о распределении скорости потока в пространстве. В наиболее простом случае измеряются две компоненты вектора скорости в некотором выделенном сечении. Для вычисления скорости с помощью функции корреляции определяется смещение частиц-трассеров на двух изображениях в некотором пространственном окне. Для корректной работы метода большая часть частиц не должна покинуть пределы окна за время межкадровой задержки τ .

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 18-19-00547).

[©] Вишняков О. И., Поливанов П. А., Сидоренко А. А., 2020

В настоящее время существуют более сложные PIV-системы, например системы Stereo PIV, позволяющие получить данные о трех компонентах вектора скорости в плоскости лазерного ножа [1]. Современные томографические PIV-методы, принципы которых описаны в [2], позволяют проводить измерения трех компонент скорости в объеме, подсвеченном лазером.

Полученное с помощью PIV-метода распределение скорости в пространстве можно использовать, например, для расчета поля давления с применением уравнения Бернулли или Пуассона, однако в случае сжимаемых течений задача осложняется необходимостью определить распределение плотности. Существует несколько методик решения данной задачи. Например, в работе [3] расчет давления для сжимаемого потока проводился с использованием уравнения сохранения импульса и уравнения состояния для расчета плотности в предположении изоэнтропичности течения. Иной подход применялся в работе [4], в которой плотность потока за пределами пограничного слоя рассчитывается с использованием уравнения сохранения массы.

В настоящее время PIV-метод применяется как для малых (порядка нескольких метров в секунду) дозвуковых скоростей [5], так и для высокоскоростных (несколько сотен метров в секунду) потоков. Использование PIV-метода в случае высокоскоростных потоков стало возможным вследствие развития лазерной техники и появления в последнее время новых ССD- и CMOS-камер с малым интервалом межкадровой задержки и высоким разрешением. Пример использования PIV-метода для диагностики высокоскоростного потока приведен в работе [6], в которой представлены результаты измерений "мгновенных" полей скорости в импульсной сверхзвуковой трубе T-302M при значении числа Maxa $M_{\infty} = 6$ и в трубе периодического действия T-327Б при $M_{\infty} = 4,35$. В работе [6] кратко рассматривается такая проблема детектирования скорости в высокоскоростных, сильноградиентных потоках, как инерция частиц-трассеров. Для того чтобы скорость частиц была такой же, как скорость потока, частицы и поток должны иметь одинаковую плотность, однако на практике плотность частиц на три порядка больше плотности исследуемого газа. Как правило, в качестве трассеров используются частицы на основе жидкости, например DEHS, а также твердые частицы TiO₂. В некоторых случаях используется естественный засев потока и в качестве трассеров могут выступать частицы, образующиеся в результате эрозии стенок форкамеры, как это происходит при испытаниях в импульсной трубе 302М [6, 7]. Оценка инерционных свойств различных частиц проводится в работах [6, 8]. В работе [9] исследуются физические и технические проблемы использования PIV-метода в сверхзвуковых аэродинамических установках на примерах задач обтекания угла сжатия при $M_{\infty} = 7$ и задачи взаимодействия ударной волны с пограничным слоем при $M_{\infty} = 2$.

Исследование течения, содержащего область взаимодействия ударной волны с пограничным слоем, представляет интерес как с точки зрения развития PIV-методов для использования в высокоскоростных потоках, так и с точки зрения получения данных о таких течениях для практического применения. Исследование данного течения имеет большое практическое значение при изучении обтекания летательных аппаратов, движущихся со сверх- и трансзвуковыми скоростями, крыла, лопаток компрессора двигателя и т. д. Данное течение может сопровождаться нежелательными нестационарными эффектами [10], вызывающими увеличение потерь давления и появление знакопеременных нагрузок. Параметры течения в зоне взаимодействия зависят в основном от интенсивности ударной волны, а также от состояния набегающего пограничного слоя (ламинарный или турбулентный). Поскольку для существующих трансзвуковых летательных аппаратов более характерен турбулентный режим обтекания, имеется большое количество исследований взаимодействия ударной волны с турбулентным пограничным слоем [11–13]. Задача о взаимодействии ударной волны с ламинарным пограничным слоем недостаточно изучена, однако очень актуальна вследствие широкого использования ламинарного обтекания [14].

С точки зрения развития PIV-методов рассматриваемое течение представляет собой комбинацию нескольких явлений, которые можно использовать для тестирования или настройки оборудования и алгоритмов обработки данных. Основной особенностью этого течения является наличие больших градиентов скорости на ударной волне и в пограничном слое, толщина которого существенно меньше длины области взаимодействия. В случае ламинарного состояния набегающего пограничного слоя масштабы могут различаться на два порядка [15]. Кроме того, в области взаимодействия формируется отрыв потока и происходит переход от ламинарного течения к турбулентному. В последнее время такие сложные течения часто становятся объектом исследования. В частности, в работе [16] исследовалось взаимодействие ударной волны с ламинарным пограничным слоем при $M_{\infty} = 1,7$. Одной из целей работы [16] было увеличение пространственного разрешения по нормали к модели для получения данных о распределении скорости в очень тонком пограничном слое ($\delta = 0.2$ мм). Установлено, что частицы-трассеры слабо проникают в ламинарный пограничный слой: в части пограничного слоя, составляющей приблизительно 40 % его толщины, практически не содержатся частицы, и измерения можно провести только в верхней части пограничного слоя. Также увеличению пространственного разрешения препятствует ограничение снизу по времени межкадровой задержки. В работе [16] время межкадровой задержки составляло $\tau = 0.42$ мкс, что при выбранном масштабе давало достаточно большое, существенно больше рекомендованного, смещение частиц при переходе от одного кадра к другому.

Настоящая работа посвящена исследованию возможности увеличения пространственного разрешения PIV-метода путем уменьшения времени межкадровой задержки камеры, а также съемки двух изображений на один кадр и применения автокорреляционного анализа изображений. Распределения скорости, полученные с помощью данного метода, сравниваются с данными, полученными с использованием кросскорреляционного анализа при съемке течения в различных масштабах. Оценивается влияние инерции частиц на точность измерения скорости в пограничном слое. Исследование проводится на примере задачи о взаимодействии ударной волны с пограничным слоем при $M_{\infty} = 1,43$.

1. Постановка эксперимента. Эксперимент проводился в малошумной аэродинамической установке Т-325 Института теоретической и прикладной механики (ИТПМ) СО РАН при следующих параметрах потока: $M_{\infty} = 1,43$, $T_0 = 291$ K, $P_0 = 0,7 \cdot 10^5$ Па, единичное число Рейнольдса $\text{Re}_1 = 11,5 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$. Рабочая часть имела прямоугольное сечение размером 160×200 мм. Схема исследуемого течения представлена на рис. 1. Течение формируется на модели плоской пластины с острой передней кромкой при взаимодействии пограничного слоя с наклонной ударной волной, распространяющейся от клиновидного тела, расположение точки падения ударной волны на пластину в центре окна рабочей части (X = 134 мм, начало системы координат находится на передней кромке пластины). При таких значениях параметров потока естественный пограничный слой перед областью взаимодействия оставался ламинарным. Кроме того, выполнялись измерения при турбулентном состоянии набегающего пограничного слоя. Для искусственной турбулизации пограничного слоя на модель на расстоянии 40 мм от ее передней кромки наклеивалась зигзагообразная лента высотой 0,2 мм.

Измерение полей скорости проводилось с помощью PIV-комплекса DantecDynamics, включающего Nd:YAG лазер LitronNanoL 135-15 с энергией импульса 135 мДж и длительностью импульсов 9 нс. Засев потока осуществлялся частицами DEHS с помощью генератора частиц эжекторного типа через трубку, расположенную в центре форкамеры перед детурбулизирующими сетками. Сечение области засева, представляющее собой круг диаметром приблизительно 50 мм, расположено в центре рабочей части таким образом,



Рис. 1. Схема течения: 1 — наклонная ударная волна, 2 — отрывная область, 3 — исследуемая область

чтобы в него входила зона взаимодействия. Измерения проводились в двух масштабах с целью исследования возможности увеличения пространственного разрешения метода. В первом случае использовалась камера Phantom 310m с разрешением 1280×800 пикселей и объективом Nikkor f105/2,8, что позволяло проводить измерения в области размером $54,51 \times 34,15$ мм, включающей область взаимодействия ударной волны с пограничным слоем и формируемый при этом взаимодействии отрывной пузырь. Частота получения пар изображений составляла 15 Гц, а время задержки между парой кадров равно $\tau = 0.9$ мкс. Во втором случае использовалась камера Hamamatsu C8484-05C с разрешением 1344×1024 пикселей и объективом Nikkor f105/2,8, что позволяло проводить измерения в области размером 16,75 × 12,78 мм. Для получения данных обо всей области взаимодействия ударной волны с пограничным слоем камера три раза смещалась вдоль направления потока. Эксперименты с использованием камеры Hamamatsu проводились при двух значениях времени задержки между лазерными импульсами: $\tau = 0.9$ мкс, что эквивалентно минимально возможному для данной камеры времени задержки; $\tau = 0.3$ мкс, когда оба лазерных импульса генерировались в течение времени экспозиции одного кадра и для получения полей скорости использовались автокорреляционные алгоритмы.

2. Обработка изображений. Для получения качественных полей скорости необходима предварительная обработка изображений, в том числе устранение вертикальных перемещений пластины, достигающих 10 пикселей и обусловленных вибрацией аэродинамической установки в ходе пуска. Для устранения данных колебаний на каждом изображении задается нулевая координата по оси Y в соответствии с текущим положением поверхности пластины.

Отсутствие конвективного перемешивания в ламинарном пограничном слое приводит к слабому прониканию частиц-трассеров в пограничный слой. В случае турбулентного течения концентрация частиц в сдвиговом слое значительно больше, чем в ламинарном, вследствие мощного конвективного переноса массы и импульса. На рис. 2 представлено распределение интенсивности изображения при Y = 0,3 мм, осредненной по 2000 кадров и нормированной на максимальное значение, полученное в области невязкого течения за ударной волной. Поскольку интенсивность изображения прямо пропорциональна количеству частиц, на рис. 2 показаны распределения концентрации частиц вдоль области измерений, полученные с помощью камеры Натать в разных пусках аэродинамической трубы. Видно, что в турбулентном пограничном слое концентрация частиц существенно



Рис. 2. Распределения интенсивности изображения частиц I вдоль области взаимодействия ударной волны с пограничным слоем при Y = 0,3 мм, полученное в разных пусках аэродинамической трубы:

1, 2 — турбулентный пограничный слой, 3–5 — ламинарный пограничный слой

больше, чем в ламинарном. Более того, внутри ламинарного отрывного пузыря концентрация частиц уменьшается практически до нуля. Турбулизация потока после отрывной области приводит к быстрому увеличению концентрации частиц вблизи поверхности модели, что можно использовать для обнаружения ламинарно-турбулентного перехода.

Количество частиц в исследуемой области мало, поэтому имеются ограничения на использование корреляционных алгоритмов расчета векторов скорости. В частности, могут возникнуть трудности с отбором некорректных векторов скорости, получаемых на основе обработки одной пары изображений ("мгновенное" поле скорости). Вследствие некорректного определения "мгновенных" полей скорости возникают существенные ошибки при определении средних полей, соответственно велика вероятность неправильно вычислить скорость потока в отрывной зоне и в области ламинарного пограничного слоя. При альтернативном подходе используются методы обработки на основе осреднения кросскорреляционных либо автокорреляционных данных вместо осреднения "мгновенных" полей скорости. Это позволяет минимизировать ошибки вследствие отсутствия или исчезновения частиц в области измерения. Недостатком алгоритма является невозможность получения статистических данных выше первого порядка (среднеквадратичных пульсаций и т. п.).

Для большой измерительной области (54,51×34,15 мм) восстановление полей скорости проводилось только с использованием кросскорреляционного алгоритма, реализованного в программном комплексе DynamicStudio с использованием окна размером 16 × 8 пикселей и перекрытия 50 %. Итоговое поле скорости получалось путем осреднения 2700 "мгновенных" полей (метод 1). Заметим, что здесь и далее размер окна подбирался таким образом, чтобы перемещение частицы-трассера не превышало половину его ширины, и для обработки данных использовался итерационный подход. На первом шаге итерации расчет вектора скорости осуществлялся в окне, размер которого в два раза больше размера исходного окна. На следующем шаге проводилось разбиение окна до расчетных размеров, и поиск вектора скорости осуществлялся с учетом данных, полученных на предыдущем шаге.

Для измерений с бо́льшим масштабом (измерительная область $16,75 \times 12,78$ мм) анализ проводился с использованием трех алгоритмов. Для изображений, полученных при $\tau = 0,9$ мкс, обработка проводилась с помощью DynamicStudio, итерационного кросскорреляционного алгоритма с окном размером 64×8 пикселей и перекрытием $75 \cdot 25$ %. Итоговое поле скорости получалось путем осреднения 2000 "мгновенных" полей скорости (метод 2).



Рис. 3. Поля функции автокорреляции A_c , полученные с использованием низкочастотной фильтрации (*a*) и в отсутствие фильтрации (*б*)

Анализ результатов экспериментов, выполненных с малой временной задержкой между лазерными импульсами ($\tau = 0,3$ мкс), проводился с использованием автокорреляционных алгоритмов и двух методик. Первая методика заключалась в определении на основе автокорреляционных алгоритмов "мгновенных" полей скорости и последующем осреднении полученных данных (метод 3). Программный комплекс DynamicStudio не позволяет проводить автокорреляционный анализ данных, поскольку наибольший по амплитуде пик автокорреляционной функции всегда соответствует нулевому смещению образов частицтрассеров, и DynamicStudio не имеет фильтра для исключения этого пика из расчета. Программный комплекс ActualFlow лишен этого недостатка, поэтому использовался для получения данных с помощью метода 3 при размере окна 32×8 пикселей в отсутствие перекрытия.

Еще один автокорреляционный метод (метод 4) основан на вычислении поля скорости по осредненному распределению функции автокорреляции на основе собственного программного обеспечения. Расчет среднего автокорреляционного поля проводился по 2000 пар изображений с использованием окна размером 32 × 8 пикселей. Алгоритм вычисления автокорреляционной функции основан на двумерном быстром преобразовании Фурье. После получения осредненных автокорреляционных данных применялась кубическая интерполяция, необходимая для более точного определения скорости. Нормирование данных в процессе поиска автокорреляций не проводилось, это позволило уменьшить влияние областей, в которых отсутствуют частицы, на итоговое осредненное поле функции автокорреляции. Заметим, что при использовании осредненных корреляционных данных эффект случайных пиков, получаемых на "мгновенных" корреляционных распределениях, нивелируется, получаются "гладкие" данные, не требующие применения валидационных алгоритмов. Обработка автокорреляционного распределения (рис. 3) осложняется наличием мощного широкого пика в окрестности нулевого значения скорости. Для решения этой проблемы использовались два подхода. Первый подход заключался в использовании низкочастотной фильтрации, которая позволяла устранить широкий пик, соответствующий нулевому смещению (см. рис. 3, *a*). Второй способ предполагал поиск экстремумов функции и сортировку их по амплитуде. Первый экстремум отбрасывался, и в качестве истинного значения скорости принималось положение второго экстремума. Анализ изображений показал минимальное различие данных, полученных с помощью указанных подходов, по крайней мере, для исследуемой задачи.

Следует отметить, что при использовании автокорреляционных методов обработки невозможно определить направление смещения частиц и, следовательно, направление вектора скорости. Поэтому направление этого вектора должно быть задано исходя из физических соображений.

3. Анализ результатов измерений. Рассмотрим профили продольной скорости в области взаимодействия, полученные при различном масштабе съемки с использованием различных PIV-алгоритмов (рис. 4).

Профили, представленные на рис. 4,*a*, соответствуют сечению X = 111 мм, расположенному в начале отрывной зоны. В сечении X = 128 мм (см. рис. 4,*b*) достигается максимальная толщина отрывного пузыря. Сечение X = 134 мм (см. рис. 4,*b*) соответствует области падения ударной волны. Сечение X = 148 мм (см. рис. 4,*c*) находится ниже по течению от области взаимодействия, в области турбулентного следа.

На рис. 4 видно, что результаты обработки изображений с помощью автокорреляционного алгоритма в программном комплексе ActualFlow существенно отличаются от результатов, полученных с использованием кросскорреляционных алгоритмов и алгоритма



Рис. 4. Профили продольной компоненты скорости, полученные в различных сечениях с помощью различных методов обработки данных PIV-измерений: a - X = 111 мм, $\delta - X = 128$ мм, e - X = 134 мм, e - X = 148 мм; 1 -метод 1, 2 -метод 2, 3 -метод 3, 4 -метод 4



Рис. 5. Профили скорости при X = 100 мм, полученные с помощью различных методов: 1 — метод 1, 2 — метод 4, 3 — теоретический профиль для ламинарного пограничного слоя

на основе осреднения автокорреляционной функции. По-видимому, это обусловлено значительным влиянием эффекта "потери пары" [17], в результате чего алгоритм находит большое количество ложных векторов, что вносит существенную погрешность в среднее поле скорости. Вне пограничного слоя это приводит к уменьшению среднего значения скорости. В пограничном слое, содержащем малое количество частиц, высока вероятность получения ложного вектора скорости. При использовании корреляционного метода большое влияние оказывает алгоритм валидации мгновенных векторов скорости. При использовании метода 3 поиск вектора скорости осуществлялся в диапазоне скоростей от 100 м/с до значения, равного скорости невязкого потока, что приводило к занижению измеренного среднего значения скорости вне пограничного слоя и завышению скорости в пограничном слое. Использование метода 4, основанного на осреднении автокорреляционной функции, позволяет существенно уменьшить этот эффект.

Результаты сравнения профилей скорости, представленных на рис. 4 для большого и малого масштабов и полученных при $\tau = 0.9$; 0.3 мкс, показывают, что увеличение пространственного разрешения изображения не позволяет существенно увеличить точность измерения скорости в пограничном слое, по крайней мере, в исследуемом случае. Лучшее пространственное разрешение метода 2 в некоторых случаях позволяет получить большее количество точек в направлении поперек пограничного слоя и измерить скорость на меньшем расстоянии от стенки (сечения X = 111; 128 мм). Использование алгоритма на основе осредненной функции автокорреляции (метод 4), позволяет уменьшить влияние малого количества частиц в пограничном слое и ослабить эффект "потери пары". Также за счет уменьшения au удается получить большее количество точек для измерения вдоль потока. Однако в этих случаях измеренные значения скорости, по-видимому, также являются завышенными относительно истинной скорости. Это следует из рис. 5, на котором представлены профили, полученные с помощью методов 1 и 4 в сечении X = 100 мм, а также теоретический профиль скорости в ламинарном пограничном слое (получен для условий адиабатической стенки). Видно, что оба метода завышают скорость в пограничном слое, однако профиль, полученный с помощью метода осреднения полей автокорреляции (метод 4), более близок к теоретическому, чем профиль, полученный кросскорреляционным методом с осреднением полей скорости (метод 1). Основной причиной завышения значений скорости в пограничном слое является инерция частиц-трассеров. Частицы-трассеры, дви-



Рис. 6. Профили скорости (1) и температуры (2) в пограничном слое

Рис. 7. Распределения частоты отклика частицы (1) и характерной длины пробега частиц (2) по толщине пограничного слоя

гаясь в сдвиговом слое, находятся в условиях постоянно уменьшающейся скорости (вследствие увеличения толщины пограничного слоя). Поскольку скорость частицы больше скорости потока, локальная скорость, измеренная с помощью PIV-метода, оказывается больше истинной, и пограничный слой становится более наполненным.

Влияние инерционности частиц на характеристики пограничного слоя показано на рис. 6, 7. На рис. 6 приведены профили скорости и температуры в пограничном слое, рассчитанные для условий эксперимента в точке X = 100 мм ($\delta = 0.55$ мм) при адиабатических условиях на стенке. При этих условиях с использованием формулы Стокса с поправкой на разреженность течения [18] для частицы диаметром 0.8 мкм и плотностью 1200 кг/м³ оценена постоянная времени t. Для определения характерной длины пробега λ постоянная времени умножалась на локальное значение скорости. Распределения величин λ и f = 1/t поперек пограничного слоя показаны на рис. 7. Величина f позволяет оценить максимальную частоту процессов, измеряемую с помощью PIV-метода в данном эксперименте и достигающую величины порядка 200 кГц. Однако при больших значениях скорости движения газа в пограничном слое эти процессы не могут быть локализованы в пространстве по продольной координате. Видно, что в данном случае длина пробега вблизи границы пограничного слоя составляет приблизительно 3,66 (приблизительно 2 мм) и при этих значениях длины метод PIV осредняет распределение скорости. В результате уменьшение перемещения частиц между кадрами вследствие уменьшения времени задержки τ до значений, меньших λ , не позволяет существенно улучшить результаты, ограничивая пространственное разрешение метода. Тем не менее увеличение пространственного разрешения PIV-метода может способствовать получению большего количества точек в пристенной зоне, однако для этого требуется увеличить концентрацию частиц в этой области.

Заключение. В работе на примере задачи о взаимодействии ударной волны с пограничным слоем протестированы различные способы измерения скорости и алгоритмы обработки PIV-данных.

Показано, что внешнее запыление не позволяет получить необходимую концентрацию частиц в ламинарном скоростном пограничном слое на пластине, что затрудняет также получение качественных "мгновенных" полей скорости. Результаты сравнения различных алгоритмов показали, что в условиях слабой запыленности потока преимущество имеют методы на основе осреднения корреляционных распределений, позволяющие минимизировать негативные эффекты, обусловленные "потерей пары" и отсутствием частиц-трассеров.

Результаты сравнения данных, полученных при различных значениях межкадровых интервалов, свидетельствуют о невозможности увеличения пространственного разрешения метода по продольной координате, что обусловлено существенной характерной длиной пробега трассеров, вследствие чего поля скорости сглаживаются.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Маркович Д. М., Токарев М. П. Алгоритмы реконструкции трехмерного поля скорости в методе stereo PIV // Вычисл. методы и программирование. Новые вычисл. технологии. 2008. Т. 9, № 1. С. 311–326.
- Scarano F. Tomographic PIV: Principles and practice // Measurement Sci. Technol. 2013. V. 24, N 1. P. 445–463.
- van Gent P. L., van Oudheusden B. W., Schrijer F. F. J. Determination of mean pressure from PIV in compressible flows using the Reynolds-averaging approach // Experiments Fluids. 2018. V. 59, N 3. P. 1–14.
- 4. Поливанов П. А. Расчет полей давления на основе PIV-измерений для сверхзвуковых потоков // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 5. С. 821–824.
- Поливанов П. А., Вишняков О. И., Сидоренко А. А., Маслов А. А. Сравнение течений, индуцированных диэлектрическим барьерным и скользящим разрядами // ПМТФ. 2013. Т. 54, № 3. С. 21–29.
- 6. Ахметбеков Е. К., Бильский А. В., Маркович Д. М. и др. Применение лазерного измерительного комплекса "ПОЛИС" для измерения полей скоростей в сверхзвуковом потоке в аэродинамических трубах // Теплофизика и аэромеханика. 2009. Т. 16, № 3. С. 343–352.
- Громыко Ю. В., Маслов А. А., Поливанов П. А. и др. Экспериментальная проверка метода расчета параметров потока в рабочей части импульсной аэродинамической трубы // ПМТФ. 2012. Т. 53, № 5. С. 79–89.
- Boiko V. M., Pivovarov A. A., Poplavski S. V. Measurement of gas velocity in a highgradient flow, based on velocity of tracer particles // Combust. Explos. Shock Waves. 2013. V. 49, N 5. P. 548–554.
- 9. Scarano F. Overview of PIV in supersonic flows // Topics Appl. Phys. 2008. V. 112. P. 445-463.
- 10. Поливанов П. А., Сидоренко А. А., Маслов А. А. Корреляционные исследования пульсаций при взаимодействии ударной волны с турбулентным пограничным слоем // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36, № 3. С. 23–30.
- Swoboda M., Nitsche W. Shock boundary-layer interaction on transonic airfoils for laminar and turbulent flow // J. Aircraft. 1996. V. 33, N 1. P. 100–108.
- 12. Zheltovodov A. Some advances in research of shock wave turbulent boundary layer interactions. Reno, 2006. (Paper / AIAA; N 2006-0496).
- Dupont P., Piponniau S., Sidorenko A., et al. Investigation by particle image velocimetry measurements of oblique shock reflection with separation // AIAA J. 2008. V. 46, N 6. P. 1365–1370.
- Allison E., Kroo I., Sturdza P., et al. Aircraft conceptual design with natural laminar flow // Intern. Counc. Aeronaut. Sci. 2010. V. 1. P. 428–436.
- 15. Polivanov P. A., Sidorenko A. A., Maslov A. A. Transition effect on shock wave/boundary layer interaction at M = 1.47. Kissimmee, 2015. (Paper / AIAA; N 2015-1974).

- Giepman R. H. M., Schrijer F. F. J., van Oudheusden B. W. High-resolution PIV measurements of a transitional shock wave-boundary layer interaction // Experiments Fluids. 2015. V. 56, N 6. P. 1–20.
- 17. Токарев М. П., Маркович Д. М., Бильский А. В. Адаптивные алгоритмы обработки изображений частиц для расчета мгновенных полей скорости // Вычисл. технологии. 2007. Т. 12, № 3. С. 109–131.
- Melling A. Tracer particles and seeding for particle image velocimetry // Measurement Sci. Technol. 1997. V. 8, N 12. P. 1406–1416.

Поступила в редакцию 26/VI 2020 г., после доработки — 26/VI 2020 г. Принята к публикации 27/VII 2020 г.